

Proporcionalidad geométrica

Ejercicio 9.1: Se tienen cuatro segmentos de longitudes: $AB = 2 \text{ cm}$, $CD = 3 \text{ cm}$, $EF = 4 \text{ cm}$ y $GH = 6 \text{ cm}$.

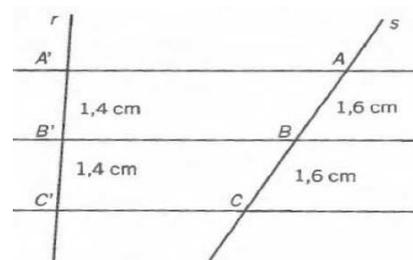
- a) ¿Cuál es la razón de los segmentos AB y CD ? $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$
- b) ¿Cuál es la razón de los segmentos EF y GH ? $\frac{EF}{GH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- c) ¿Los segmentos AB y CD son proporcionales a los segmentos EF y GH ?

Si, ya que: $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$

Ejercicio 9.2: Verificar que se cumple el teorema de Tales:

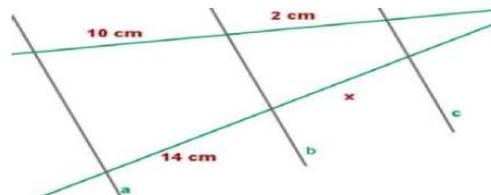
Veamos si: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$, como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{A'B'} = \frac{1,6}{1,4} \\ \frac{BC}{B'C'} = \frac{1,6}{1,4} \\ \frac{AC}{A'C'} = \frac{1,6+1,6}{1,4+1,4} = \frac{1,6}{1,4} \end{array} \right.$$



Entonces, si se cumple el teorema de Tales.

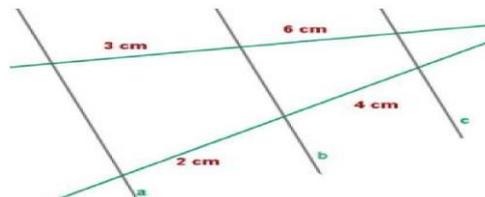
Ejercicio 9.3: Si las rectas a , b y c son paralelas, calcular el valor de x :



Como las rectas están en posición de Tales, entonces se cumple que:

$$\frac{x}{2} = \frac{14}{10} \Rightarrow x = \frac{14 \cdot 2}{10} = \frac{14}{5} = 2,8 \text{ cm}$$

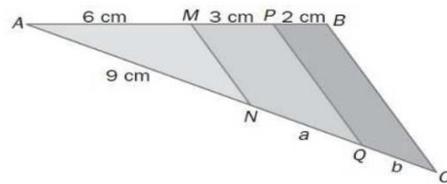
Ejercicio 9.4: Si las rectas a , b y c son paralelas, ¿se puede afirmar que la recta c es paralela a ambas?



Las rectas estarán en posición de Tales, si se cumplen las relaciones de las proporciones de Tales: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$, como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{A'B'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{BC}{B'C'} = \frac{2}{3} \\ \frac{AC}{A'C'} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \end{array} \right., \text{ entonces, si se cumple el teorema de Tales.}$$

Ejercicio 9.5: Hallar la medida de los segmentos a y b de la figura:

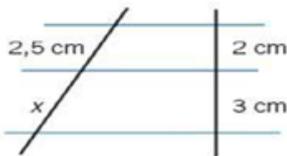


Como las rectas estarán en posición de Tales, entonces se cumplen las relaciones de las proporciones de Tales: $\frac{AM}{AN} = \frac{MP}{NQ} = \frac{PB}{QC}$, así:

$$\begin{cases} \frac{AM}{AN} = \frac{MP}{NQ} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{3}{a} \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 9}{6} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm} \\ \frac{AM}{AN} = \frac{PB}{QC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{2}{b} \Rightarrow b = \frac{2 \cdot 9}{6} = \frac{18}{6} = 3 \text{ cm} \end{cases}$$

Ejercicio 9.6: Calcular las longitudes desconocidas:

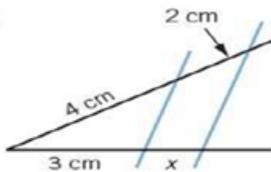
a)



Como las rectas están en posición de Tales, entonces se cumple que:

$$\frac{x}{3} = \frac{2,5}{2} \Rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 3}{2} = \frac{7,5}{2} = 3,75 \text{ cm}$$

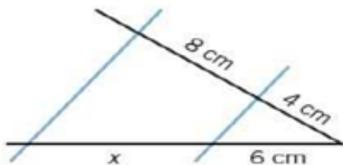
b)



Tenemos que:

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm}$$

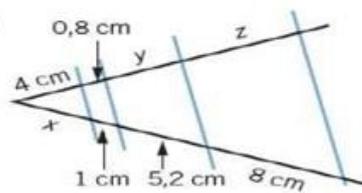
c)



Ahora se cumple que:

$$\frac{x}{6} = \frac{4}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 4}{8} = 12 \text{ cm}$$

