

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

Física

Sèrie 3

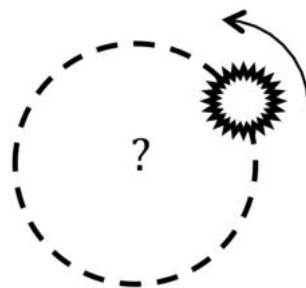
L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Un dels candidats a forat negre més pròxims a la Terra és A0620-00, que està situat a uns 3 500 anys llum. Es calcula que la massa d'aquest forat negre és de $2,2 \times 10^{31}$ kg. Encara que A0620-00 no és visible, s'ha detectat una estrella que descriu cercles amb un període orbital de 0,33 dies al voltant d'un lloc on no es detecta cap altre astre.

- a) Deduiu la fórmula per a obtenir el radi d'una òrbita circular a partir de les magnituds proporcionades. Utilitzeu aquesta fórmula per a calcular el radi de l'òrbita de l'estrella que es mou al voltant d'A0620-00.
- b) Calculeu la velocitat lineal i l'acceleració centrípeta de l'estrella i representeu els dos vectors $\mathbf{v}$ i $\mathbf{a}_c$ sobre una figura similar a la d'aquest problema.



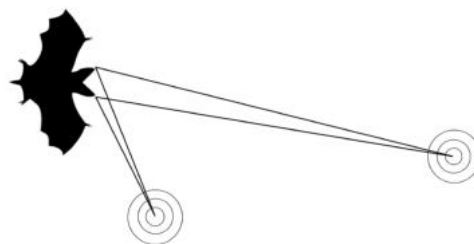
DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

P2) Tenim dues molles idèntiques. Un objecte A de 100 g que penja d'una de les molles oscil·la amb un període d'1,00 s i amb una amplitud de 5,00 cm.

- a) Volem que l'altra molla oscil·li amb la mateixa amplitud, però amb una freqüència doble que la de la molla de què penja l'objecte A. Quina massa hem de penjar a la segona molla?
- b) Els dos objectes es deixen anar des de l'extrem inferior de l'oscil·lació. Representeu en una gràfica velocitat-temps la velocitat de cadascun dels objectes quan oscil·len durant 2 s en les condicions descrites. En la gràfica heu d'indicar clarament les escales dels eixos, les magnituds i les unitats. Durant els 2 s representats en la gràfica, en quins moments la diferència de fase entre els dos objectes és de π radians?

OPCIÓ A

P3) Els ratpenats emeten uns xiscles en forma d'ultrasons i utilitzen els ecos d'aquests ultrasons per a orientar-se i per a detectar obstacles i preses. Una espècie de ratpenats emet ultrasons amb una freqüència de 83,0 kHz quan caça mosquits.



a) Calculeu la longitud d'ona i el període dels ultrasons emesos per aquests ratpenats. Considereu un mosquit situat a 1,5000 m de l'orella dreta i a 1,5030 m de l'orella esquerra del ratpenat. Calculeu la diferència de fase en l'eco percebut per cada orella, provinent del mosquit.

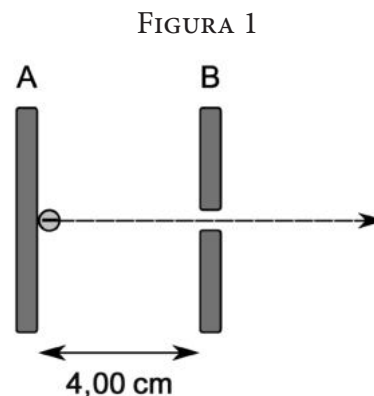
b) Quan el mosquit està més a prop, el ratpenat també podria utilitzar la diferència

d'intensitats dels ecos. Calculeu el quocient d'intensitats sonores $\frac{I_{\text{dreta}}}{I_{\text{esquerra}}}$ quan el

mosquit està a 33 cm de l'orella dreta i a 34 cm de l'orella esquerra i expresseu en decibels la diferència de nivells d'intensitat sonora. Considereu que l'eco es propaga uniformement des del mosquit en totes les direccions de l'espai.

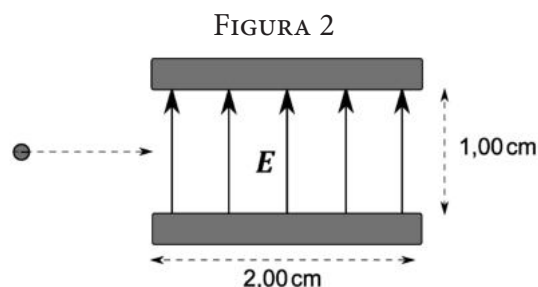
DADA: Velocitat dels ultrasons en l'aire = 340 m s^{-1} .

