

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

(a) Calcula B^{-1} , matriz inversa de B .

(b) Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique $A \cdot B^{-1} + 2 \cdot I = C^t$, I é a matriz identidade de orde 2 e C^t é a matriz trasposta de C .

2) O beneficio B (en miles de euros) para unha compañía que gasta unha cantidade x (en miles de euros) en publicidade estímase por: $B(x) = -0,1x^3 + 6x^2 + 400$, $0 \leq x \leq 60$.

(a) Calcula a cantidade de diñeiro que a compañía debe gastar en publicidade para que lle produza un beneficio máximo e calcula o devandito beneficio. ¿Que cantidade de diñeiro en publicidade lle produce un beneficio mínimo?

(b) Representa a gráfica da función, utilizando os resultados anteriores e calculando concavidade, convexidade e punto de inflexión.

3) Certa poboación de persoas maiores de 70 anos está formada por un 40% de homes e un 60% de mulleres. A porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación é do 10% entre os homes e do 20% entre as mulleres.

(a) Calcula a porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación de maiores de 70 anos.

(b) Elexida unha persoa ao azar da citada poboación, ¿cal é a probabilidade de que sexa muller ou non sexa dependente?

4) A proporción de mulleres dunha poboación portadoras de hemofilia é descoñecida. Para estimala elíxese unha mostra aleatoria de 500 mulleres entre as que se encontran 80 portadoras da enfermidade.

(a) Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación.

(b) Supoñendo que aínda non se tomou a mostra e queremos facer a estimación cometendo un erro non superior ao 2%, cun 95% de confianza, ¿de que tamaño debería ser a devandita mostra?

OPCIÓN B

1) (a) Representa a rexión do plano definida polo sistema de inecuacións: $y + 2x \leq 6$, $y \leq x$, $4y \geq x - 3$, e calcula os seus vértices. Xustifica se os puntos $P(1, -1/2)$ e $Q(1/2, 1)$ pertencen ou non a esta rexión.

(b) Calcula en que punto ou puntos desta rexión a función $f(x, y) = y + 2x$ alcanza o valor máximo.

2) Os ingresos (en millóns de euros) obtidos por certa factoría no período comprendido dende o ano 2000 ao 2010, estimáronse pola función

$$I(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x-5)^2 + 17, & 1 \leq x < 7 \\ -x^2 + 18x - 59, & 7 \leq x \leq 11 \end{cases}, \text{ onde } x \text{ é o tempo transcorrido en anos } (x = 1 \text{ corresponde ao ano 2000})$$

(a) Calcula os ingresos obtidos no ano 2002 e no ano 2007.

(b) Determina a evolución dos ingresos no período comprendido dende o 2000 ata o 2010 (crecemento e decrecemento da función $I(x)$). Calcula os ingresos máximo e mínimo.

(c) Determina entre que anos dese período os ingresos non superaron os 18 millóns.

3) Sábese que $P(B/A) = 0,7$, $P(A/B) = 0,4$ e $P(A) = 0,2$.

(a) Calcula $P(A \cap B)$ e $P(B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B .

(b) Calcula $P(A \cup \bar{B})$, onde $\bar{B}$ representa o suceso complementario ou contrario de B .

4) Nun estudo sociolóxico afirmábase que o tempo medio que os mozos están conectados á Rede non supera as 60 horas mensuais. Deséxase contrastar se actualmente segue en vigor ese estudo e, para iso, entrevístanse 400 mozos seleccionados ao azar e obtense que o tempo medio é de 62 horas. Supoñemos que o tempo dedicado polos mozos a conectarse á Rede segue unha distribución normal, de desviación típica 15 horas mensuais.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que o tempo medio mensual dedicado actualmente polos mozos a conectarse á Rede e o que afirma o estudo, fronte á alternativa de que aumentou. ¿A que conclusión se chega cun 1% de nivel de significación?

(b) Usando a información recollida na mostra, calcula o intervalo do 95% de confianza para o tempo medio