MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular os valores de a, b e c para que se verifique a ecuación matricial $A \cdot B^t = C$, onde B^t denota a matriz trasposta da matriz B.

Exercicio 2. Mario´s Pizza é un produtor de pizzas conxeladas de dous tipos A e B. Obtén un beneficio de 1 euro por cada pizza A que produza e de 1´50 euros por cada pizza de tipo B. Cada pizza inclúe unha combinación de pasta de fariña e de mestura de recheo, segundo se indica no seguinte cadro:

	PASTA DE FARIÑA	*MESTURA DE RECHEO*	*BENEFICIO*
PIZZA A	1/2 kg.	1/8 kg.	1 €
PIZZA B	1/2 kg.	1/4 kg.	1´5 €

Nun día calquera, disponse dun máximo de 75 kg. de pasta de fariña e de 25 kg. de mestura de recheo e con base á demanda no pasado, Mario´s debe vender diariamente polo menos 50 pizzas tipo A e polo menos 25 pizzas tipo B.

(a) Formular o sistema de inecuacións, representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

(b) ¿Cantas pizzas A e B deberá fabricar diariamente para maximizar os beneficios? Calcular os devanditos beneficios.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Estúdase a evolución mensual do número de socios dunha entidade durante o ano 2005 e obsérvase que está modelada pola seguinte función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x + a & se\ 0 \le x \le 6 \\ 50 & se\ 6 < x \le 8 \\ 50 + (x - 8)(x - 12) & se\ 8 < x \le 12 \end{cases}$$

onde x é o tempo en meses.

(a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, determinar o valor de a.

(b) Determinar en que mes o número de socios foi máximo e en que mes o número de socios foi mínimo.

(c) Se para cubrir gastos a entidade necesitaba máis de 47 socios, ¿en que meses tivo perdas?

Exercicio 2. Un estudo indica que, entre as 12:00 horas e as 19:00 horas dun día laborable típico, a velocidade (en Km/h) do tráfico en certa saída de autoestrada vén dada pola seguinte función

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20, \quad 0 \le x \le 7$$

onde x é o número de horas despois do mediodía (x = 0 corresponde ás 12:00 horas)

Representar graficamente $f(x)$, para $0 \le x \le 7$, estudando: o punto de corte co eixe y, intervalos de crecemento e decrecemento, intervalos de concavidade e convexidade. Calcular as horas nas que se presentan máximos, mínimos e punto de inflexión para a velocidade do tráfico.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha cidade na que hai dobre número de homes que de mulleres declárase unha epidemia. Un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, mentres que un 3% son mulleres e están enfermas.

Elíxese ao chou un habitante da cidade, calcular: (a) probabilidade de que sexa home, (b) se é home, a probabilidade de que estea enfermo, (c) a probabilidade de que sexa muller ou estea sa.

Exercicio 2. O gasto mensual (en euros) en electricidade por familia, para as familias de certa cidade, segue unha distribución normal de media μ descoñecida e desviación típica σ= 25 euros.

(a) A partir dunha mostra de 100 familias desa cidade, obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para o gasto medio mensual por familia en electricidade. Determinar o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

(b) ¿Que número de familias teriamos que seleccionar ao chou, como mínimo, para garantir, cun nivel de confianza do 99%, unha estimación do devandito gasto medio cun erro máximo non superior a 3 euros?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Unha empresa de produtos informáticos ten tres tendas (T_1, T_2 e T_3) nas que vende un modelo de ordenador (O), un de impresora (I) e outro de cámara dixital (C), a un prezo de venda por unidade de 1200 €, 300 € e 650 €, respectivamente. En certo mes, o número de artigos vendidos (en cada tenda) é o indicado na táboa seguinte:

	O	I	C
T_1	x	y	4
T_2	25	x	z
T_3	20	y	z

Determinar o número de artigos vendidos en cada unha das tres tendas, sabendo que os ingresos obtidos no devandito mes foron 23600 € na T_1, 39700 € na T_2 e 32200 € na T_3.