P4) Un canó electrònic que dispara electrons els accelera, mitjançant un camp elèctric uniforme generat per dues plaques metàl·liques (A i B), des del repòs fins a una velocitat de $2,00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ (figura 1). Dins del canó, els electrons inicien el recorregut a la placa A i viatgen cap a la placa B, per on surten horitzontalment cap a la dreta per un petit orifici. Les dues plaques són paral·leles i estan separades per 4,00 cm.



a) Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques i indiqueu quina placa té el potencial més alt i quina té el potencial més baix. Dibuixeu la figura 1 i representeu-hi les línies de camp elèctric entre les dues plaques.

b) Més endavant, els electrons passen entre dues altres plaques, que generen un camp elèctric uniforme de 500 N C^{-1} vertical cap amunt (figura 2). Calculeu l'acceleració dels electrons quan estiguin sota l'acció d'aquest camp elèctric i les dues components de la velocitat en sortir del recinte on hi ha el camp elèctric.



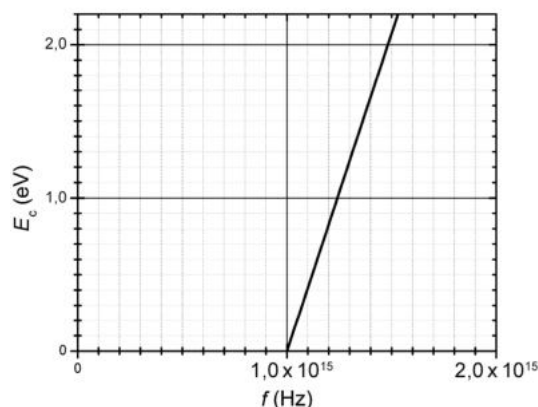
DADES: $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
 $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

NOTA: Considereu negligible el camp gravitatori.

P5) Al laboratori es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons emesos quan es fa incidir llum de freqüències diferents sobre una superfície metàl·lica. Els resultats obtinguts es mostren en la gràfica adjunta.

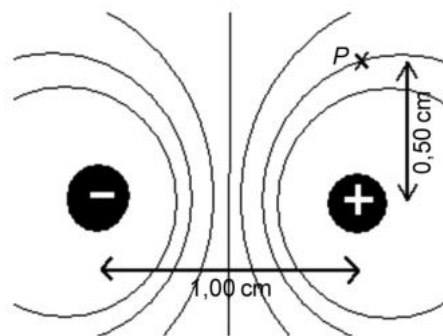
- Determineu el valor de la constant de Planck a partir de la gràfica.
- Calculeu l'energia mínima d'extracció dels electrons (en eV).

DADA: $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.



OPCIÓ B

P3) Un dipol està format per una càrrega positiva $+q$ i una càrrega negativa $-q$, del mateix valor, separades per 1,00 cm. En la figura s'han representat les superfícies equipotencials amb la mateixa separació de potencials entre cada parell de línies consecutives. Sabem que en el punt P el potencial és de +10 V.



- Reproduïu la figura i indiqueu els valors de potencial elèctric de cada una de les superfícies equipotencials que hi apareixen. Representeu-hi també, de manera aproximada, les línies de camp elèctric d'aquesta regió de l'espai.
- Calculeu el valor de les càrregues $+q$ i $-q$.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

P4) El potassi 40 (^{40}K) és un isòtop inestable. Es pot transformar en calci (Ca) mitjançant una desintegració β^- o en argó (Ar) mitjançant una desintegració β^+ . El nombre atòmic del calci és 20.

- Escriviu les equacions nuclears que corresponen a aquests processos, incloent-hi els neutrins i els antineutrins.
- També és possible que el potassi 40 capturi un electró de la seva escorça i emeti un fotó gamma de 1 460 MeV. Calculeu la longitud d'ona i la freqüència d'aquests raigs gamma. Calculeu també la disminució de la massa de l'àtom de potassi 40 deguda a l'energia que s'endú el fotó.

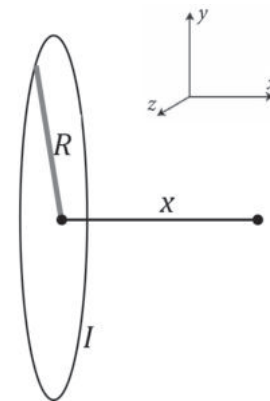
DADES: Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$.
 $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
 Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.
 $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

- P5)** Una espira magnètica es troba situada en el pla YZ , té un radi $R = 5 \text{ cm}$ i transporta un corrent de 10 A .
- Calculeu el mòdul del camp magnètic en el centre de l'espira (en μT).
 - Quin sentit ha de tenir el corrent elèctric que circula per l'espira perquè el camp magnètic en el centre vagi en el sentit positiu de l'eix x ?

DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per una espira magnètica en un punt de l'eix x és:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}.$$



Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El pistó d'un cilindre del motor d'explosió d'un vehicle desenvolupa un moviment vibratori harmònic simple. En un règim de funcionament determinat, té un recorregut de 20,0 cm (d'extrem a extrem) i el motor fa $1,91 \times 10^3$ rpm (revolucions per minut). En l'instant $t = 0,00$ s, el pistó està situat a 10,0 cm de la seva posició d'equilibri. Determineu:

- a) L'equació de moviment i la velocitat màxima del pistó.
- b) El valor de la força màxima que actua sobre el pistó, si té una massa de 200 g.

