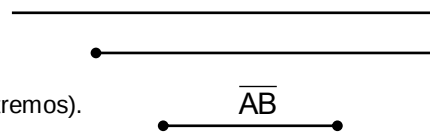


PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA

DEF.: Una **recta** es un conjunto infinito de puntos alineados (sobre una línea)

Una **semirrecta** es la mitad de una recta (con inicio y sin fin o al revés).

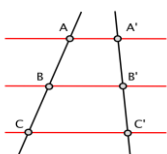
Un **segmento** es una porción de una recta determinado por dos puntos (extremos).



DEF.: Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son proporcionales a $\overline{EF}$ y $\overline{GH}$ si sus longitudes son proporcionales, es decir:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} = r \quad r \text{ es la razón de proporcionalidad}$$

TEOREMA DE TALES

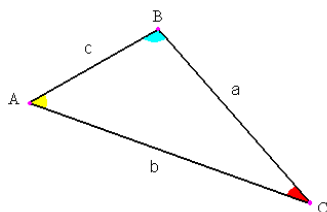


Si dos rectas cualesquiera se cortan por tres rectas paralelas entre sí, los segmentos

obtenidos son proporcionales, es decir, $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = r$

Aplicación del teorema de Tales: dividir un segmento en partes iguales o proporcionales.

DEF.: Dos triángulos son semejantes si tienen los ángulos correspondientes (homólogos) iguales y los lados correspondientes (homólogos) proporcionales. Es decir:



Los triángulos ABC e A'B'C' son semejantes si:

- los ángulos son iguales: $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ y $\hat{C} = \hat{C}'$

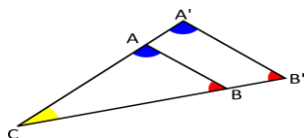
Recuerda: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

- los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \text{ es decir, } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

donde r es la razón de semejanza

TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES



Dos triángulos están en posición de Tales si tienen un ángulo común y los lados opuestos a este ángulo son paralelos.

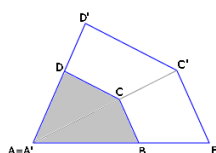
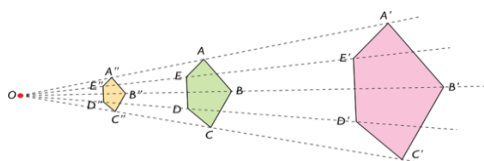
Dos triángulos en posición de Tales son siempre semejantes.

CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Para saber si dos triángulos son semejantes es suficiente con que se cumpla **alguno** de los siguientes criterios:

- si tienen los lados proporcionales, $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ o bien,
- si tienen los ángulos iguales, $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ y $\hat{C} = \hat{C}'$ o bien,
- si tienen un ángulo igual y los lados que forman el ángulo, son proporcionales $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

DEF.: Dos polígonos son semejantes si tienen los ángulos correspondientes iguales y los lados correspondientes proporcionales. $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{C} = \hat{C}'$, ... y $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dots$



DEF.: La escala es la razón de semejanza entre la distancia en una figura representada en un dibujo y la distancia en la figura original real, en el mismo sistema de unidades.

$$\text{escala} = \frac{\text{distancia en la representación}}{\text{distancia en la realidad}} = \frac{1}{a} = 1 : a$$

Ej.: Escala numérica: 1:25000

Escala gráfica:

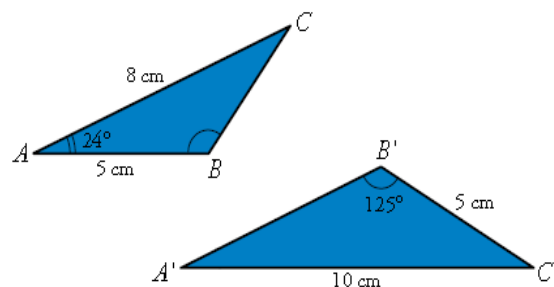


EJERCICIOS DE SEMEJANZA

1. Nos aseguran que estos triángulos son semejantes.

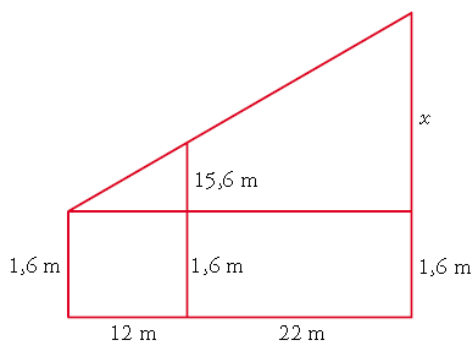
Halla los lados y los ángulos que faltan de cada uno de ellos.

