

Proves d'accés a la universitat

Física

Sèrie 2

Qualificació			TR
Problemes	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
	7		
	8		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responen a QUATRE dels vuit problemes següents. En el cas que respongueu a més problemes, només es valoraran els quatre primers.

Cada problema val 2,5 punts.

- P1) a)** Un satèl·lit descriu una trajectòria circular de radi R al voltant d'una massa central. El temps que triga a donar-hi una volta sencera és T . Deduïu l'expressió per a calcular la intensitat del camp gravitatori, g , creat per la massa central en els punts de l'òrbita del satèl·lit en funció dels paràmetres R i T . Considereu que la Lluna descriu una òrbita circular al voltant de la Terra amb una distància entre centres de 384×10^6 m i amb un període de 27,3 dies. Fent ús només d'aquestes dues dades i de l'expressió trobada anteriorment, calculeu la intensitat del camp gravitatori als punts de l'òrbita de la Lluna.

[1,25 punts]

- b)** Deduïu l'expressió de l'energia cinètica mínima necessària perquè un coet de massa m pugui escapar d'un objecte astronòmic de massa M i radi R . Quantes vegades més gran és l'energia cinètica mínima perquè el coet pugui escapar de la Terra respecte de l'energia mínima que necessita per a escapar de la Lluna? (Només podeu fer servir les dades donades tot seguit.)

[1,25 punts]

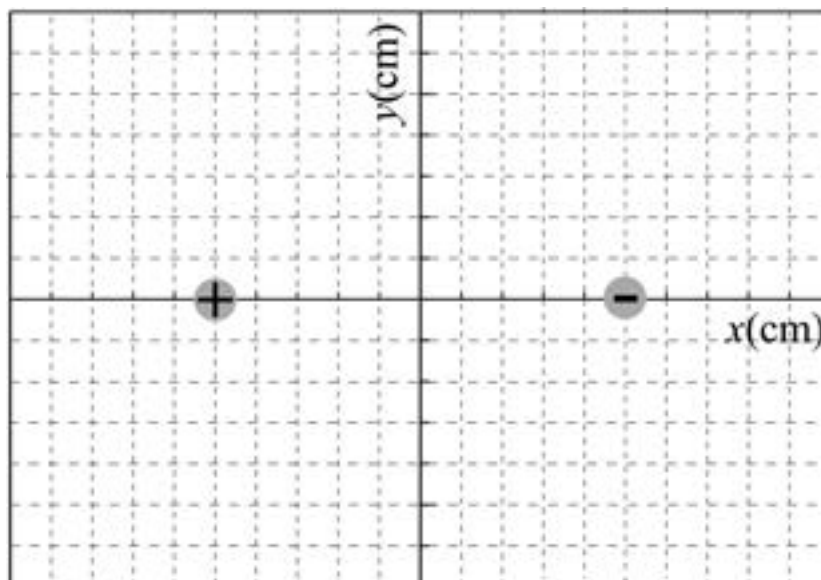
DADES: $M_{\text{Terra}} = 81,3 M_{\text{Lluna}}$
 $R_{\text{Terra}} = 3,67 R_{\text{Lluna}}$

P2) Un dipol elèctric és un sistema de dues càrregues puntuals d'igual magnitud Q i signe oposat.

- a)** Representeu dins del requadre adjunt les línies de camp elèctric creades per un dipol elèctric. Representeu la projecció de les superfícies equipotencials en el pla de la figura.

Orientació: per al camp elèctric dibuixeu 12 línies de camp i 3 línies equipotencials per cada càrrega.

[1,25 punts]