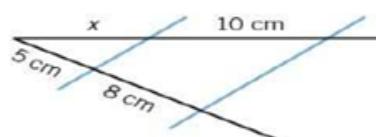
d)



Tenemos que:

$$\frac{x}{4} = \frac{1}{0,8} = \frac{5,2}{y} = \frac{8}{z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} = \frac{1}{0,8} \Rightarrow x = \frac{4}{0,8} = 5 \text{ cm} \\ \frac{1}{0,8} = \frac{5,2}{y} \Rightarrow y = 5,2 \cdot 0,8 = 4,16 \text{ cm} \\ \frac{1}{0,8} = \frac{8}{z} \Rightarrow z = 8 \cdot 0,8 = 6,4 \text{ cm} \end{cases}$$

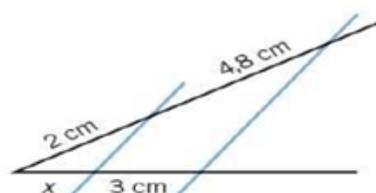
e)



Por Tales:

$$\frac{x}{5} = \frac{10}{8} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 5}{8} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ cm}$$

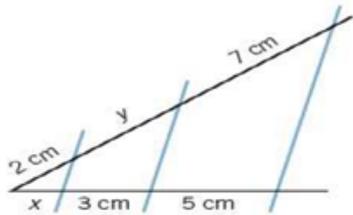
f)



Tenemos que:

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{4,8} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{4,8} = \frac{6}{4,8} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ cm}$$

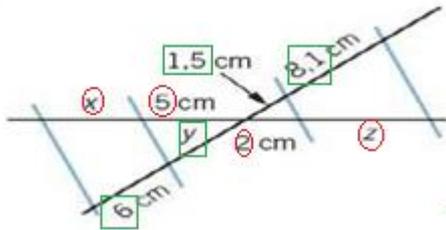
g)



En este caso:

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{y} = \frac{5}{7} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 2}{7} = \frac{10}{7} = 1,42 \text{ cm} \\ \frac{3}{y} = \frac{5}{7} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 7}{5} = \frac{21}{5} = 4,2 \text{ cm} \end{cases}$$

h)

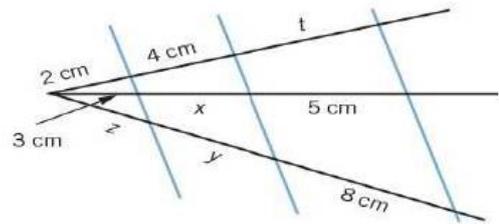


Este caso es interesante, ya que las rectas se cruzan, tenemos que recordar que lo que nos importa es mantener los datos de una de las rectas en los denominadores y los datos homólogos de la otra en los denominadores, así:

$$\frac{x}{6} = \frac{5}{y} = \frac{2}{1,5} = \frac{8,1}{z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{6} = \frac{2}{1,5} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 6}{1,5} = 8 \text{ cm} \\ \frac{5}{y} = \frac{2}{1,5} \Rightarrow y = \frac{5 \cdot 1,5}{2} = \frac{7,5}{2} = 3,75 \text{ cm} \\ \frac{2}{1,5} = \frac{8,1}{z} \Rightarrow z = \frac{8,1 \cdot 1,5}{2} = \frac{12,15}{2} = 6,075 \text{ cm} \end{cases}$$

Ejercicio 9.7: Calcular las longitudes desconocidas:

Este ejercicio es un poco más complicado que los otros, ya que tenemos que usar tres rectas secantes. Entonces:

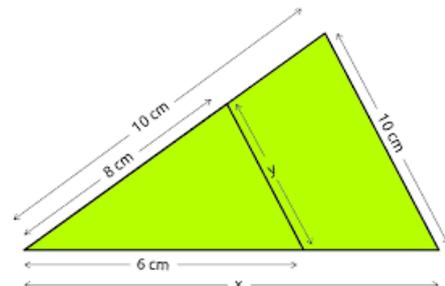


$$\begin{cases} \frac{3}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm} \\ \frac{4}{6} = \frac{t}{5} \Rightarrow t = \frac{4 \cdot 5}{6} = \frac{10}{3} = 3,3 \text{ cm} \\ \frac{y}{6} = \frac{8}{5} \Rightarrow y = \frac{8 \cdot 6}{5} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ cm} \\ \frac{8}{5} = \frac{z}{3} \Rightarrow z = \frac{8 \cdot 3}{5} = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ cm} \end{cases}$$

Ejercicio 9.8: Calcular los valores de x e y en centímetros:

En los ejercicios anteriores trabajamos el teorema de Tales, ya que sólo teníamos que usar las medidas sobre dos rectas secantes.

Ahora tenemos que trabajar con todos los lados de los triángulos, que se encuentran en posición de Tales, entonces son triángulos semejantes, siendo entonces sus lados homólogos proporcionales.



