



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

- P1)** Al voltant de l'estrella WASP-18, que té una massa de $2,66 \times 10^{30}$ kg, s'ha descobert un planeta que gira en una òrbita aproximadament circular amb un període orbital excepcionalment curt: només 22,6 hores. La massa del planeta és deu vegades més gran que la massa de Júpiter.

- a)** Calculeu el radi de l'òrbita d'aquest planeta.
- b)** Calculeu l'energia cinètica del planeta en el seu moviment orbital i l'energia mecànica del sistema format per l'estrella i el planeta.

DADES: $M_{\text{Júpiter}} = 1,90 \times 10^{27}$ kg;
 $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻².

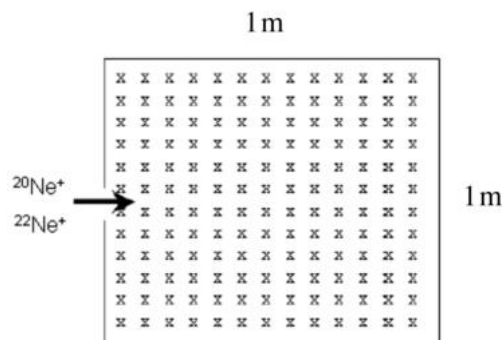
- P2)** Una gammagrafia òssia és una prova diagnòstica que consisteix a injectar per via intravenosa una substància que conté un cert isòtop radioactiu que es diposita en els ossos i que emet raigs gamma. La radiació emesa es detecta amb una gammacàmera que escaneja el cos i pren imatges de la quantitat de l'isòtop acumulada en els ossos. En aquest tipus de gammagrafies s'utilitza el tecneci 99 com a radioisòtop.

- a)** Quant s'haurà reduït el nombre de nuclis de l'isòtop injectat al cap d'un dia?
- b)** El $^{99}_{43}\text{Tc}$ prové de la desintegració beta d'un altre element. Indiqueu el nombre de protons i neutrons del nucli del qual prové.

DADES: $t_{1/2}(^{99}\text{Tc}) = 6,00$ h.

OPCIÓ A

- P3)** L'espectròmetre de masses fa entrar partícules carregades, com per exemple ions, dins un camp magnètic uniforme. Quan les partícules carregades i amb una velocitat coneguda entren dins del camp magnètic constant, a partir de la trajectòria, en podem calcular la massa.



Un feix de ions compost per $^{20}\text{Ne}^+$ i $^{22}\text{Ne}^+$ (que foren els primers isòtops naturals trobats) entra en l'espectròmetre de masses de la figura. La velocitat dels ions és $1,00 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ i el camp magnètic de l'espectròmetre de $0,23 \text{ T}$, perpendicular al paper.

- Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu cada un dels ions dins del camp. Quin treball realitzarà la força que exerceix el camp magnètic en aquesta trajectòria?
- Calculeu a quina distància del punt d'entrada impactarà cada un dels ions.

DADES: $m(\text{ió } ^{22}\text{Ne}^+) = 22,0 \text{ u}$; $m(\text{ió } ^{20}\text{Ne}^+) = 20,0 \text{ u}$;
 $Q(\text{ió } ^{22}\text{Ne}^+) = Q(\text{ió } ^{20}\text{Ne}^+) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;
 $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

- P4)** Tenim tres partícules carregades, $Q_1 = 3,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5,0 \mu\text{C}$ i $Q_3 = -8,0 \mu\text{C}$, situades, respectivament, en els punts $P_1 = (-1,0, 3,0)$, $P_2 = (3,0, 3,0)$ i $P_3 = (3,0, 0,0)$.

- Dibuixeu les forces que exerceixen Q_1 i Q_2 sobre Q_3 . Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre Q_3 .
- Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre Q_3 quan aquesta càrrega es desplaça des del punt P_3 , que ocupa inicialment, fins al punt $P_4 = (-1,0, -3,0)$. Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 9,0 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

- P5)** Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de $78,0 \text{ cm}$. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz .

- Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?
- Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

OPCIÓ B

P3) Una partícula carregada crea, a una distància d d'on es troba, un potencial de $-6,00 \times 10^3 \text{ V}$ i un camp elèctric de mòdul 667 N C^{-1} .

- Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància d .
- Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

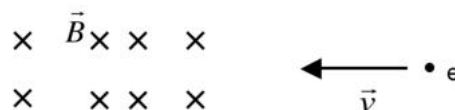
DADA: $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

P4) La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de $1,00 \text{ mm}$ i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és 340 m s^{-1} .

- Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
- Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:
 - L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.
 - El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

P5) Un electró entra amb una velocitat de $3,00 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme d' $1,20 \text{ T}$ perpendicular a la velocitat de l'electró i en sentit perpendicular al paper, tal com indica la figura, i queda confinat en aquesta regió de l'espai.

- Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu l'electró dins del camp indicant el sentit de gir i calculeu el valor de la freqüència (en GHz).



- Perquè l'electró travessi el camp magnètic sense desviar-se, cal aplicar un camp elèctric uniforme en aquesta mateixa regió. Dibuixeu el vector camp elèctric que permeïria que això fos possible (justifiqueu-ne la direcció i el sentit) i calculeu-ne el mòdul.

DADES: $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $Q_e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



Física curs 2011-2012

Sèrie 4

P1)

a)

$$\frac{GM_W m_p}{R^2} = m_p \omega^2 R = m_p \frac{4\pi^2}{T^2} R \quad [0.4] \Rightarrow$$

$$R^3 = \frac{GM_W T^2}{4\pi^2} \Rightarrow$$

$$R = \left(\frac{GM_W T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} [0.4] = \left(\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 2,66 \times 10^{30} \cdot (22,6 \cdot 3600)^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 3,10 \times 10^9 \text{ m} = 3,10 \times 10^6 \text{ km} [0.2]$$

b)

$$E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{1}{2} m_p (\omega R)^2 = \frac{1}{2} \frac{GM_W m_p}{R} [0.4] = 5,44 \times 10^{38} \text{ J} [0.1]$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \frac{GM_W m_p}{R} + \left(- \frac{GM_W m_p}{R} \right) = - \frac{1}{2} \frac{GM_W m_p}{R} = - E_c [0.4] = -5,44 \times 10^{38} \text{ J} [0.1]$$

P2)

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} [0.5]$$

$$N(t = 1 \text{ dia}) = N_0 e^{-\frac{24 \text{ h} \ln 2}{6 \text{ h}}} \Rightarrow \frac{N(t = 1 \text{ dia})}{N_0} = e^{-4 \ln 2} = \frac{1}{2^4} = 0.06 [0.5]$$

b)

$${}_b^a \text{X} \rightarrow {}_{-1}^0 \beta + {}_{43}^{99} \text{Tc} [0.2] \Rightarrow a = 99; b = 42 : [0.2]$$

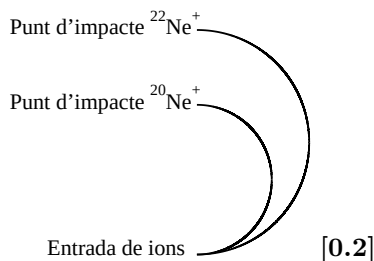
$$\text{nombre de neutrons} = a - b = 57 [0.3]$$

$$\text{nombre de protons} = b = 42 [0.3]$$

Opció A
P3)

- a) Al ser la força magnètica perpendicular a la velocitat la trajectòria serà circular. [0.3]

Al tenir masses diferents, els dos ions experimenten acceleracions centrípetes diferents, per tan descriuràn trajectòries amb radis diferents, el de massa més gran descriurà una circumferència de radi més gran. [0.2]



El treball que realitzarà la força magnètica serà nul, ja que en tot moment és perpendicular a la trajectòria dels ions. [0.3]

- b)

$$Q v B = m \frac{v^2}{r} \quad [0.3] \Rightarrow$$

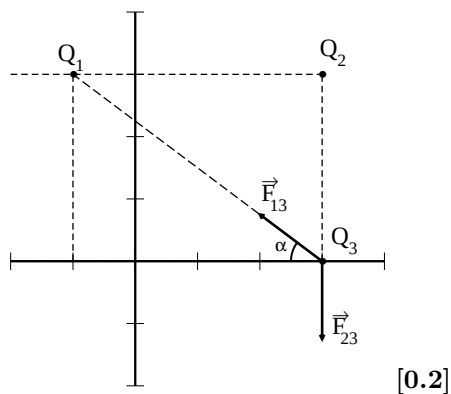
$$r_{^{22}\text{Ne}^+} = \frac{m^{^{22}\text{Ne}^+} v}{QB} = \frac{22.0 \cdot 1.66 \times 10^{-27} \cdot 1.00 \times 10^5}{1.60 \times 10^{-19} \cdot 0.23} = 9.92 \times 10^{-2} \text{ m} \quad [0.2]$$

$$r_{^{20}\text{Ne}^+} = \frac{m^{^{20}\text{Ne}^+} v}{QB} = \frac{20.0 \cdot 1.66 \times 10^{-27} \cdot 1.00 \times 10^5}{1.60 \times 10^{-19} \cdot 0.23} = 9.02 \times 10^{-2} \text{ m} \quad [0.2]$$