Exercicio 2. Sexa o sistema de inecuacións seguinte:

$$-x + 6y \geq 12; \quad x + 2y \leq 20; \quad 3x + 2y \geq 24$$

(a) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
(b) ¿En que punto desa rexión alcanza o valor máximo a función f (x, y) = 4x + y?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. O rendemento dos traballadores dunha factoría (valorado nunha escala de 0 a 100) durante unha xornada de 8 horas, vén dado pola función:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & se\ 0 \leq t < 4 \\ 80 & se\ 4 \leq t < 6 \\ 170 - 15t & se\ 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

sendo t o tempo en horas.

(a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento. ¿Cal é o rendemento máximo?
(b) ¿En que instantes da súa xornada laboral o rendemento se sitúa na metade da escala?

Exercicio 2. Unha empresa estimou que o custo (en euros) de producir diariamente x unidades dun determinado produto vén dado pola función $C(x) = 2400 + 26x$, e que o ingreso diario (en euros) que obtén vendendo estas x unidades vén dado pola función $I(x) = 150x - x^2$.

(a) Calcular a función $B(x)$ que expresa os beneficios (ingresos menos custos) diarios obtidos. ¿Entre que valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas?

(b) Achar o número de unidades que ten que producir diariamente para que o beneficio sexa máximo. ¿A canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha cidade, o 55% da poboación en idade laboral son homes; deles, un 12% está no paro. Entre as mulleres a porcentaxe de paro é do 23%. Se nesta cidade se elixe ao chou unha persoa en idade laboral,
(a) ¿cal é a probabilidade de que sexa home e non estea no paro?
(b) ¿cal é a probabilidade de que sexa muller e estea no paro?
(c) Calcular a porcentaxe de paro nesa cidade.

Exercicio 2. Nun determinado país sábese que a altura da poboación segue unha distribución normal con desviación típica de 10 cm.
(a) Se a media poboacional fose de 172 cm., calcular a probabilidade de que a media dunha mostra de 64 personas estea comprendida entre 171 e 173 cm.
(b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173,5 cm., achar un intervalo de confianza para a media poboacional cun nivel de confianza do 99%.
(c) ¿Que tamaño de mostra se debe tomar para estimar a media da altura da poboación cun erro menor de 2 cm. e cun nivel de confianza do 95%?

CONVOCATORIA DE XUÑO

BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

– Formular o sistema: **2´25 puntos**.

– Resolvelo: **0´75 puntos.**

EXERCICIO 2.

(a) Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.

– Vértices da rexión factible: **1 punto**.

– Representación gráfica da rexión factible: **0´5 puntos**.

(b) Obter a solución óptima: **0´25 puntos**.– Calcular o beneficio máximo: **0´25 puntos**.

BLOQUE DE ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **0´5 puntos**.
(b) **1´5 puntos**.
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

– Punto de corte: **0´25 puntos**.

– Intervalos de crecemento e decrecemento: **0´75 puntos**.

– Intervalos de concavidade e convexidade: **0´5 puntos**.

– Máximos na velocidade do tráfico: **0´5 puntos**.

– Mínimos na velocidade do tráfico: **0´5 puntos.**

– Punto de inflexión: **0´25 puntos**.

– Representación gráfica: **0´75 puntos**.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **0´5 puntos**.
(b) **1´5 puntos.**
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2 puntos**.
(b) **1´5 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

– Formular o sistema: **1´5 puntos**.

– Resolución do sistema: **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2´5 puntos:**

– Pola representación das rectas: **0´75 puntos**.

– Vértices da rexión factible: **0´75 puntos**.

– Identificación da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).

(b) Optimización: **0´5 puntos**.

BLOQUE DE ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **2 puntos:**

– Intervalos de crecemento e decrecemento: **1´5 puntos**.