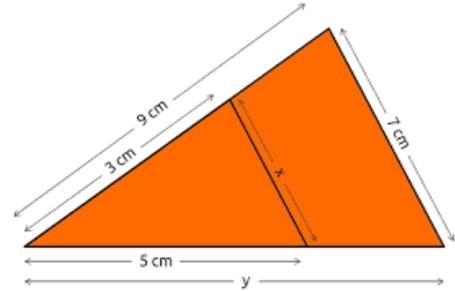
Nota: Recordad que en esta teoría lo que importa en la **colocación de los valores** en las fracciones equivalentes. Por ejemplo, podemos situar los **datos del triángulo grande en el numerador**, y los homólogos del pequeño en el denominador:

$$\frac{10}{8} = \frac{x}{6} = \frac{10}{y} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{8} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 6}{8} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm} \\ \frac{10}{8} = \frac{10}{y} \Rightarrow y = \frac{10 \cdot 8}{10} = 8 \text{ cm} \end{cases}$$

Ejercicio 9.9: Calcular los valores de x e y en centímetros:

Los triángulos se encuentran en posición de Thales, entonces son semejantes, siendo por ello sus lados homólogos proporcionales. Así:

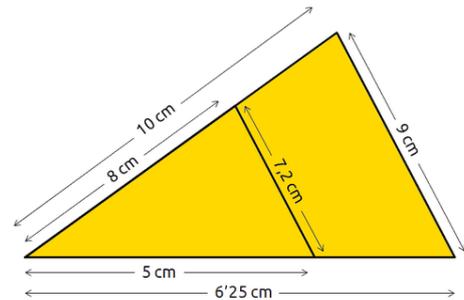
$$\frac{9}{y} = \frac{3}{5} = \frac{7}{x} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15 \text{ cm} \\ \frac{3}{5} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 5}{3} = 11,6 \text{ cm} \end{cases}$$



Ejercicio 9.10: Indicar la relación de proporcionalidad de los triángulos:

Los triángulos se encuentran en posición de Thales, entonces son semejantes, siendo por ello sus lados homólogos proporcionales. Así:

$$\frac{9}{y} = \frac{3}{5} = \frac{7}{x} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15 \text{ cm} \\ \frac{3}{5} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 5}{3} = 11,6 \text{ cm} \end{cases}$$



En esta unidad, estamos trabajando la semejanza de triángulos y por supuesto el famoso teorema de Thales. **Una de las principales aplicaciones del teorema de Tales es la medición de objetos de gran altura, consistente en medir dichas alturas con instrumentos sencillos.**

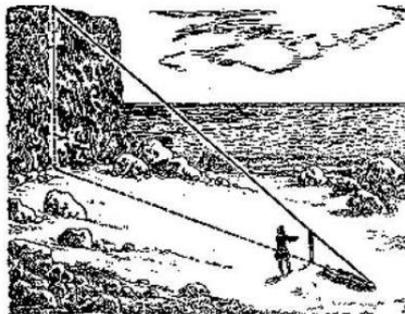
Uno de los ejemplos nos lo muestra Julio Verne en su libro «La isla misteriosa» y que os pongo a continuación (un poco de lectura chicos, por variar, que falta nos hace):

- Hoy vamos a medir la altura del acantilado de Vista Lejana, –dijo el ingeniero.
- ¿Necesitamos algunos instrumentos? –preguntó Gebert.
- No hace falta. Lo haremos de otra manera, más fácil y más segura.

El joven, caminó desde el acantilado hasta la orilla. Cogió un jalón de 12 pies de longitud, el ingeniero comprobó la medida con su estatura, la cual conocía bien. Gebert entregó una plomada al ingeniero; ésta no era más que una piedra atada al extremo de una cuerda. Situándose a 500 pies del acantilado vertical, el ingeniero clavó el jalón verticalmente en la arena, con la ayuda de la plomada, enterrándola a dos pies de profundidad. Luego se alejó del jalón, hasta que tumbándose en el suelo pudo ver el extremo saliente del jalón y la cresta del acantilado en línea recta. Marcó este punto con una estaca.

- ¿Tienes algunas nociones de geometría?– preguntó a Gebert.
- Sí.
- ¿Recuerdas las propiedades de los triángulos semejantes?
- Sus lados correspondientes son proporcionales.

– Exacto. Ahora voy a construir dos triángulos rectángulos semejantes. Un cateto del triángulo pequeño será el jalón, el otro cateto, será la distancia desde la estaca hasta el pie del jalón; la hipotenusa, es mi línea de vista. En el triángulo mayor los catetos son el acantilado, cuya altura queremos medir, y la distancia desde la estaca hasta el pie del acantilado; la hipotenusa es mi línea de vista, que se une con la hipotenusa del triángulo menor.



- ¡He entendido! – exclamó el joven. La distancia de la estaca hasta el jalón es a la distancia desde la estaca hasta el pie del acantilado, como la altura del jalón es a la altura del acantilado.
 - Exactamente. Sigamos, si medimos las dos primeras distancias, y sabemos la altura del jalón, podemos calcular el cuarto miembro de la proporción que es la altura del acantilado.
- Se midieron ambas distancias horizontales: la pequeña midió 15 pies, la grande midió 500 pies. Finalmente el ingeniero anotó:

$$\frac{15}{500} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 500}{15} = \frac{1000}{3} = 333,3 \text{ pies}$$

Entonces, la altura del acantilado es de 333 pies.