La distància serà el diàmetre de la trajectòria, es a dir 18,0 cm i 19.8 cm. [0.3]

P4)

- a)



$$r_{13} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}; \tan(\alpha) = \frac{3}{4}; \sin(\alpha) = 0.6; \cos(\alpha) = 0.8$$

$$F_{13} = K \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \frac{3.0 \times 10^{-6} \cdot 8.0 \times 10^{-6}}{5^2} = 8.6 \times 10^{-3} \text{ N} \quad [0.2]$$

$$F_{23} = K \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \frac{5.0 \times 10^{-6} \cdot 8.0 \times 10^{-6}}{3^2} = 4.0 \times 10^{-2} \text{ N} \quad [0.2]$$

$$\vec{F}_{13} = -F_{13} \cos(\alpha) \vec{i} + F_{13} \sin(\alpha) \vec{j} = -6.9 \times 10^{-3} \vec{i} + 5.2 \times 10^{-3} \vec{j} \text{ N} \quad [0.1]$$

$$\vec{F}_{23} = -F_{23} \vec{j} = -4.0 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N} \quad [0.1]$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -6.9 \times 10^{-3} \vec{i} - 3.5 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N} \quad [0.2]$$

- b) Al tractar-se d'un camp conservatiu, el treball realitzat pel camp serà igual al canvi de l'energia potencial canviada de signe: **[0.1]**

$$W_{P_3 \rightarrow P_4} = -\Delta E_p = -Q_3 [V(P_4) - V(P_3)] \text{ [0.2]}; \quad r_{24} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 7.21 \text{ m}; \quad r_{14} = 6 \text{ m}$$

$$V(P_3) = K \frac{Q_1}{r_{13}} + K \frac{Q_2}{r_{23}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{5} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{3} \right\} = -9.6 \times 10^3 \text{ V [0.2]}$$

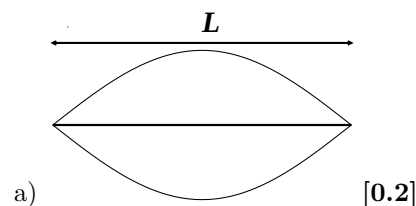
$$V(P_4) = K \frac{Q_1}{r_{14}} + K \frac{Q_2}{r_{24}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{6} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{7.21} \right\} = -1.7 \times 10^3 \text{ V [0.2]}$$

Per tan:

$$W_{P_3 \rightarrow P_4} = 8 \times 10^{-6} \{ -1.7 \times 10^3 - (-9.6 \times 10^3) \} = 6.3 \times 10^{-2} \text{ J [0.2]}$$

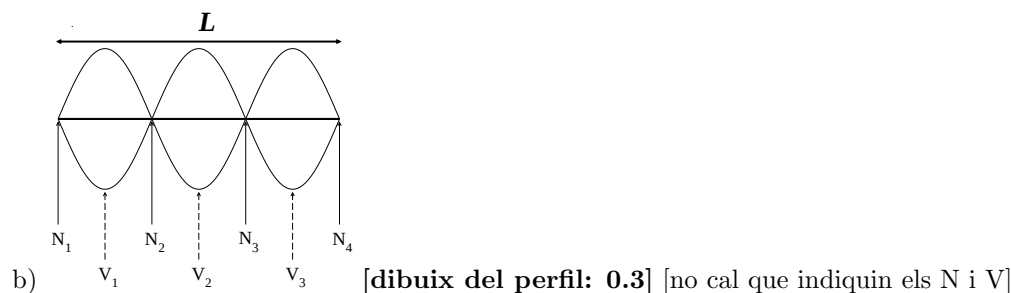
Al ser una quantitat positiva, el treball serà realitzat pel camp. **[0.1]**

P5)