– Rendemento máximo: **0´5 puntos**.

(b) **1´5 puntos:**

– Determinar a solución no primeiro intervalo de tempo: **0´75 puntos**.

– Determinar a solución no último intervalo de tempo: **0´75 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2 puntos:**

– Obter a función beneficio: **1 punto**.

– Intervalo de unidades producidas para que a empresa non teña perdas: **1 punto**.

(b) **1´5 puntos:**

– Cálculo da primeira derivada: **0´5 puntos**. – Obter o punto crítico: **0´25 puntos**.

– Comprobar que é un máximo: **0´25 puntos**.

– Calcular o beneficio máximo: **0´5 puntos**.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **1 punto**.
(b) **1 punto**.
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **1´25 puntos:**

– Determinar a distribución de $\overline{X}$: **0´5 puntos**.

– Tipificación e paso a táboas: **0´5 puntos**.

– Uso das táboas e resultado: **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos:**

– Pola expresión do intervalo: **0´5 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0´5 puntos**.

(c) **1 punto:**

– Formulación: **0´5 puntos**. – Cálculo de *n*: **0´5 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

Exercicio 1.

– *Calcular a matriz trasposta* $B^t = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & c & -1 \end{pmatrix}$ **0.5 puntos**.

– *Calcular* $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & a - b + 2c & -3 \\ -2 & -a - b + 2c & -3 \\ 3 & 2a + b - c & 2 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(Réstanse 0.25 puntos por cada erro cometido, sendo dous o máximo de erros que se permiten).

– *Formular o sistema:* $\begin{cases} a - b + 2c = -1 \\ -a - b + 2c = -5 \\ 2a + b - c = 6 \end{cases}$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $a = 2$, $b = 1$, $c = -1$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por cada incógnita)

Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de pizzas tipo A e tipo B, respectivamente, que produce por día.

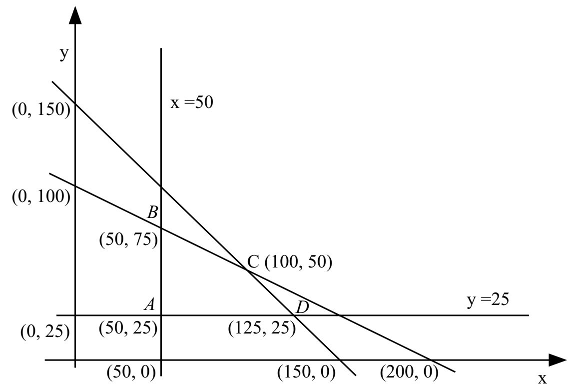
(a) **–** *Formular o sistema de inecuacións* **1 punto**

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \leq 75; \quad \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y \leq 25; \quad x \geq 50; \quad y \geq 25$$

(**0.25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os catro vértices: $A\,(50, 25)$; $B\,(50, 75)$; $C\,(100, 50)$; $D\,(125, 25)$ (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0.5 puntos**: debuxar as catro rectas e identificar a rexión do plano, $ABCD$, limitada por elas e polos catro vértices.



(c) **–** *Optimización*: a función obxectivo $f(x, y) = x + 1'5y$ maximízase no vértice $C\,(100, 50)$ **0.25 puntos**, entón debería fabricar diariamente 100 pizzas do tipo A e 50 pizzas do tipo B para obter un beneficio máximo diario de 175 euros **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

Exercicio 1.

(a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, entón para $x = 0, f(0) = 50 \Rightarrow a = 50$ **0.5 puntos**.

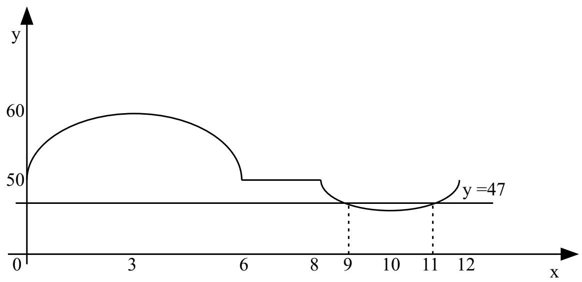
(b) *Determinar en qué mes o número de socios foi máximo e en qué mes foi mínimo*

– No punto $x = 3$ a función presenta un máximo

0.5 puntos. Xustificación do máximo **0.25 puntos**.

