

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) A condición de equilibrio para o prezo, en unidades monetarias, de tres produtos P_1 , P_2 e P_3 , relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais: $x + y + z = 6$; $x + y - z = 0$; $2x - y + z = 3$, sendo x , y e z os prezos dos produtos P_1 , P_2 e P_3 , respectivamente.

(a) Expresa o sistema en forma matricial $AX = B$. Calcula a matriz inversa de A , sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes.

(b) Calcula os prezos de equilibrio para eses tres produtos x , y , z .

2) Os beneficios (en centos de miles de euros anuais) estimados por unha pequena empresa durante un período de catro anos, axustáronse á función $B(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, $0 \leq x \leq 4$, onde $B(x)$ representa os beneficios da empresa aos x anos transcorridos dende a súa constitución ($x = 0$ corresponde ao ano 2006).

(a) ¿Nalgún ano a empresa non tivo beneficios? Xustifica a resposta.

(b) Determina os intervalos de tempo nos que os beneficios aumentaron e nos que diminuíron. ¿Que información nos proporcionan sobre a evolución dos beneficios neses catro anos? Calcula os beneficios máximo e mínimo e os anos en que se produciron.

(c) Utilizando os resultados anteriores e calculando, se o hai, o punto de inflexión, representa a gráfica de $B(x)$.

3) Estase a planificar levar a cabo unha enquisa con pequenas empresas dunha poboación. Escollerase unha mostra aleatoria simple de empresas a partir do listado telefónico. Por experiencia, sábese que só a metade das empresas coas que se contacta responden. Se se contacta con 150 empresas,

(a) ¿Cal é o número esperado de empresas que responden?

(b) ¿Cal é a probabilidade de que como máximo respondan 70 empresas?

4) Supoñamos que o IMC (índice de masa corporal) en nenas de 13 anos dunha poboación segue unha distribución normal, $N(\mu, \sigma = 4)$.

(a) Se o 6'68% das citadas nenas está en risco de sobrepeso, é dicir, o seu IMC é superior a 22'5, calcula o valor do IMC medio, μ , para as nenas de 13 anos da poboación.

(b) Se o IMC para as nenas de 13 anos da poboación segue unha distribución $N(16'5, 4)$ e se extrae unha mostra aleatoria de 64 nenas de 13 anos desa poboación, calcula a probabilidade de que o IMC medio da mostra estea por debaixo de 15'3 (por debaixo do peso axeitado)

OPCIÓN B

1) Consideremos o seguinte sistema de inecuacións: $y - x - 2 \leq 0$; $y + x - 6 \leq 0$; $2y \geq 5 - x$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula en que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x, y) = x + 2y$.

(c) Responde ao apartado anterior se se engade $y \geq 0$ ao sistema de inecuacións anterior.

2) Estimase que o número de unidades vendidas de certo produto N , aos t meses de introduci-lo no mercado, vén dado por: $N(t) = 200 \left(5 - \frac{10}{2+t} \right)$, $t \geq 0$.

(a) O número de unidades vendidas ¿aumenta ou diminúe ao transcorrer os meses? Xustifica a resposta, estudando o crecemento ou decrecemento da función $N(t)$.

(b) Determina entre que meses as vendas son superiores a 500 e inferiores a 800 unidades.

(c) ¿As vendas tenden a estabilizarse arredor dalgunha cantidade? Xustifica a resposta.

3) Sexan A e B dous sucesos tales que a probabilidade de que ambos os dous acontezan simultaneamente é $1/10$ e a probabilidade de que non aconteza ningún dos dous é $1/5$. Ademais sábese que $P(A/B) = 1/4$.

(a) Calcula a probabilidade de que aconteza algún dos dous sucesos.

(b) Calcula a probabilidade de que aconteza o suceso A .

4) Nun recente estudo afirmase que hai un 5% de lesións de xeonllo entre futbolistas que xogan sobre céspede e calzan un novo modelo de botas de fútbol. De 250 futbolistas que xogan sobre céspede e que calzan botas de fútbol convencionais déronse 20 de tales lesións.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de lesións de xeonllo xogando con botas convencionais non supera á de tales lesións xogando co novo modelo, fronte a hipótese de que si a supera.

(b) ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión cun 1% de nivel de significación?