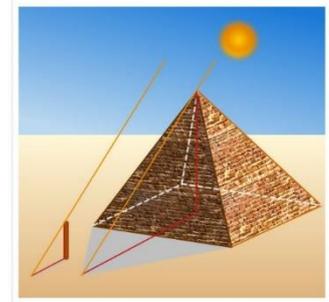
«Geometría Recreativa» de Yákov Perelmán

Para poder visualizar esta situación y otras semejantes, vamos a ver unas aplicaciones interactivas con Geogebra, con las que se puede visualizar y entender mejor los procedimientos.

Debéis mover el deslizador verde para entender el método. Si usáis las flechas del teclado después de clicar sobre él, **se consigue mucha más precisión**.

<https://www.geogebra.org/m/Omw6Aqma>

Ejemplo (historia de las matemáticas): Thales fue un gran filósofo y matemático griego. Cuenta la leyenda que en su recorrido por el mediterráneo se encontró con un faraón de Egipto que lo invitó a pasar una temporada en su palacio. Juntos pasaban largos días hablando de Matemática y Astronomía. Una mañana, haciendo una recorrida por el lugar, pasaron por la pirámide de Keops y el faraón le preguntó:—¿Cómo podríamos averiguar la altura de esta gran pirámide? Thales después de pensar un largo rato le respondió:—Busquemos una vara. ¡Listo! Ahora para saber la altura de la pirámide, ¡solo debemos medir su sombra!



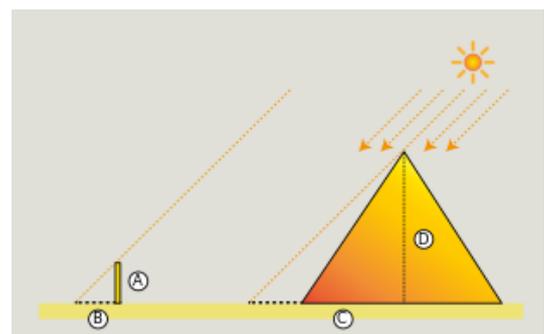
Veámoslo con un esquema:

A: Longitud del bastón

B: Sombra del bastón

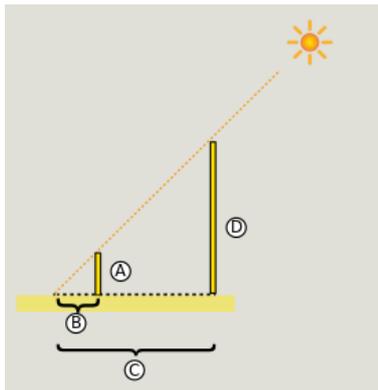
C: Longitud desde el centro de la base de la pirámide

D: Altura de la pirámide



Se supone que los rayos que inciden en la pirámide y en el bastón son paralelos (consecuencia de la gran distancia que separa al Sol de la Tierra) y el bastón está clavado perpendicularmente al suelo.

De esta forma, los ángulos de los dos triángulos que observamos en la figura son iguales entre sí y, por tanto, dichos triángulos son **semejantes**, así, podemos simplificar el esquema:



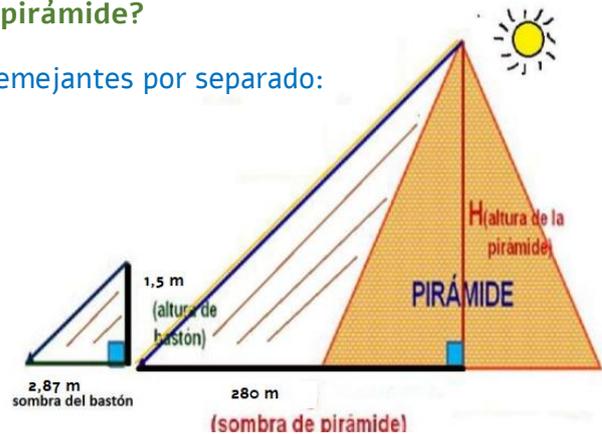
Al ser semejantes los triángulos sus lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{\text{sombra de la pirámide}}{\text{sombra del bastón}} = \frac{\text{altura de la pirámide}}{\text{altura del bastón}} \Rightarrow \frac{C}{B} = \frac{D}{A}$$

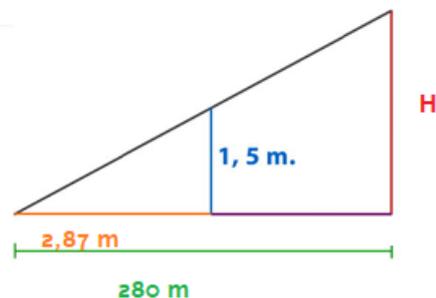
por lo tanto, la altura de la pirámide es: $D = \frac{C \cdot A}{B}$, con lo cual resolvió el problema.

Ejemplo: Supongamos ahora que a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, la sombra del bastón medía 2,87 metros y dicho bastón era de 1,5 metros. ¿cuál era la altura de la pirámide?