– No punto $x = 10$ a función presenta un mínimo **0.5 puntos**. Xustificación do mínimo **0.25 puntos**.

(A xustificación do máximo e do mínimo pode facerse representando a gráfica da función, ou ben co estudo do crecemento e decrecemento ou co estudo do signo da derivada segunda da función).



<u>*É importante subliñarmos que este apartado non se puntúa no caso de que só traballen as gráficas dos dous anacos definidos mediante parábolas con puntos obtidos a partir dunha táboa de valores*</u>.

"O número de socios foi máximo no terceiro mes e foi mínimo no décimo mes".

(c) *A entidade necesitaba máis de 47 socios para cubrir gastos, ¿en que meses tivo perdas?*

– Determinar o anaco da función que corresponde á desigualdade pedida **0.75 puntos**.

(Pódese facer representando a gráfica da función ou estudando o comportamento da función calculando os seus extremos e especificando que dous anacos van por riba de $y = 47$).

– *Resolver* $50 + (x - 8)\,(x - 12) \leq 47 \Rightarrow 9 \leq x \leq 11$, *indicando que entre o 9º e o 11º mes a entidade tivo perdas* **0.75 puntos**.

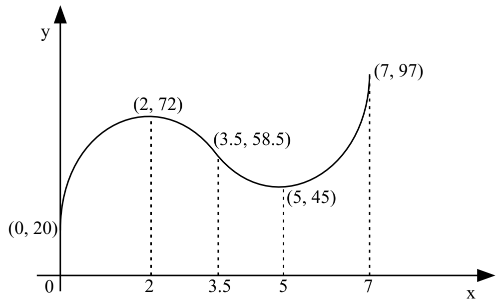
Exercicio 2.

Representar graficamente $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20$, $0 \leq x \leq 7$, estudando:

– *Punto de corte co eixe y*: (0, 20) **0.25 puntos**.

– *Intervalos de crecemento*: (0, 2) **0.25 puntos** e (5,7) **0.25 puntos**, de *decrecemento* (2,5) **0.25 puntos**.

– *Intervalos de concavidade e convexidade*, no (0,3.5) é *cóncava para abaixo* (cóncava) **0.25 puntos**, e no (3.5,7) é *cóncava para arriba* (convexa) **0.25 puntos**.



– *Representación gráfica*: **0.75 puntos**.

– *Ás 14 horas e ás 19 horas preséntanse os máximos (relativo e absoluto, respectivamente) na velocidade do tráfico* **0.5 puntos** (**0.25 puntos** cada resultado).

– *Ás 12 horas e ás 17 horas preséntanse os mínimos (absoluto e relativo, respectivamente) na velocidade do tráfico* **0.5 puntos** (**0.25 puntos** cada resultado).

– *Ás 15 h:30 min hai un punto de inflexión para a velocidade do tráfico* **0.25 puntos**.

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"H: un habitante desa cidade é home", "M: un habitante desa cidade é muller", "E : un habitante desa cidade está enfermo".*

Segundo o enunciado, se un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, entón $P(H \cap E) = 0.04$; e se un 3% son mulleres e están enfermas, $P(M \cap E) = 0.03$

(a) Se nos din que nesa cidade hai dobre número de homes que de mulleres, a *probabilidade pedida* é $P(H) = 2/3$ $(P(M) = 1/3)$ **0.5 puntos**.

(b) *Formulación do enunciado:* $P(E / H)$: **0.5 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade condicionada*

$P(E / H) = \dfrac{P(E \cap H)}{P(H)}$ **0.5 puntos**.