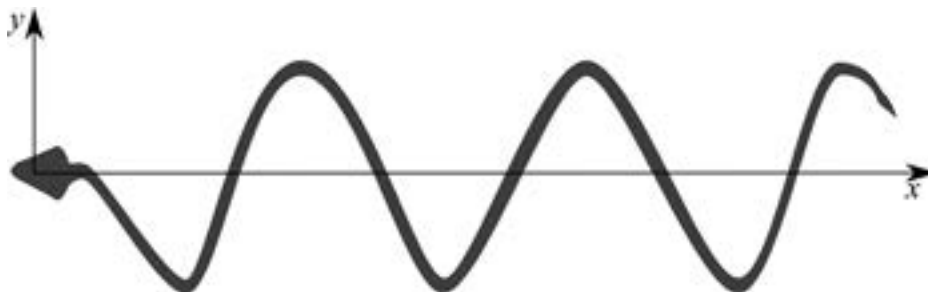


- b)** El valor de la càrrega és $|Q| = 1,50 \mu\text{C}$, la càrrega positiva està situada a -5 cm i la càrrega negativa està situada a 5 cm . Calculeu el camp elèctric creat pel dipol elèctric a l'origen de coordenades i també el valor del potencial elèctric a l'origen de coordenades. Per a les magnituds vectorials podeu donar les components o el mòdul, la direcció i el sentit.

[1,25 punts]

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

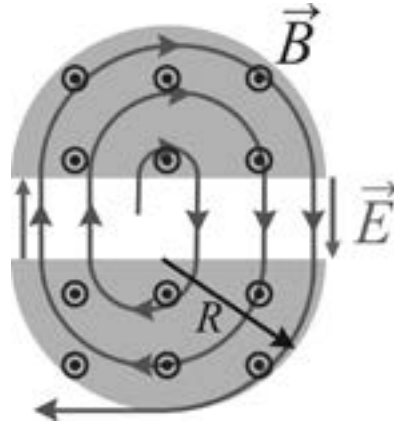
- P3)** El moviment d'una anguila es pot aproximar al d'una ona harmònica transversal que es propaga des del cap fins a la cua. Per a estudiar-ne el moviment hem de simplificar: no considerem l'aportació al moviment de la resta de músculs del cos, i suposem, simplement, que l'ona es genera al cap de l'anguila, que vibra amb una freqüència de 0,50 Hz i amb una amplitud de 5,00 cm. La distància entre dos punts consecutius del cos de l'anguila que estan en el mateix estat de vibració és de 20,0 cm.



- a)** Calculeu la velocitat a la qual es propaga l'ona pel cos de l'anguila, la freqüència angular i el nombre d'ona. Si a l'instant inicial el cap té una elongació zero i la velocitat d'oscil·lació transversal és positiva, determineu l'expressió de l'equació d'ona. Per a l'equació d'ona utilitzeu el sistema de coordenades de la figura superior, on el cap de l'anguila es troba sempre a l'origen de les abscisses.
- [1,25 punts]
- b)** A partir de l'equació d'ona, deduiu i calculeu els mòduls de la velocitat i de l'acceleració màximes de l'oscil·lació transversal. Si la longitud total de l'anguila és de 58,0 cm, calculeu també la velocitat i l'acceleració transversals a la cua 10 s més tard d'haver iniciat el moviment.

[1,25 punts]

- P4)** Un ciclotró és un accelerador de partícules format per dos elèctrodes buits semicirculars (en forma de D) on actua un camp magnètic homogeni $\vec{B}$ perpendicular al pla horitzontal (pla de la figura). Així, a l'interior dels elèctrodes les partícules carregades positives, que es mouen en el pla horitzontal, descriuen una trajectòria circular. A l'espai buit que separa els dos elèctrodes s'aplica un camp elèctric altern $\vec{E}$, de manera que les partícules són accelerades. Inicialment, les partícules tenen poca velocitat i a cada cicle, en passar d'un semicercle a l'altre, van augmentant de velocitat i de radi de gir fins que finalment surten fora del ciclotró.



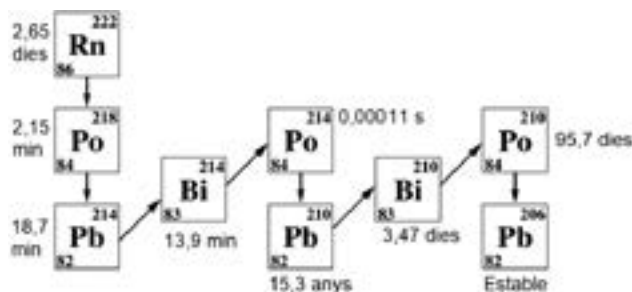
- a)** Les partícules tenen una càrrega elèctrica positiva q i una massa m . Deduïu l'expressió de la velocitat de les partícules en funció del quocient càrrega-massa (q/m), del radi r de la trajectòria de les partícules i del mòdul del camp magnètic. Comproveu que el temps de recorregut dins una D no depèn de la velocitat de les partícules. Per què el camp elèctric ha de ser altern? Trobeu l'expressió de la freqüència del camp elèctric.
- b)** El ciclotró té un radi de 0,50 m i un camp magnètic de 0,20 T. Quan hi accelerem protons, quina velocitat tenen quan surten del ciclotró? Quina és la longitud d'ona associada a aquests protons? Quin radi mínim hauria de tenir el ciclotró per a considerar que els protons tenen velocitats relativistes (és a dir, un 10 % de la velocitat de la llum)?