Solución: Podemos visualizar los triángulos semejantes por separado:



O dibujarlos en posición de Tales, que puede resultar más cómodo para trabajar con ellos:



Como son triángulos semejantes, verifica que:

$$\frac{\text{sombra de la pirámide}}{\text{sombra del bastón}} = \frac{\text{altura de la pirámide}}{\text{altura del bastón}} \Rightarrow \frac{280 \text{ m}}{2,87 \text{ m}} = \frac{H}{1,5 \text{ m}} \Rightarrow H = \frac{280 \cdot 1,5}{2,87} = 146,34 \text{ m}$$

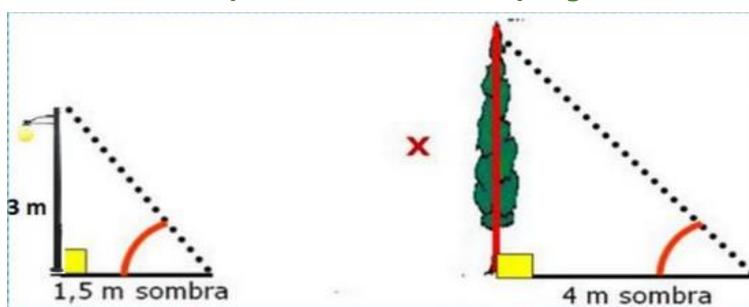
Que es el valor aproximado que tenía la pirámide de Keops en la antigüedad (actualmente tiene 136,86 m).

El método que utilizó Tales de Mileto, el **Teorema de Tales**, tiene una enorme utilidad puesto que, entre otras muchas cosas, lo podemos emplear para averiguar la altura de cualquier objeto que sea grande sin necesidad de medirlo directamente.

En este ejemplo podrás interactuar con cada uno de los valores que allí se presentan. Modifícalos y piensa en los nuevos resultados.

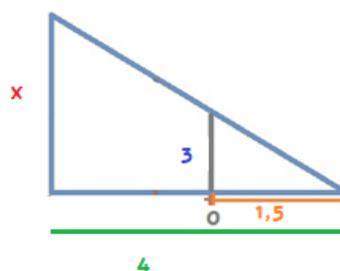
<https://www.geogebra.org/m/AWHHC4S>

Ejemplo: Un poste vertical de 3 metros proyecta una sombra de 1,5 metros: ¿Qué altura tendrá un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4 metros?

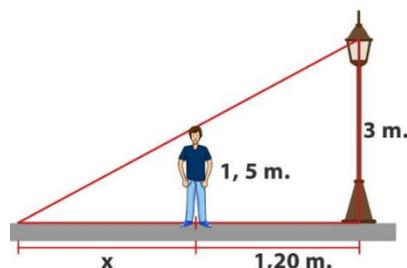


Solución: Podemos trabajar los triángulos semejantes por separado, como se muestra en la figura o pensarlos en posición de Tales, de cualquier forma, usamos la semejanza entre los dos triángulos:

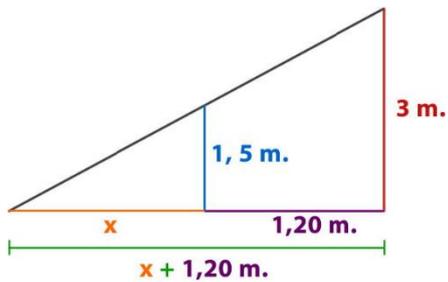
$$\frac{x}{3} = \frac{4}{1,5} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 4}{1,5} = \frac{12}{1,5} = 8 \text{ m}$$



Ejemplo: Nicolás mide 1,50 m. De altura, se encuentra a 1,20 m. De un poste que tiene encendida su luminaria a 3 m. Del suelo, ¿cuál es el largo de la sombra que proyecta Nicolás?



Solución: Los triángulos se encuentran en posición de Tales, entonces son semejantes, siendo por ello sus lados homólogos proporcionales. Así:



$$\frac{x}{x+1,2} = \frac{1,5}{3}$$

$$3x = 1,5(x+1,2)$$

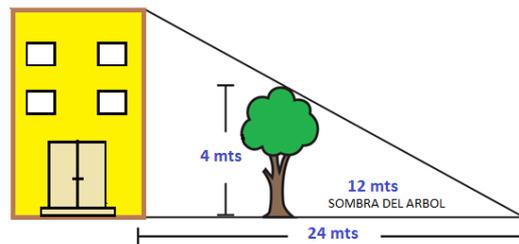
$$3x = 1,5x + 1,8$$

$$1,5x = 1,8$$

$$x = 1,2$$

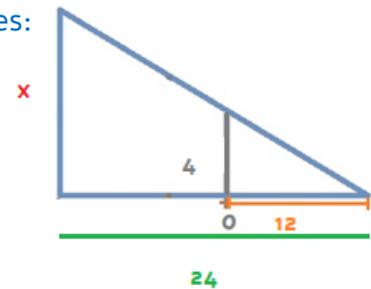
El largo de la sombra que se proyecta Nicolás es de 1,20 m.

Ejemplo: ¿Cuál es la altura del edificio?