– Identificar as probabilidades do enunciado do exercicio na fórmula anterior e chegar ó resultado $P(E / H) = 0.06$ **0.5 puntos**.

(c) *Formulación do enunciado:* $P(M \cup \bar{E})$ **0.25 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade da unión:* $P(M \cup \bar{E}) = P(M) + P(\bar{E}) - P(M \cap \bar{E})$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo de* $P(\bar{E})$, $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - (P(M \cap E) + P(H \cap E)) = 1 - (0.04 + 0.03) = 0.93$ **0.5 puntos**.

– *Cálculo de* $P(M \cap \bar{E}) = P(M) - P(E \cap M) = \dfrac{1}{3} - 0.03 = \dfrac{0,91}{3}$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo estes resultados, resulta $P(M \cup \bar{E}) = 0.96$

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,…).

Exercicio 2.

Sexa *"X* = gasto mensual (en euros) en electricidade dunha familia*"* X: $N(\mu, \sigma = 25)$.

(a) A partir dunha mostra de $n = 100$ familias obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para μ. Determinar $1–\alpha$

– *Formular* $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

e chegar a obter a ecuación $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$ **1 punto**, repartido en **0.5 puntos** pola expresión da fórmula + **0.5 puntos** por calcular o raio do intervalo: ben facendo $\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45$; $\bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 55$, e resolvendo o sistema obteríase que o valor particular da media para esa mostra é $\bar{x} = 50$ (gasto medio en electricidade de 50 euros por mes) e que o raio do intervalo é $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$; ou ben, calculando o raio como a metade da amplitude do intervalo de confianza dado $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{10}{2} = 5$.

–*Resolver a ecuación* $z_{a/2}\dfrac{25}{\sqrt{100}} = 5$ para obter que $z_{a/2} = 2$ **0.5 puntos**.

– *Calcular o valor de* $1\text{-}\alpha/2$ nas táboas, $1\text{-}\alpha/2 = 0.9772$ **0.25 puntos**.

– *Determinar o nivel de confianza* pedido $1\text{-}\alpha = 0.9544$ **0.25 puntos**.

(b) *Formular a inecuación correspondente ao error pedido:* $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 3$ **0.5 puntos**.

– *Calcular* $z_{a/2} = z_{0.005} = 2.575$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo de "n" na desigualdade*: $2.575 \cdot \dfrac{25}{\sqrt{n}} \leq 3$, obtendo $n \geq 460.46$ **0.75 puntos**.

– *Conclusión: Deberíamos tomar mostras de polo menos 461 familias, para garantir, cun nivel do 99% de confianza, unha estimación do gasto medio en electricidade por familia cun erro máximo non superior a 3 euros.* (Convén observar que se restan 0.25 puntos se non escriben o número de familias como un número enteiro)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

Exercicio 1.

– *Formulando matricialmente* o enunciado do exercicio,

$$\begin{pmatrix} x & y & 4 \\ 25 & x & z \\ 20 & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1200 \\ 300 \\ 650 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 23600 \\ 39700 \\ 32200 \end{pmatrix}$$

e polas propiedades de multiplicación e igualdade de matrices chégase ao sistema:

$$\begin{cases} 1200x + 300y + 650\cdot 4 = 23600 \\ 1200\cdot 25 + 300x + 650z = 39700 \\ 1200\cdot 20 + 300y + 650z = 32200 \end{cases}$$

operando e simplificando: $\begin{cases} 4x + y = 70 \\ 6x + 13z = 194 \\ 6y + 13z = 164 \end{cases}$ **1.5 puntos**

(**0.5 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $x = 15$, $y = 10$, $z = 8$ **1.5 puntos** (**0.5 puntos** por cada incógnita).