[1,25 punts]

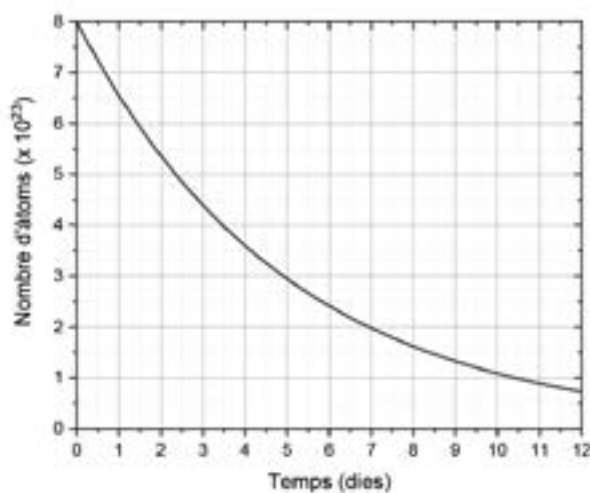
[1,25 punts]

DADES: $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg.
 $|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.
 $c = 3,00 \times 10^8$ m s⁻¹.
 $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s.

- P5)** El gas radó és una de les fonts de radioactivitat natural més abundants de la Terra. El radó prové de la descomposició d'elements radioactius naturals (com l'urani i el tori). El gas es difon a través del sòl fins a arribar a la superfície. La cadena de desintegració del radó $^{222}_{86}\text{Rn}$ inclou vuit desintegracions radioactives, fins que es forma l'isòtop estable del plom $^{206}_{82}\text{Pb}$. En la figura següent es representen els nuclis que formen part d'aquesta cadena de desintegració nuclear. Al costat de cada nucli, se n'indica el període de semidesintegració.



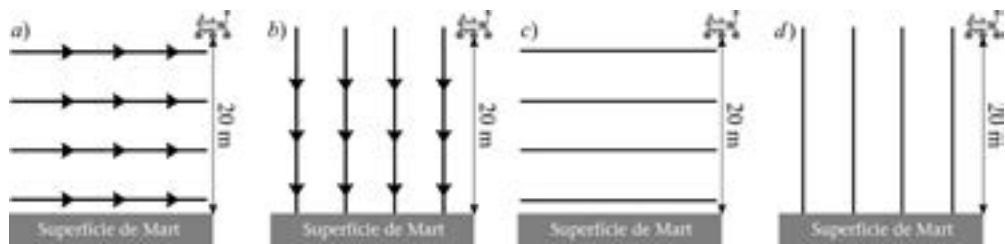
- a)** Escriviu les reaccions nuclears que permeten arribar al $^{206}_{82}\text{Pb}$ a partir del $^{222}_{86}\text{Rn}$.
[1,25 punts]
- b)** El gràfic següent correspon a l'evolució dels nuclis d'una de les desintegracions radioactives de la cadena del radó. La mostra estudiada inicialment tenia $8,00 \times 10^{23}$ nuclis. A partir del gràfic, determineu quin és el període de semidesintegració de la mostra, i raoneu a quin nucli de la cadena correspon. Amb aquesta dada calculeu quants dies han de passar fins que s'hagin desintegrat $7,95 \times 10^{23}$ àtoms.
[1,25 punts]



P6) El juliol del 2020 la NASA va posar en marxa una missió espacial que, entre altres tasques, havia de fer arribar el vehicle d'exploració *Perseverance* a la superfície de Mart. El 18 de febrer de 2021 va tenir lloc l'aterratge del vehicle. En la darrera etapa d'aquest procés complex d'aterratge, una grua fa baixar d'una manera controlada el vehicle des d'una altura de 20,0 m per sobre de la superfície de Mart. Durant tot aquest recorregut, la intensitat del camp gravitatori es pot considerar uniforme.