P2) En una zona de l'espai hi ha situades dues càrregues elèctriques puntuals de $3,0 \mu\text{C}$ i $-7,0 \mu\text{C}$ separades 15 cm l'una de l'altra. Calculeu:

- a) El camp elèctric en un punt situat sobre la línia que uneix les càrregues. Aquest punt està situat a una distància de 5,0 cm de la càrrega de $3,0 \mu\text{C}$ i a 10 cm de la càrrega de $-7,0 \mu\text{C}$. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- b) El punt entre les dues càrregues en el qual el potencial és nul.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}.$

OPCIÓ A

P3) La massa de Saturn crea un camp gravitatori al seu voltant. Un dels seus satèl·lits, Mimas, té una massa de $3,80 \times 10^{19}$ kg i descriu una òrbita pràcticament circular al voltant del planeta.

- a)** Si el període de Mimas al voltant de Saturn és de 22 h 37 min i 5 s, a quina altura per sobre de la superfície de Saturn orbita Mimas? A quina velocitat?
- b)** Quina és l'energia mecànica de Mimas? Què significa el signe del resultat?



DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$$R_{\text{Saturn}} = 5,73 \times 10^7 \text{ m.}$$

$$M_{\text{Saturn}} = 5,69 \times 10^{26} \text{ kg.}$$

P4) En una zona de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme de valor $\vec{B} = 2,00\vec{k}$ mT. Un electró, un neutró i un protó hi entren per l'origen de coordenades a la mateixa velocitat $\vec{v} = 5,00\vec{j}$ m s⁻¹.

- a)** Determineu el mòdul de la força que actua sobre cada partícula i indiqueu el tipus de moviment que fa cadascuna.
- b)** A continuació, situem paral·lelament a l'eix Y, a 3,00 mm de l'origen de coordenades, un fil infinit pel qual circula un corrent I . Determineu el valor del corrent del fil que fa que el protó segueixi una trajectòria rectilínia. Considereu que el mòdul del camp magnètic creat per aquest fil infinit és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$, en què $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ i R és la distància al fil conductor.

DADES: Càrrega elèctrica del protó, $q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Càrrega elèctrica de l'electró, $q_{\text{electró}} = -q_{\text{protó}}$.

P5) Il·luminem el càtode d'una cèl·lula fotoelèctrica amb un feix de llum verda de 560 nm de longitud d'ona i observem que s'origina un corrent elèctric. Comprovem que el corrent desapareix quan apliquem una tensió de 0,950 V (potencial de frenada).

- a)** Calculeu el treball d'extracció (funció de treball) i el llindar de freqüència del metall del càtode.
- b)** Expliqueu raonadament si es produirà efecte fotoelèctric quan un feix de llum de longitud d'ona més gran que el llindar de longitud d'ona incideixi sobre el metall. I si la freqüència del feix incident és més gran que el llindar de freqüència del metall?

DADES: $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

$$q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{Constant de Planck, } h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

$$\text{Velocitat de la llum, } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

OPCIÓ B

- P3)** Un aventurer desitja de batre definitivament el rècord del món de caiguda lliure plana deixar-se caure, partint d'un estat de repòs, des d'una altura de 330,0 km i no obrir el paracaigudes fins als 50,0 km d'altura. Calculeu:
- a)** L'acceleració de la gravetat quan comença el salt i quan obre el paracaigudes.
 - b)** La velocitat que portarà quan sigui a 80,0 km d'altura (considereu negligible la resistència de l'aire).

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$.

$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$.



- P4)** Una substància radioactiva es desintegra segons l'equació següent (en el sistema internacional, SI):

$$N = N_0 e^{-0,0050t}$$

- a)** Expliqueu el significat de les magnituds que intervenen en aquesta equació i indiqueu el període de semidesintegració de la substància. Justifiqueu la resposta.
- b)** Si en un moment determinat la mostra conté $1,0 \times 10^{28}$ nuclis d'aquesta substància, calculeu l'activitat que tindrà al cap de 4,0 hores.

- P5)** Una partícula α es llança en la direcció de l'eix X a una velocitat $\vec{v} = 8,00 \times 10^5 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$ i en presència d'un camp magnètic perpendicular $\vec{B} = 1,20 \vec{k} \text{ T}$.

- a)** Determineu la força magnètica que actua sobre la partícula i dibuixeu la trajectòria que seguirà dins del camp magnètic, així com els vectors velocitat, camp magnètic i força magnètica. Indiqueu en quin sentit gira la partícula.
- b)** Calculeu el radi de gir de la partícula i la freqüència del moviment circular en MHz.

DADES: $m_{\alpha} = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

$q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés



SÈRIE 3

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un zero si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat, tanmateix un resultat erroni amb un raonament correcte s'ha de valorar.
5. Un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si l'alumne ha resolt un problema per un altre procediment vàlid diferent del descrit en aquestes pautes, la resolució es considera vàlida.
7. Els errors d'unitats o el fet de no posar-les restaran el 20 % de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les unitats li haurem de puntuar 0,8 punts.
8. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions. Tanmateix, els errors en el càlcul restaran el 20% de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les càlculs li haurem de puntuar 0,8 punts.
9. Cal fer la substitució numèrica a les expressions que s'usen per resoldre les preguntes.
10. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.