$$A = 24^\circ \quad B' = 125^\circ$$



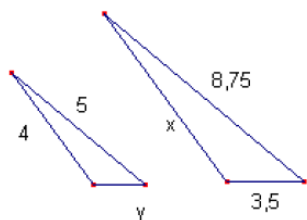
(Solución: $A' = 24^\circ$ $B = 125^\circ$ $C = C' = 31^\circ$ $a = 4$ cm $c' = 6.25$ cm)

2. Calcula el valor de x

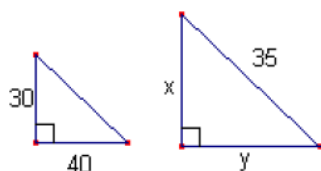


(Solución: $x = 44,2$ m)

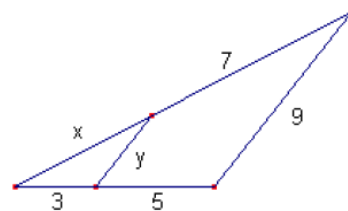
3. Las parejas de triángulos siguientes son semejantes. Determina en cada caso la razón de semejanza y los valores desconocidos:



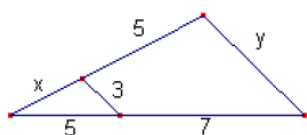
(Solución: $x = 7$ $y = 2$)



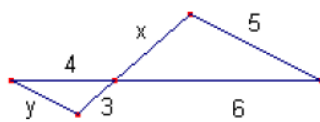
(Solución: $x = 21$ $y = 28$)



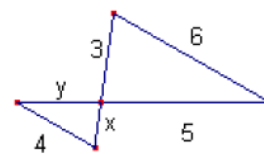
(Solución: $x = 4,2$ $y = 3,375 \approx 3,38$)



(Sol.: $x = 3,571... \approx 3,57$ $y = 7,2$)

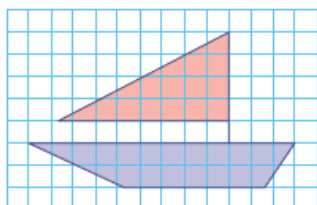


(Sol.: $x = 4,5$ $y = 3,333... \approx 3,33$)



(Sol.: $x = 2$ $y = 3,333 \approx 3,33$)

4. Construye un barco semejante al siguiente pero que tenga el doble de tamaño:



EJERCICIOS DE ESCALAS

1. Calcula las medidas reales del salón-comedor, de la habitación y de la cocina.



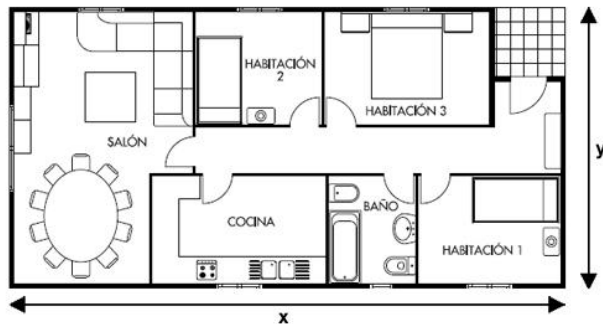
Solución:

El salón-comedor mide de largo 6,4 m y de ancho aprox. 4,27 m

La habitación mide de largo aprox. 4,67 m y de ancho 4,4 m

La cocina mide de largo aprox. 3,87 m y de ancho aprox. 2,13 m

2. Calcula la medida real de la superficie total de la vivienda.



Solución:

La vivienda mide 14,4 m de largo y 7,20 m de ancho lo que hace una superficie de 103,68 m²

Escala 1:200

3. Calcula la distancia real en línea recta entre A Coruña y Barcelona y entre Bilbao y Sevilla.



Solución:

A Coruña dista 950 Km en línea recta de Barcelona y Bilbao de Sevilla aprox. 747,33 Km