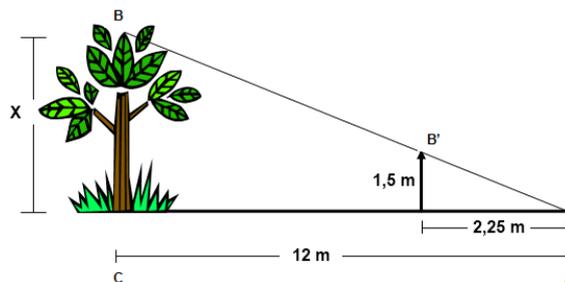


Solución: Como son dos triángulos en posición de Tales, entonces sabemos que son semejantes y por tanto sus lados homólogos son proporcionales:

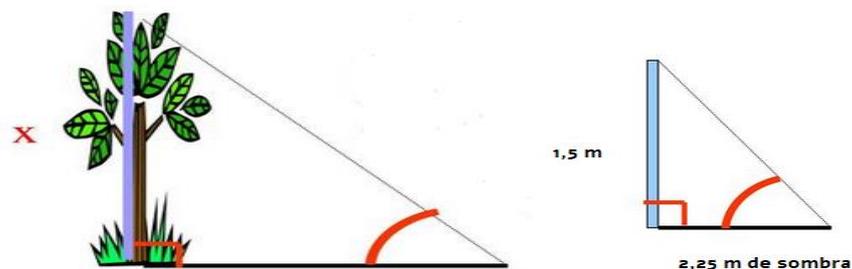
$$\frac{x}{4} = \frac{24}{12} \Rightarrow \frac{x}{4} = 2 \Rightarrow x = 8 \text{ m}$$



Ejemplo: ¿Cuál es la altura del árbol?



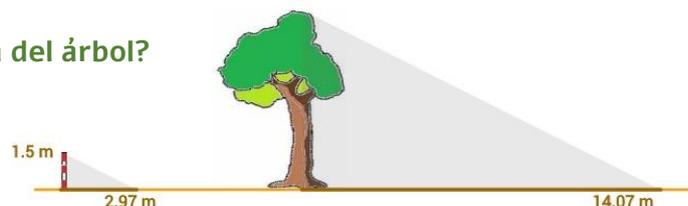
Solución: Como en los ejercicios anteriores, tenemos dos triángulos semejantes, entonces:



$$\frac{x}{1,5} = \frac{12}{2,25} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 1,5}{2,25} \Rightarrow x = 8 \text{ m}$$

La altura del árbol es de 8m.

Ejemplo interactivo: ¿Cuál es la altura del árbol?



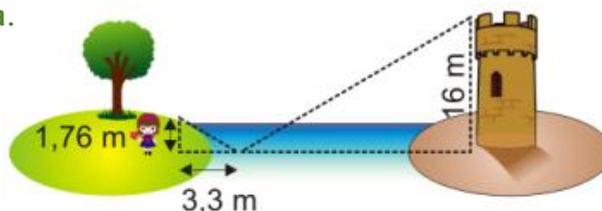
$$\frac{x}{1,5} = \frac{14,07}{2,97} \Rightarrow x = \frac{14,07 \cdot 1,5}{2,97} \Rightarrow x = 7,1 \text{ m}$$

La altura del árbol es de 7.1m

Ahora ámate a intentarlo tú, usa esta aplicación de geogebra, en la cual se generan datos nuevos cada vez que la recargas. Haces las cuentas en la libreta y comprueba en la aplicación moviendo el cursor el valor de tu solución, mira si es la respuesta correcta.

<https://www.geogebra.org/m/vaBTEcfB>

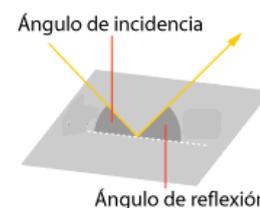
Ejemplo: ¿Cuál es la distancia entre María y la base de la torre? Nota: La chica ve la torre reflejada en el agua.



Solución: En este ejercicio tenemos también dos triángulos semejantes, su posición no es como los anteriores, pero tenemos dos ángulos iguales, los ángulos de 90º y los ángulos que están sobre el lago, ya que se cumple siempre que los ángulos de reflexión e incidencia son siempre iguales:

$$\frac{x}{3,3} = \frac{16}{1,76} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 3,3}{1,76} \Rightarrow x = 30 \text{ m}$$

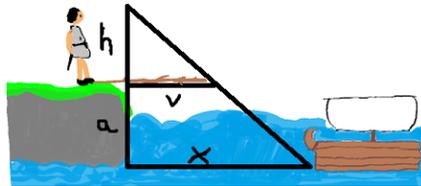
La distancia entonces es: $x + 3,3 = 30 + 3,3 = 33,3 \text{ m}$



Ejemplo (historia de las matemáticas): Cuando la ciudad de Mileto, situada en la costa griega, iba a ser atacada por los barcos enemigos, los soldados recurrieron a Tales. Necesitaban saber a qué distancia se encontraba una nave para ajustar el tiro de sus catapultas.



El genio matemático resolvió el problema sacando una vara por la cornisa del acantilado, de tal forma que su extremo coincidiera con la visual del barco. Conociendo su altura (h), la del acantilado (a) y la longitud de la vara (v), calculó sin dificultad la distancia deseada (x). Parece sencillo, ¿verdad?