PART COMUNA

P1)

a)

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

0.1 p $T=0,33 \text{ dies} = 28512 \text{ s}$

0.3 p
$$\left. \begin{aligned} G \frac{Mm}{R^2} &= m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} GMT^2 = 4\pi^2 R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

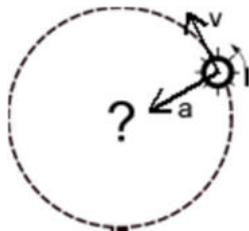
0.3 p

0.3 p
$$R = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 2,2 \times 10^{31} \times (28512)^2}{4\pi^2}} = 3,11 \times 10^9 \text{ m}$$

b)

0.4 p
$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R = \frac{2\pi}{28512} 3,11 \times 10^9 = 6,85 \times 10^5 \text{ m/s}$$

0.4 p
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(6,85 \times 10^5)^2}{3,11 \times 10^9} = 151 \text{ m/s}^2$$

0.2 p

P2)

a)

0.2 p

$$f_A = \frac{1}{T_A} = \frac{1}{1} = 1\text{Hz} \rightarrow \omega_A = 2\pi f_A = 2\pi \text{rad/s}$$

$$f_B = 2f_A = 2\text{Hz} \rightarrow \omega_B = 2\pi f_B = 4\pi \text{rad/s}$$

0.2 p

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m_A}} \Rightarrow k = \omega_A^2 m_A = (2\pi)^2 \times 0,1 = 4\pi^2 \times 0,1 = 0,4\pi^2 \text{N/m}$$

0.6 p

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{m_B}} \Rightarrow m_B = \frac{k}{\omega_B^2} = \frac{0,4\pi^2}{(4\pi)^2} = 0,025\text{kg} = 25\text{g}$$

També és vàlid:

0.8 p

$$\frac{\omega_A^2}{\omega_B^2} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow m_B = m_A \frac{\omega_A^2}{\omega_B^2} = \frac{(2\pi)^2}{(4\pi)^2} \times 0,1 = 0,025\text{kg} = 25\text{g}$$

b)

0.2 p

$$v_{A,\max} = A\omega_A = 0,05 \times 2\pi = 0,31\text{m/s}$$

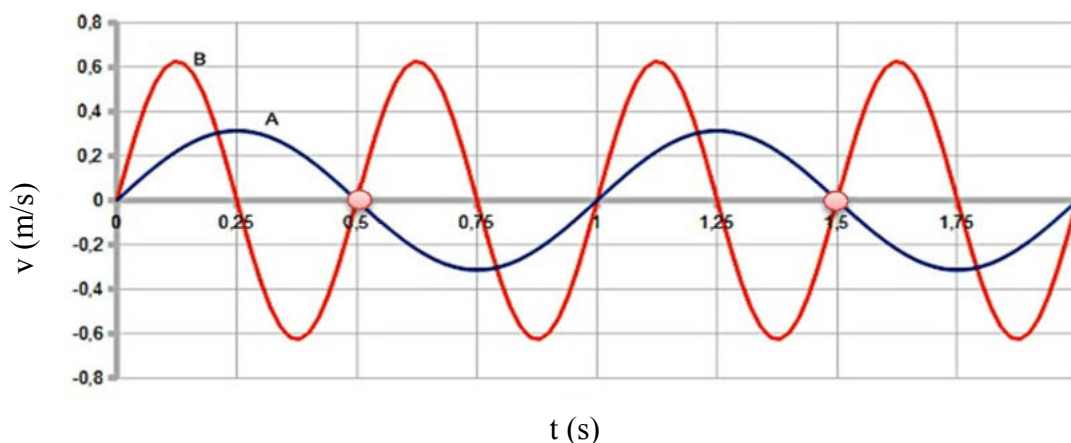
$$v_{B,\max} = A\omega_B = 0,05 \times 4\pi = 0,63\text{m/s}$$

0.2 p

$$\text{Si } f_B = 2f_A \Rightarrow T_B = 0,5\text{s}$$

$$T_A = 1\text{s}$$

0.6 p



El gràfic es construeix atenent els valors màxims de la velocitat i als períodes de 1 s i 0,5 s, respectivament. La diferència de fase és de π radianys quan estan en oposició de fase. Això passa a 0,5 s i a 1,5 s (en aquests moments cada objecte està a un extrem diferent, amb $v=0$).