- a)** El valor absolut de la diferència de potencial gravitatori entre la superfície del planeta i un punt elevat 20,0 m per sobre de la superfície és 74,4 J/kg. A partir de la diferència de potencial, determineu el mòdul de la intensitat del camp gravitatori a la superfície de Mart. Quin dels esquemes següents (*a*, *b*, *c* o *d*) representa les línies equipotencials a la superfície de Mart? Situeu en el diagrama triat la línia de menor potencial (V_{baix}) i la de major potencial (V_{alt}). Justifiqueu totes les respostes.

[1,25 punts]

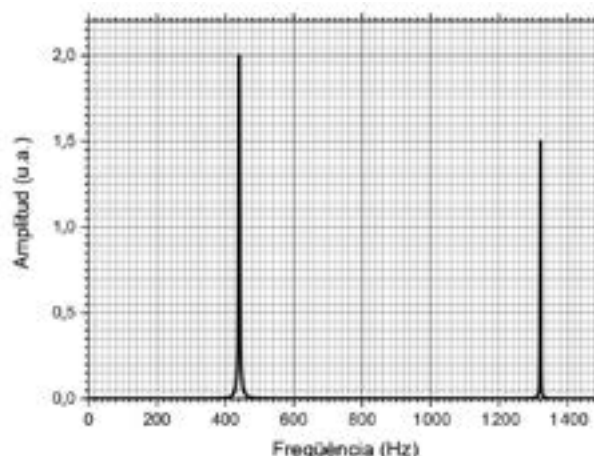


- b)** Si durant aquesta darrera etapa, el vehicle fa un descens de 20,0 m a una velocitat constant, quin treball ha fet la grua? Podeu negligir el treball fet per les forces de fregament.

[1,25 punts]

DADA: La massa del vehicle és 1 025 kg.

- P7)** Per a identificar els instruments musicals es pot utilitzar un espectre de freqüències. A la figura següent es representa l'espectre d'un instrument que es vol identificar. L'oboè és un instrument que té un extrem obert i un extrem tancat que és l'embocadura amb una canya. A l'extrem obert, l'amplitud de la vibració de les molècules és màxima: tenim un ventre. En canvi, a l'altre extrem, el tudell per on es bufa és una canya que comunica pressió a l'aire i impedeix que aquest es pugui moure amb llibertat: és un node. D'altra banda, en un piano les cordes estan pinçades pels dos extrems, és a dir, els dos extrems de la corda són nodes.



- a)** Quina és la freqüència fonamental d'aquest espectre? Determineu si es tracta d'un oboè o d'un piano, i justifiqueu la resposta. Determineu també la llargària del tub o de la corda.

[1,25 punts]

- b)** Un quintet de vent acostuma a estar format per cinc instrumentistes, normalment flauta travessera, oboè, clarinet, trompa i fagot. A l'inici de la interpretació d'una composició tots 5 toquen de forma suau i amb la mateixa intensitat, generant un nivell d'intensitat sonora de 80 dB a un espectador que es troba a una distància d'1,5 m. Quina és la potència sonora de cada instrument? Supposeu que aquesta potència es distribueix uniformement per tota l'àrea d'una semiesfera.

[1,25 punts]

DADES: $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

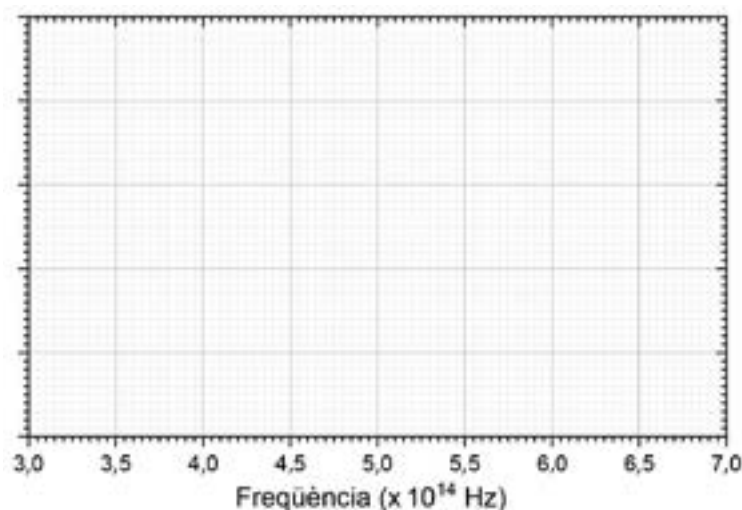
La velocitat del so en l'aire és de 340 m s^{-1} .

