

Boletín 2 - Integrales.

1

$$1) \int \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} dx = \int (1 + \operatorname{tg}^2 x) (\operatorname{tg} x)^{-1/2} dx$$

$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y' = 1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$= \frac{(\operatorname{tg} x)^{-1/2+1}}{-1/2+1} + C = 2\sqrt{\operatorname{tg} x} + C$$

$$2) \int \frac{3}{\sqrt{4-x^2}} dx = 3 \int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \frac{3}{2} \int \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{4}-\frac{x^2}{4}}} dx =$$

$$= \frac{3}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} dx =$$

es un
2 veces de
la raíz

$$= \frac{3}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}} dx =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 2 \int \frac{1/2}{\sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}} dx = 3 \arcsen\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

$$3) \int \frac{x^2-1}{x^3-3x} dx = \frac{1}{3} \int \frac{3(x^2-1)}{x^3-3x} = \frac{1}{3} \int \frac{3x^2-3}{x^3-3x} dx =$$

$$= \frac{1}{3} \ln |x^3-3x| + C$$

$$4b) \int \frac{5}{1+9x^2} dx = \frac{5}{3} \int \frac{3}{1+(3x)^2} dx = \frac{5}{3} \operatorname{arctg}(3x) + C$$

$$5) \int \frac{5x^2 + 3x - 1}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

$$x^3 - 2x^2 + x - 2 = (x^3 - 2x^2) + (x - 2)$$

Factor común por agrupación de términos

$$= x^2(x-2) + 1(x-2) =$$

→ Factorizamos.

→ Operamos → Solve.

$$5 \ln|x-2| + 3 \operatorname{arctg} x + C$$

1° Vemos que no se pueden dividir!
2° vemos que el numerador no es la derivada del denominador o si factorizando algún número de la expresión del numerador → no es el caso.

$$(x-2)(x^2+1)$$

$$6) \int \frac{e^x}{2-3e^x} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{-3e^x}{2-3e^x} dx = -\frac{1}{3} \ln|2-3e^x| + C$$

$$7) \int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \frac{1-\sqrt{t^6}}{\sqrt[3]{t^6}} \cdot 6t^5 dt = \int \frac{1-t^{6/2}}{t^{6/3}} \cdot 6t^5 dt$$

m.c.m índices
raíz es 6

$$t^6 = x \rightarrow dx = 6t^5 dt$$

$$t = \sqrt[6]{x}$$

$$= \int \frac{1-t^3}{t^2} \cdot 6t^5 dt =$$

$$= \int 1-t^3 \cdot 6t^3 dt =$$

$$= 6 \int (t^3 - t^6) dt =$$

$$6 \left(\frac{\sqrt[6]{x^4}}{4} + \frac{\sqrt[6]{x^7}}{7} \right) + C \quad \leftarrow \text{desahocemos cambio de variable!} = 6 \left[\frac{t^4}{4} - \frac{t^7}{7} \right] + C$$

$$8) \int \frac{e^x - 3e^{2x}}{1+e^x} dx \Rightarrow \int \frac{t - 3 \cdot t^2}{1+t} \frac{dt}{t} =$$

$$t = e^x \rightarrow dt = e^x dx$$

$$dx = \frac{dt}{e^x} \rightarrow dx = \frac{dt}{t}$$

$$\int \frac{t(1-3t)}{(1+t)t} dt =$$

$$= \int \frac{1-3t}{1+t} dt =$$

cociente de polinomios
con el mismo grado!

$$= \int \frac{-3t+1}{t+1} dt =$$

$$\begin{array}{r} -3t+1 \quad |t+1| \\ +3t+3 \quad -3 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$= \int -3 dt + \int \frac{4}{t+1} dt =$$

$$= -3t + 4 \cdot \ln|t+1| + C$$

$$= -3e^x + 4 \cdot \ln|e^x+1| + C$$

deshechemos cambio

$$9) \int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx \Rightarrow \int \frac{1}{t \cdot (1+t^2)} \frac{2t}{2} dt = \int \frac{2}{1+t^2} dt$$

$$t = \sqrt{x} \quad dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$t^2 = x$$

$$dx = 2\sqrt{x} dt$$

$$dx = 2t \cdot dt$$

$$= 2 \int \frac{1}{1+t^2} dt =$$

$$= 2 \cdot \arctg t + C \Rightarrow \text{deshechemos cambio}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx = 2 \cdot \arctg \sqrt{x} + C$$