OPCIÓ A

P3)

a)

0.2 p $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{83 \times 10^3} = 4,1 \times 10^{-3} m = 4,1 mm$

0.2 p $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{83 \times 10^3} = 1,20 \times 10^{-5} s = 12 \mu s$

0.3 p $y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$
Diferència de fase = $kx_1 - kx_2$

0.3 p Diferència de fase = $\frac{2\pi}{4,1 \times 10^{-3}} (1,503 - 1,500) = 4,60 rad$

(també seria vàlid $2\pi - 4,60 = 1,69 rad$)

b)

0.2 p $I = \frac{W}{4\pi R^2}$ on W és la potència de l'ultrasò reemès pel mosquit

0.3 p $\frac{I_{dreta}}{I_{esquerra}} = \frac{R_{esquerra}^2}{R_{dreta}^2} = \frac{34^2}{33^2} = 1,06$

$$\left. \begin{array}{l} L_{dreta} = 10 \log \frac{I_{dreta}}{I_0} \\ L_{esquerra} = 10 \log \frac{I_{esquerra}}{I_0} \end{array} \right\} L_{dreta} - L_{esquerra} = 10 \log \frac{I_{dreta}}{I_0} - 10 \log \frac{I_{esquerra}}{I_0} =$$

$$= 10 \log \frac{\frac{I_{dreta}}{I_0}}{\frac{I_{esquerra}}{I_0}} = 10 \log \frac{I_{dreta}}{I_{esquerra}} = 10 \log 1,06 = 0,26 dB \quad \mathbf{0.5 p}$$

P4)

a) L'electró manté la seva energia mecànica quan va de A a B, $E_A = E_B$

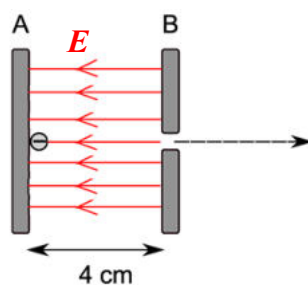
0.2 p $0 + q_e V_A = \frac{1}{2} m_e v_B^2 + q_e V_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v_B^2 = q_e (V_A - V_B)$

0.4 p $V_A - V_B = \frac{1}{2} \frac{m_e v_B^2}{q_e} = \frac{1}{2} \times \frac{9,11 \times 10^{-31}}{1,6 \times 10^{-19}} \times (2,00 \times 10^6)^2 = -11,4V$

ó $V_B - V_A = 11,4V \Rightarrow V_B > V_A$

0.4 p

Esquema



b)

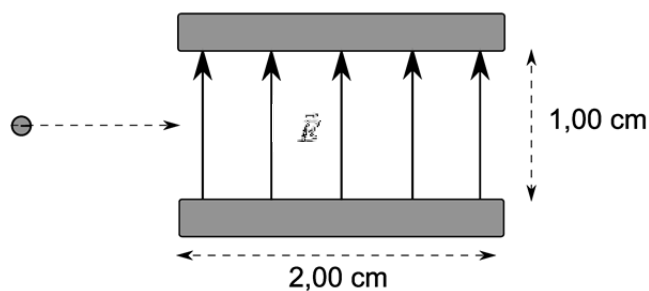
0.1 p $\vec{F}_e = q_e \vec{E} = m \vec{a}$

0.4 p $\vec{a} = \frac{q_e}{m_e} \vec{E} = \frac{(-1,6 \times 10^{-19})}{9,11 \times 10^{-31}} \times 500 \vec{j} = -8,78 \times 10^{13} \vec{j} m/s^2$

0.2 p $\vec{v}_x = c t t = 2 \times 10^6 \vec{i} m/s$

0.1 p $t = \frac{e}{v_x} = \frac{0,02}{2 \times 10^6} = 10^{-8} s$

0.2 p $\vec{v}_y = \vec{a}_y t = -8,78 \times 10^5 \vec{j} m/s$



També serà vàlida la solució de les components de la velocitat sense vectors unitaris.

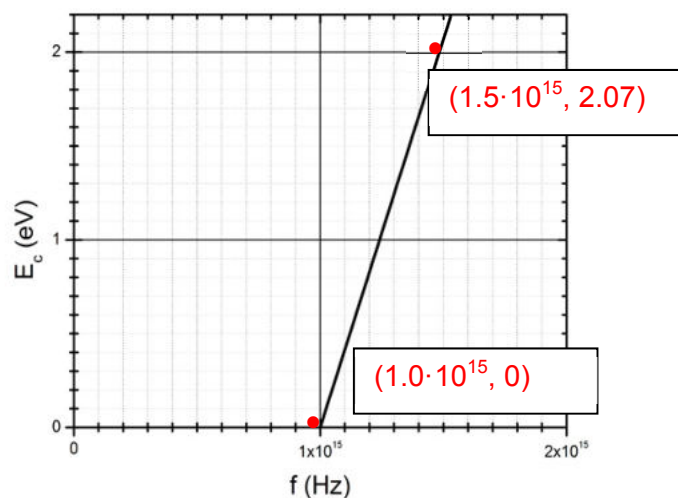
P5)

a)

$$0.3 \text{ p } E = hf - \underbrace{hf_0}_{W_{\text{extracció}}} = h(f - f_0)$$

A partir del pendent de la recta es calcula la constant de Planck.