P8) Considereu un experiment d'efecte fotoelèctric en què el càtode és una làmina de cesi que té una freqüència llindar de $4,59 \times 10^{14}$ Hz.

- a)** Calculeu el treball d'extracció del càtode. Si il·luminem el càtode amb els diferents punters làser de la taula que hi ha a continuació, justifiqueu amb quins punters làser es produirà l'efecte fotoelèctric. Completeu la taula i representeu gràficament en la quadrícula adjunta l'energia cinètica màxima dels electrons (en eV) en funció de la freqüència dels fotons incidents (en Hz) per a un interval de freqüències entre $3,00 \times 10^{14}$ Hz i $7,00 \times 10^{14}$ Hz.

[1,25 punts]

Tipus de punter làser	Longitud d'ona (nm)	Freqüència ($\times 10^{14}$ Hz)	Energia fotó ($\times 10^{-19}$ J)	E_c electró ($\times 10^{-19}$ J)	E_c electró (eV)
Làser blau	460				
Làser verd	532				
Làser infraroig	1 080				



- b)** Il·luminem el càtode amb un làser de freqüència $8,00 \times 10^{14}$ Hz. Calculeu la velocitat i la longitud d'ona de De Broglie dels electrons arrencats del càtode amb la radiació d'aquest làser.

[1,25 punts]

DADES: $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a

--



Institut
d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Física

Sèrie 5

Qualificació			TR
Problemes	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
	7		
	8		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responen a QUATRE dels vuit problemes següents. En el cas que respongueu a més problemes, només es valoraran els quatre primers.

Cada problema val 2,5 punts.

P1) Edmond Halley, contemporani d'Isaac Newton, va descobrir que tres cometes descrits el 1531, el 1607 i el 1682 eren, en realitat, un mateix cometa, el cometa Halley. Aquest cometa descriu una òrbita el·líptica amb un període de 76 anys, aproximadament.

a) Determineu la longitud del semieix major de l'òrbita del cometa Halley. Representeu esquemàticament l'òrbita del cometa, indicant la posició del Sol, l'afeli (punt més allunyat) i el periheli (punt més proper).

[1,25 punts]

b) El periheli es troba a 0,586 ua del centre del Sol. Determineu la intensitat de camp gravitatori a l'afeli i al periheli.

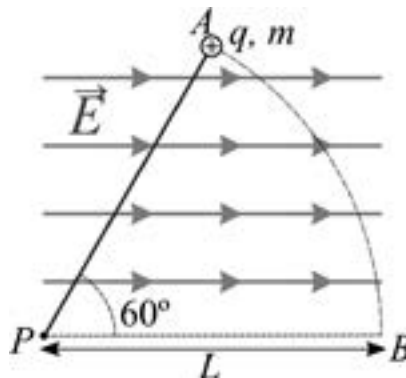
[1,25 punts]

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$m_{\text{Sol}} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$.

$1 \text{ ua} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.

- P2) Una partícula carregada és a sobre d'una taula horitzontal sense fricció i dins d'un camp elèctric homogeni i constant. La partícula està lligada amb un fil a un punt P respecte del qual pot pivotar lliurement. Inicialment, la partícula està subjectada al punt A i en repòs, de manera que el fil, que està tens, forma un angle de 60° respecte al camp elèctric.