Observa que ahora tenemos dos triángulos semejantes, de tal forma que, al ser sus lados proporcionales, podemos establecer la siguiente igualdad.

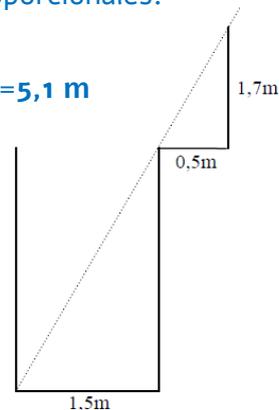
$$\frac{h}{v} = \frac{(a + h)}{x}$$

De esta forma consiguió calcular el valor de la distancia x.

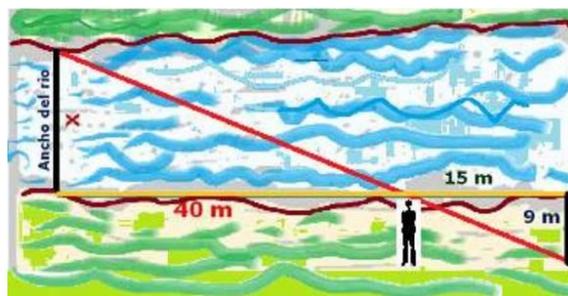
Ejercicio: ¿Cuál es la profundidad del pozo si su anchura es 1,5m y alejándote 0,5 m del borde desde una altura de 1,7 m ves en la misma visual el borde del pozo y la esquina del fondo?

Solución: Tenemos que se forman dos triángulos rectángulos semejantes ya que tienen un ángulo igual. Por esta razón los lados son proporcionales:

$$\frac{1,5}{0,5} = \frac{x}{1,7} \Rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 1,7}{0,5} \Rightarrow x = 5,1 \text{ m}$$

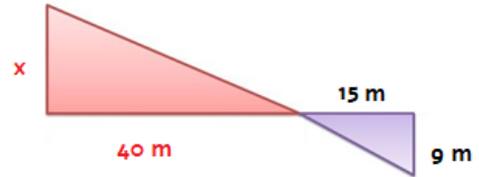


Ejemplo: Calcula el ancho del río de acuerdo con los datos indicados.

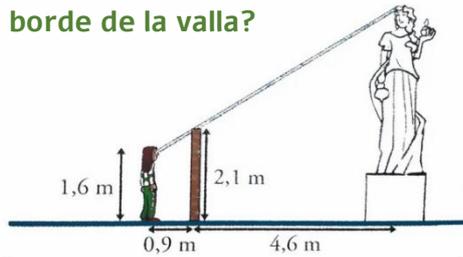


Solución: Los dos triángulos rectángulos son semejantes ya que tienen además del ángulo de 90° otro ángulo igual, el correspondiente al corte de las rectas. Así:

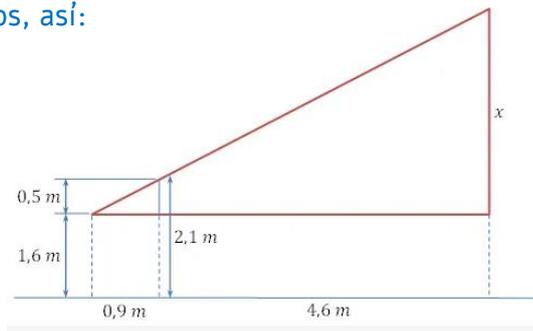
$$\frac{40}{15} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 9}{15} \Rightarrow x = 24 \text{ m}$$



Ejemplo: ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?



Solución: En este ejercicio hay que tener en cuenta que los triángulos semejantes están a la altura de los ojos, así:

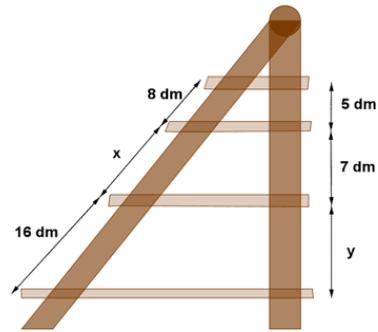


En la figura anterior se observa claramente que la altura del extremo superior de la escultura es $x + 1.6$ metros. Por semejanza tenemos:

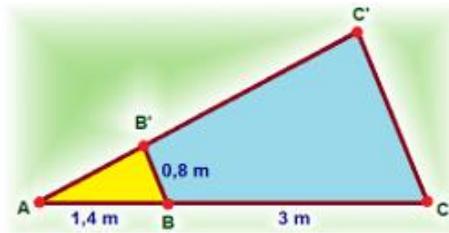
$$\frac{x}{0,5} = \frac{4,6+0,9}{0,9} \Rightarrow x = \frac{5,5 \cdot 0,5}{0,9} \Rightarrow x = 3,06 \text{ m}$$

Por tanto, la altura del extremo superior de la escultura es $3.06 + 1.6 = 4.66$ metros.