Triem per exemple, els punts:
 $(1.5 \cdot 10^{15}, 2.07)$ i $(1.0 \cdot 10^{15}, 0)$



0.7 p

$$pendent \approx \frac{(2.07 \times 1.6 \times 10^{-19}) - 0}{1.5 \times 10^{15} - 1.0 \times 10^{15}} = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

Es poden acceptar valors aproximats ja que estem llegint una gràfica.

b)

0.4 p La freqüència llindar f_0 , és, segons la gràfica: 10^{15} Hz

La energia mínima d'extracció dels electrons és:

$$0.6 \text{ p } W_{\text{extracció}} = hf_0 = 6.62 \times 10^{-34} \times 10^{15} = 6.62 \times 10^{-19} \text{ J} = 4.14 \text{ eV}$$

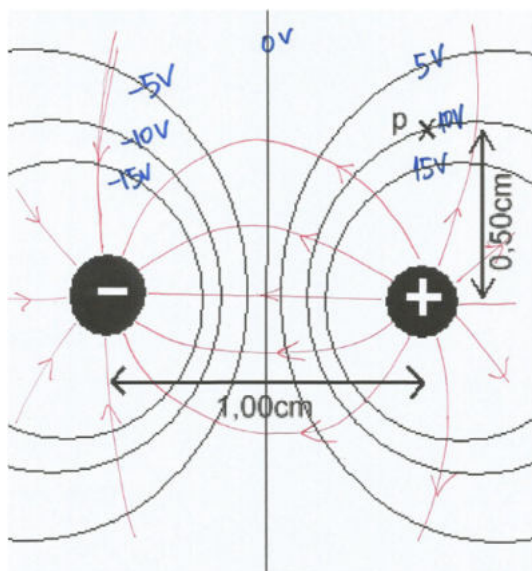
OPCIO B

P3)

a)

La superfície equipotencial que passa per P és la de +10V i el pla que equidista de les dues càrregues ha de ser el de 0 V, de manera que la diferència entre superfícies consecutives ha de ser de 5 V **0.6 p** (Indicar correctament els valors de potencial elèctric en la figura)

Dibuixar correctament les línies del camp elèctric en la figura **0.4 p**



b)

0.3 p
$$V_P = kq_+ \frac{1}{r_+} + kq_- \frac{1}{r_-}$$

0.3 p
$$10 = 8,99 \times 10^9 \times q \times \left(\frac{1}{0,005} - \frac{1}{\sqrt{0,005^2 + 0,01^2}} \right)$$

0.4 p
$$q_+ = 1,0 \times 10^{-11} \text{ C}; \quad q_- = -1,0 \times 10^{-11} \text{ C}$$

P4)

a)

0.5 p

Desintegració β^- ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{20}\text{Ca} + \beta^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$ Si no es posa el antineutrí: **-0.2p**

0.5 p

Desintegració β^+ ${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\text{Ar} + \beta^+ + {}^0_0\nu_e$ Si no es posa el neutrí: **-0.2 p**

$$\beta^- = {}^0_{-1}e ; \beta^+ = {}^0_1e$$

b)

0.1 p

$$E = 1460 \text{ MeV} = 1460 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{1 \text{ eV}} = 2.336 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

0.2 p

$$E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{E}{h} = \frac{2.336 \cdot 10^{-10}}{6.63 \cdot 10^{-34}} = 3.52 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1}$$

0.3 p

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{3.52 \cdot 10^{23}} = 8.51 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

0.4 p

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{2.336 \cdot 10^{-10}}{(3,00 \cdot 10^8)^2} = 2.60 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

P5)

a)

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

0.6 p

$$B(x=0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

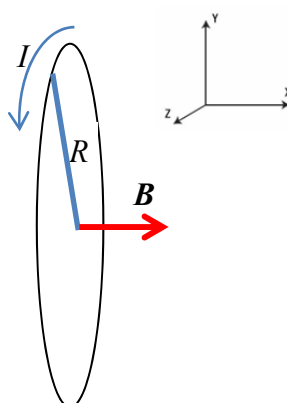
0.4 p

$$B(x=0) = \frac{4\pi 10^{-7} \times 10}{2 \times 0,05} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ T} = 126 \mu\text{T}$$

b)

1 p

Si el camp magnètic al centre de l'espina esta dirigit cap al sentit positiu de l'eix x, ($B\vec{i}$), el sentit del corrent elèctric és antihorari (justificació amb la regla de la mà dreta).



Sèrie 5

P1)

- a) Si el motor realitza $1,91 \cdot 10^3$ rpm, la seva freqüència angular serà:

$$\omega = 1,91 \cdot 10^3 \frac{\text{voltes}}{\text{minut}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{volta}} \times \frac{\text{minut}}{60\text{s}} = 200 \text{ rad/s} \quad \boxed{0.2}$$

L'equació del MVHS és:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

D'altra banda: $2A = 20,0 \text{ cm}$, per tant $A = 10,0 \text{ cm}$ 0.2

Com que: $x(t=0) = \pm A \Rightarrow \phi = \pm\pi/2$ el que és el mateix:

$$x(t) = A \sin(\omega t \pm \pi/2) \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