$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L = 156 \text{ cm [0.4]}$$

$$v = \lambda_1 \nu_1 = 1.56 \cdot 220 = 343 \text{ m/s [0.4]}$$



$$L = 3 \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} = 52.0 \text{ cm}$$

Posicions dels N i els V des de l'extrem esquerra de la corda:

$$x(N_1) = 0.00; \quad x(N_2) = 26.0 \text{ cm}; \quad x(N_3) = 52.0 \text{ cm}; \quad x(N_4) = 78.0 \text{ cm [0.4]}$$

$$x(V_1) = 13.0 \text{ cm}; \quad x(V_2) = 39.0 \text{ cm}; \quad x(V_3) = 65.0 \text{ cm [0.3]}$$

[si indiquen on estan els N i V i no calculen les posicions, resteu **0.3**]

Opció B
P3)

a) Si $V < 0 \Rightarrow q < 0$ [0.2]

$$\left. \begin{array}{l} V = k \frac{q}{d} \\ E = k \frac{q}{d^2} \end{array} \right\} \Rightarrow d = \left| \frac{V}{E} \right| = 9,00 \text{ m [0.4]}$$

$$q = \frac{dV}{k} = -6,00 \times 10^{-6} \text{ C [0.4]}$$

b) Les línies de camp segueixen la direcció radial amb centre la càrrega q [0.25] i el sentit és apuntant cap a la càrrega [0.25].

Les superfícies equipotencials són esferes centrades en la càrrega q [0.25] i són més juntes com més a prop estan de la càrrega que les genera. [0.25]

P4)

a)

$$v = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{300 \text{ s}^{-1}} = 1,13 \text{ m [0.4]}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 1,88 \times 10^3 \text{ rad/s [0.3]}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 3,33 \times 10^{-3} \text{ s [0.3]}$$

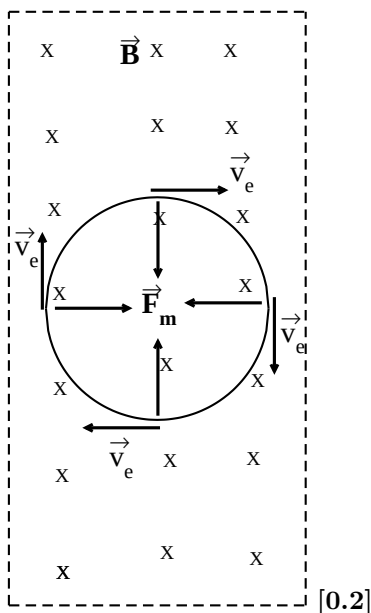
b) b1. La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.

b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. Justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.

Cada apartat acertat [0.5]

P5)

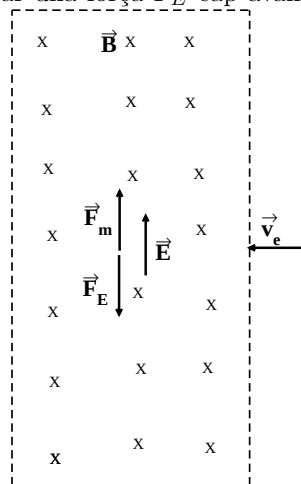
- a) La trajectòria serà circular, ja que a l'entrar en la zona on actua el camp magnètic, apareix una força $\vec{F}_m$ perpendicular a la velocitat, que és la força centrípeta del M.C.U., girarà en sentit horari. [0.2]



$$\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad [0.2]$$

$$F_m = m_e \frac{v^2}{R} = q v B \Rightarrow m_e \frac{v}{R} = q B \Rightarrow m_e \omega = q B \Rightarrow \nu = \frac{q B}{m_e 2\pi} \quad [0.2] = 3.35 \times 10^{10} \text{ Hz} = 33.5 \text{ GHz} \quad [0.2]$$

- b) El camp elèctric $\vec{E}$ aplicat és perpendicular al camp magnètic i a la velocitat del electró i apunta en la mateixa direcció i sentit que la força magnètica, per tal d'originar una força $\vec{F}_E$ cap avall que compensi



la $\vec{F}_m$ i l'electró no es desvii en travessar el camp magnètic [0.4] [0.2]

$$\vec{F}_E = -e \vec{E}; F_m = F_E \Rightarrow e E = e v B \Rightarrow E = v B = 3,60 \times 10^5 \text{ N/C ó V/m} \quad [0.4]$$