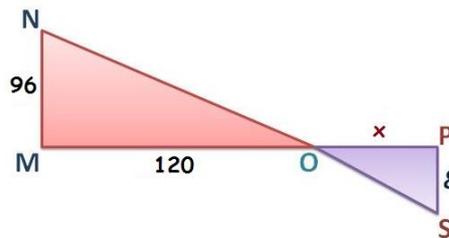
Ejercicio 9.11: Las baldas de la repisa que se ve en la figura son paralelas. Calcula las longitudes x e y que faltan



Ejercicio 9.12: Calcula el valor de la longitud de los segmentos CC' y AC , en la siguiente figura:



Ejercicio 9.13: Calcula el valor de x , en la siguiente figura:



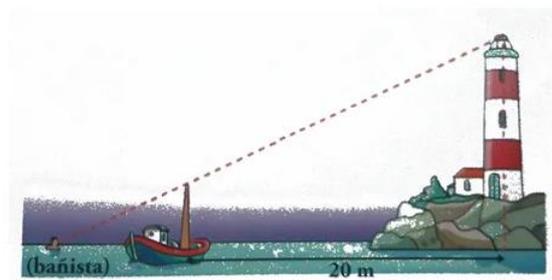
Ejercicio 9.14: Como se ve en el dibujo, hay un chico que mide 1,7m y proyecta una sombra de: 1,25m. ¿Cuál será la altura del edificio, que proyecta una sombra de 30m?



Ejercicio 9.15: Calcula la altura de la torre de libros del dibujo:

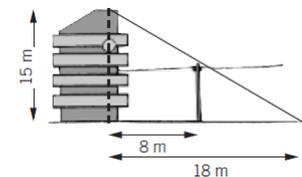
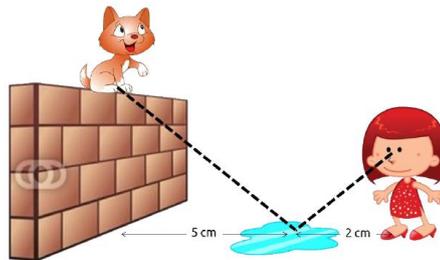


Ejercicio 9.16: El bañista se encuentra a 5 metros del barco. La borda del barco está a 1 metro sobre el nivel del mar. El mástil del barco sobresale 3 metros de la borda. El bañista ve alineados el extremo del mástil y el foco del faro



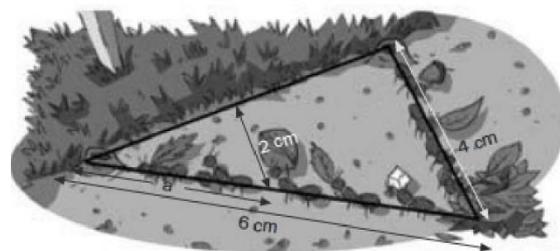
¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra el foco del faro?

Ejercicio 9.17: Como se ve en el dibujo, el gato de Leticia se ha subido a un muro y quiere saber si se hará daño al bajar (puede saltar como mucho 2m). Si ve a su gato reflejado en un charco que está a 2m de ella y a 5m de él. Sabiendo que hasta sus ojos Leticia mide 1,5m, ¿A qué altura está el gato? ¿Podrá saltar?

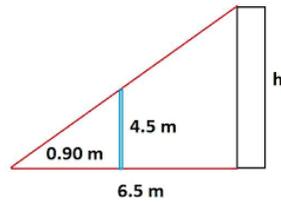


Ejercicio 9.18: Calcular la altura del poste de luz:

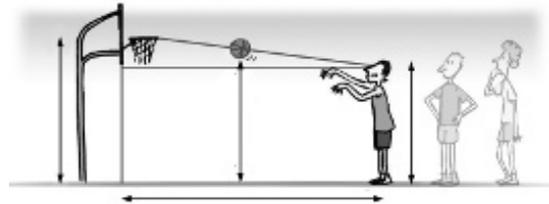
Ejercicio 9.19: Los siguientes triángulos se encuentran en posición de Tales. Calcular la medida del lado a.



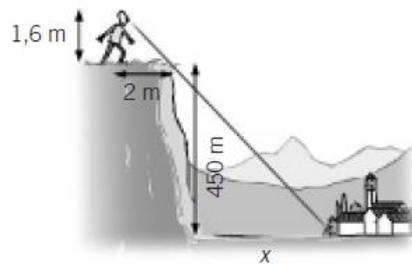
Ejercicio 9.20: Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 6,5m a la misma hora que un poste de 4,5m de altura da una sombra de 0,90m.



Ejercicio 9.21: Un jugador de baloncesto de 1,9m, que está situado a 6,25m de la canasta, lanza el balón hacia la misma. Calcular la altura a la que está el balón cuando va por la mitad del recorrido.



Ejercicio 9.22: Aniceto está a 2m de un precipicio y ve alineado un pueblo con el borde del precipicio. ¿A qué distancia está el pueblo del precipicio?



Ejercicio 9.23: Para determinar la altura de un objeto inaccesible, colocamos un espejo en el suelo y nos alejamos la distancia necesaria para observar el punto más alto del objeto. ¿Qué altura tiene el edificio?