(també seria vàlida la solució: $x(t) = \pm A \cos(\omega t + \phi)$ amb $\phi = 0$)

D'altra banda:

$$v(t) = \pm A\omega \cos(\omega t \pm \pi/2) \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant:

$$v_{\text{màxima}} = A\omega = 20,0 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

- b) La constant de recuperació en un MVHS ve donada per: $k = \omega^2 m$ 0.4 de manera que la força recuperadora màxima en un MVHS és:

$$F_{\text{màxima}} = kA \quad \boxed{0.2} = 800 \text{ N} \quad \boxed{0.4}$$

P2)

- a) Atès que les càrregues tenen signe diferent i el punt on hem de calcular el camp està situat entre les dues càrregues, el camp total serà la suma dels valors absoluts dels camps de cada una de les càrregues, la direcció serà la de la recta que uneix les dues càrregues i sentit el de la càrrega positiva a la negativa.

0.3

$$|\vec{E}_{3\mu\text{C}}| = 9,0 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 1,08 \cdot 10^7 \text{ N/C} \quad \boxed{0.2}$$

$$|\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| = 9,0 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-6}}{(1 \cdot 10^{-1})^2} = 6,3 \cdot 10^6 \text{ N/C} \quad \boxed{0.2}$$

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_{3\mu\text{C}}| + |\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| = 1,7 \cdot 10^7 \text{ N/C} \quad \boxed{0.3}$$

- b) Sigui x la distància que hi ha entre la càrrega de $3\mu\text{C}$ i el punt on calculem el potencial.

$$V(x) = 9,0 \cdot 10^9 \left\{ \frac{3 \cdot 10^{-6}}{x} + \frac{-7 \cdot 10^{-6}}{0,15 - x} \right\} = 0 \quad \boxed{0.5} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{x} - \frac{7}{0,15 - x} = 0 \Rightarrow 0,45 - 3x = 7x \Rightarrow x = 0,045 \text{ m} = 4,5 \text{ cm} \quad \boxed{0.5}$$

Opció A P3)

- a) La força d'atracció gravitatòria de Saturn sobre Mimas serà igual a la massa de Mimas per la seva acceleració centrípeta: **0.1**

$$G \frac{M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}^2} = M_M \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{\text{òrbita}} \quad \text{0.1}$$

$$r_{\text{òrbita}} = \sqrt[3]{\frac{G M_S T^2}{4\pi^2}} = 1,85 \cdot 10^8 \text{ m} \quad \text{0.3}$$

Per tant l'alçada respecte la superfície de Saturn serà: $h = r_{\text{òrbita}} - R_{\text{Saturn}} = 1,28 \cdot 10^8 \text{ m}$ **0.2**

La seva velocitat orbital serà: $v_{\text{orbital}} = \omega r_{\text{òrbita}} = \frac{2\pi}{T} r_{\text{òrbita}} = 1,43 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ **0.3**

- b) L'energia mecànica de Mimas serà:

$$\left. \begin{aligned} E_m &= E_T = \frac{1}{2} M_M v_{\text{orbital}}^2 - \frac{G M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} \\ G \frac{M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}^2} &= M_M \frac{v_{\text{orbital}}^2}{r_{\text{òrbita}}} \Rightarrow v_{\text{orbital}}^2 = \frac{G M_S}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$E_m = E_T = -\frac{1}{2} \frac{G M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} = -3,90 \cdot 10^{27} \text{ J} \quad \text{0.2}$$

El signe negatiu significa que el satèl·lit Mimas està girant en una òrbita estable al voltant de Saturn. **0.2**

P4)

- a) La força que fa un camp magnètic sobre una partícula carregada en moviment és $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ **0.2**. Com que ara la velocitat i el camp magnètic són perpendiculars, el mòdul de la força és simplement $F = q v B$. **0.1** L'electró i el protó tenen la mateixa càrrega en valor absolut de forma que el mòdul de la força que fa el camp és el mateix

$$F = (1.60 \cdot 10^{-19})(5)(2 \times 10^{-3}) \equiv 1.60 \cdot 10^{-21} \text{ N} \cdot \text{0.2}$$

Per altra banda, el neutró no té càrrega elèctrica i per tant la força que actua sobre ell és $F = 0 \text{ N}$. **0.1**

Atès que la càrrega del protó és positiva, la força que fa el camp es dirigeix sobre l'eix X i en sentit positiu. **0.1** El protó descriu llavors un moviment circular en sentit horari vist des del semieix positiu Z. **0.1** Per altra banda, la càrrega de l'electró és negativa i el moviment que realitza és també circular, però en sentit contrari al que realitza el protó. **0.1** El neutró segueix una trajectòria rectilínia a velocitat constant segons el sentit positiu de l'eix Y. **0.1**

- b) El camp magnètic creat per un fil infinit de corrent sobre un punt que es troba a una distància r de l'eix del fil és

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Per tal que el protó descrigui un moviment rectilini, cal que el camp magnètic total que actua sobre ell sigui 0. En el present cas, això vol dir que el fil ha de fer un camp $B_{\text{fil}} = -2.00 \cdot 10^{-3} \text{ T } \hat{k}$. **0.4**