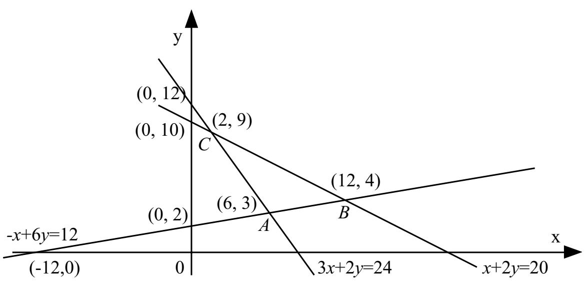
Conclúese que: na tenda T_1 vendéronse nese mes 15 ordenadores, 10 impresoras e 4 cámaras dixitais; na tenda T_2 25 ordenadores, 15 impresoras e 8 cámaras dixitais; e na tenda T_3 20 ordenadores, 10 impresoras e 8 cámaras dixitais.

Exercicio 2.

(a) – *Representación das rectas* **0.75 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas)

– *Vértices da rexión factible* **0.75 puntos**, obter os tres vértices: A (6, 3); B (12, 4); C (2, 9) (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Identificación da rexión factible* **1 punto**: debuxar as rectas e identificar a rexión do plano ABC limitada por elas e polos tres vértices.



(c)– *Optimización*: a función obxectivo $f(x, y) = 4x + y$ maximízase no vértice B (12, 4) **0.5 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

(a) *Intervalos de crecemento e decrecemento. Rendemento máximo.* **2 puntos**, repartidos en

– *Intervalo de crecemento* (0,3) **0.5 puntos**.
Intervalos de decrecemento (3,4) **0.5 puntos** e (6,8) **0.5 puntos**.

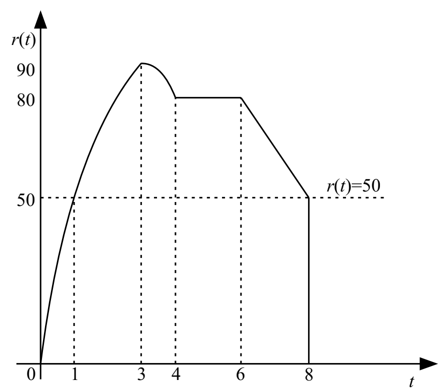
– *O rendemento máximo acadouse ás t = 3 horas de iniciada a xornada e foi* $r_{máx} = r(3) = 90$, é dicir do 90% **0.5 puntos**.

(b) Para calcular os instantes da súa xornada laboral nos que o rendemento se sitúa na metade da escala, traballaremos cos dous anacos da gráfica da función que teñen intersección coa recta $r(t) = 50$:

– No intervalo (0,4):
$-10t^2 + 60t = 50 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow t = 1$
(a solución $t = 5$ non é válida) **0.75 puntos**.

– No intervalo (6,8): $170 - 15t = 50 \Rightarrow t = 8$ **0.75 puntos**.

Concluímos logo que na primeira e na última hora o rendemento dos traballadores sitúase na metade da escala.



Exercicio 2.

(a) *Obter a función beneficio* $B(x) = I(x) - C(x) = -x^2 + 124x - 2400$ **1 punto**.

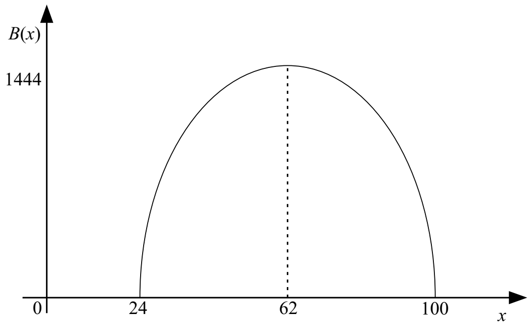
– Para calcular entre qué valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas, buscaremos os valores x que verifiquen $B(x) \geq 0$, así: $B(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 124x - 2400 \geq 0$, e resolvendo resulta $24 \leq x \leq 100$ **1 punto** (**0.5 puntos** pola resolución da ecuación e **0.5 puntos** pola expresión do intervalo).