Pel que fa al valor del corrent, el trobem imposant la condició

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 2.00 \cdot 10^{-3}, \quad \text{0.1}$$

o el que és el mateix

$$I = \frac{4\pi 10^{-3} 3 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 30.0 \text{ A} \cdot \text{0.5}$$

P5)

a)

$$E_{fotons} = W_0 + E_{c\text{ màxima}} \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda} - E_{c\text{ màxima}} \quad \boxed{0.2}$$

El potencial de frenada és una manera de determinar l'energia cinètica màxima:

$$E_{c\text{ màxima}} = q V_{\text{potencial de frenada}} \Rightarrow$$

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda} - q V_{\text{potencial de frenada}} \quad \boxed{0.2} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{560 \times 10^{-9}} - 1,6 \times 10^{-19} \cdot 0,95 = 2,03 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \boxed{0.2}$$

On W_0 és la funció de treball.

La freqüència llindar per produir efecte fotoelèctric és:

$$\nu_0 = \frac{W_0}{h} = \boxed{0.2} = 3,06 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\text{Si } \lambda > \lambda_0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} < \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow E(\lambda) = \frac{hc}{\lambda} < \frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \Rightarrow$$

No es pot produir efecte fotoelèctric 0.5

$$\text{Si } \nu > \nu_0 \Rightarrow E(\nu) = h\nu > h\nu_0 = W_0 \Rightarrow$$

En aquest cas sí que es produirà efecte fotoelèctric 0.5

Opció B
P3)

- a) L'acceleració de la gravetat en funció de l'alçada ve donada per l'expressió:

$$g(h) = \frac{G M_T}{(h + R_T)^2} \quad \boxed{0.4}$$

$$g(h = 330 \text{ km}) = 8,87 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.3} \quad g(h = 50 \text{ km}) = 9,66 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.3}$$

- b) Si considerem negligible la resistència de l'aire, durant tot el procés de caiguda l'energia es conserva, $\boxed{0.2}$ per tant:

$$E_m(h = 330 \text{ km}) = E_m(h = 80 \text{ km}) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow -\frac{G M_T m}{(330 + 6370) \cdot 10^3} = -\frac{G M_T m}{(80 + 6370) \cdot 10^3} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 G M_T \left\{ \frac{1}{(80 + 6370) \cdot 10^3} - \frac{1}{(330 + 6370) \cdot 10^3} \right\}} = 2,15 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \boxed{0.5}$$

P4)

- a) $N(t)$ és el nombre de nuclis que queden de la substància radioactiva, després que hagi passat un temps t , si en tenim un nombre N_0 a l'instant inicial. $\boxed{0.2}$

L'exponent 0.005 s^{-1} és la constant de desintegració radioactiva $\Rightarrow \lambda = 0,005 \text{ s}^{-1} \quad \boxed{0.2}$

El període de semidesintegració és el temps que ha de passar perquè es reduïxi a la meitat la quantitat d'una substància radioactiva $\boxed{0.2} \Rightarrow$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln(1) - \ln(2) = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1,4 \cdot 10^2 \text{ s} \quad \boxed{0.4}$$

- b) L'activitat d'una substància radioactiva es defineix com:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = (-\lambda)(-N_0) e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow$$

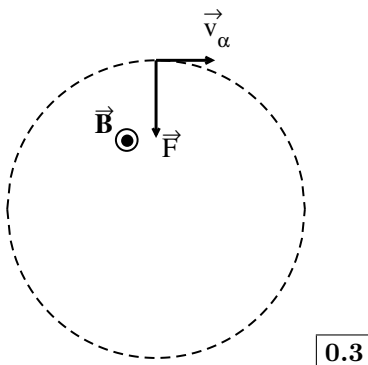
$$A(t = 4 \text{ hores}) = 0,005 \text{ s}^{-1} \cdot 10^{28} \text{ nuclis} e^{-(0,005 \text{ s}^{-1} \cdot 4 \text{ hores} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{hora}})} = 2,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{nuclis}}{\text{s}} \quad \boxed{0.5}$$

P5)

- a) La força de Lorentz ve donada per l'expressió:

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \boxed{0.2} = 2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot (\vec{i} \wedge \vec{k}) = -3,07 \cdot 10^{-13} \vec{j} \text{ N} \quad \boxed{0.2}$$

La trajectòria serà circular ja que la força és perpendicular a la la velocitat de la partícula, $\boxed{0.2}$ i girarà en el pla xy en sentit horari. $\boxed{0.1}$



b) La força de Lorentz serà la força centrípeta que ens farà girar la partícula α : **0.2**

$$m_{\alpha} \frac{v^2}{r} = q v B \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow r = \frac{m_{\alpha} v}{q B} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow$$

$$2 \pi \nu r = v \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow \nu = \frac{v}{2 \pi r} = \frac{qB}{2 \pi m_{\alpha}} = 9,20 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 9,2 \text{ MHz} \quad \mathbf{0.2}$$