(b) *Derivada da función*: $B'(x) = -2x + 124$ **0.5 puntos**.

– *Calcular o punto crítico*: $x = 62$ **0.25 puntos**.

– *Xustificar que é un máximo*: $B''(62) = -2 < 0$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo do beneficio máximo*: $B_{máx} = B(62) = 1444$, de maneira, *que producindo diariamente 62 unidades do produto terá un beneficio máximo de 1444 euros diarios* **0.5 puntos**.



ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos)

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"H: unha persoa en idade laboral é home", "M: unha persoa en idade laboral é muller", "A : unha persoa en idade laboral está no paro".*

Segundo o enunciado $P(H) = 0.55$; $P(A/H) = 0.12$; $P(A/M) = 0.23$

(a) *Formulación do enunciado:* $P(H \cap \bar{A})$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo da probabilidade anterior:* $P(H \cap \bar{A}) = P(H) - P(H \cap A) = P(H) - P(H) \cdot P(A/H)$ **0.5 puntos**.

– *Resultado final*: $P(H \cap \bar{A}) = 0.55 - 0.55 \cdot 0.12 = 0.484$ **0.25 puntos**.

(b) *Formulación do enunciado:* $P(M \cap A)$: **0.25 puntos**.

–*Pola fórmula da probabilidade anterior:* $P(M \cap A) = P(M) \cdot P(A/M)$ **0.5 puntos**.

– *Resultado final:* $P(M \cap A) = 0.1035$ **0.25 puntos**.

(c) *Formular o enunciado e o teorema das probabilidades totais:* $P(A) = P(H \cap A) + P(M \cap A)$ **0.75 puntos**.

– *Cálculos precisos para chegar ao resultado:* $P(A) = 0.066 + 0.1035 = 0.1695$ **0.5 puntos**.

– *Porcentaxe pedida: "O 16´95% dos habitantes desa cidade en idade laboral está no paro"* **0.25 puntos**.

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,…).

Exercicio 2.

Sexa "X = cm de altura dun individuo da poboación" $X : N(\mu, \sigma = 10)$.

(a) Se nos dan o dato de que a media de poboación $\mu = 172$ cm e se $\bar{X}$ é a media dunha mostra de 64 persoas,

– *Determinar a distribución de* $\bar{X}$ e chegar a que: $\bar{X} : N\left(\mu = 172, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.25\right)$ **0.5 puntos**.

– *Formular a probabilidade pedida:* $P(171 \leq \bar{X} \leq 173)$ **0.25 puntos**.

– *Tipificación:* $P(-0.8 \leq Z \leq 0.8)$ **0.25 puntos**.

– *Transformar para poder facer uso da táboa e resultado final*: $2P(Z \leq 0.8) - 1 = 0.5762$ **0.25 puntos**.

(b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173.5 cm,

– *Calcular* $z_{\alpha/2} = 2.575$ **0.25 puntos**.

– *Formular o intervalo*:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha ,$$

e calcular o erro máximo cometido na estimación: $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575\frac{10}{\sqrt{64}} = 3.218$ **0.5 puntos**.

– *Calcular numericamente os extremos do intervalo:* (170.28, 176.71) e concluír que: *"Espérase, cunha confianza do 99% , que a altura media dos individuos desa poboación estea comprendida entre 170.28 cm e 176.71 cm, cun erro máximo na estimación de 3.218 cm."* **0.5 puntos**.

(c) *Formular a inecuación correspondente ao error pedido:* $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2$ **0.5 puntos**.

– *Cálculo de "n" na desigualdade*: $1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} < 2$, obtendo $n > 96.04$ **0.25 puntos**.

– *Conclusión: "Deberíamos tomar mostras de polo menos 97 persoas, para garantir, cun nivel do 95% de confianza, unha estimación da altura media da poboación cun erro máximo menor de 2 cm."* **0.25 puntos**.