- a) En la figura anterior, representeu sobre la partícula la força elèctrica $\vec{F}_e$ i la força que fa el fil $\vec{T}$. Calculeu el mòdul de la força elèctrica que actua sobre la partícula quan és a la posició A . Aquesta força elèctrica serà constant al llarg de la trajectòria des de A fins a B ? Justifiqueu la resposta.
[1,25 punts]
- b) Calculeu el mòdul de la velocitat de la partícula quan passa pel punt B . Justifiqueu la resposta i indiqueu el principi físic en què us heu basat.
[1,25 punts]

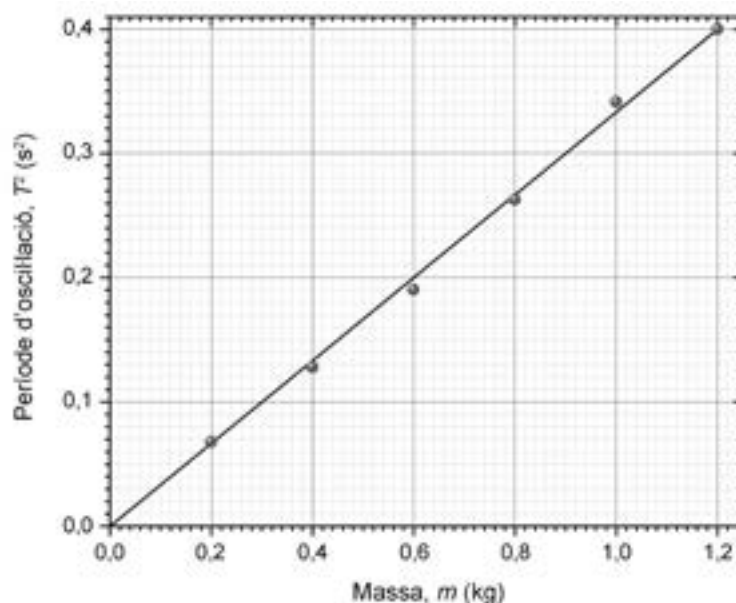
DADES: $L = 1,0 \text{ m}$.

$$m = 2,5 \text{ g}.$$

$$\vec{E} = 1,2 \times 10^3 \vec{i} \text{ V/m}.$$

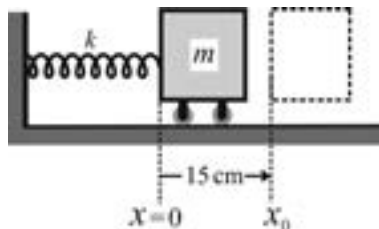
$$q = 3 \mu\text{C}.$$

- P3)** Per a estudiar les característiques d'una molla, hem hagut de mesurar la dependència del seu període d'oscil·lació en funció de la massa que hi està unida. La fricció entre la massa i el terra és negligible. En el gràfic següent representem el període mesurat al quadrat en funció de la massa. La línia correspon a la recta ajustada als punts experimentals.



- a)** Determineu el valor de la constant elàstica de la molla i de la freqüència d'oscil·lació deguda a una massa de 5,00 kg. Per a mesurar el període, hem mesurat el temps que triga a fer 20 oscil·lacions completes. Per quina raó creieu que es mesuren 20 oscil·lacions completes en lloc d'una per a determinar el període?

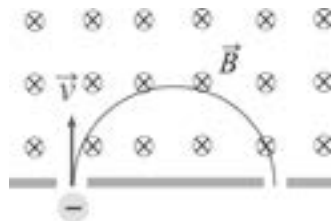
[1,25 punts]



- b)** Si, per a aquesta massa de 5,00 kg, iniciem l'oscil·lació des d'un punt situat a $x_0 = 15,0$ cm de la posició d'equilibri ($x = 0$) amb una velocitat inicial nul·la (com s'indica al dibuix), quina serà l'equació del moviment? Per a quina coordenada o coordenades x tindrem el mòdul de la velocitat màxima i per a quina coordenada o coordenades tindrem el mòdul de l'acceleració màxima? Justifiqueu la resposta.

[1,25 punts]

- P4)** Volem utilitzar un espectròmetre de masses per a separar els ions de carboni $^{12}_6\text{C}^-$ i $^{14}_6\text{C}^-$, amb la finalitat de datar un fòssil. En un gresol, sublimem el material i posteriorment, emprant un feix d'electrons, els àtoms són ionitzats, de manera que cada ió ha adquirit una càrrega $-e$. A continuació, fem passar aquests ions per un selector de velocitats, amb la qual cosa tots els ions entren dins l'espectròmetre amb la mateixa velocitat. Finalment, els ions són desviats per un camp magnètic, de manera que cada tipus d'ió surt per una obertura diferent (a la imatge següent es veu una d'aquestes obertures).



- a)** A partir de la força magnètica, determineu el radi de la trajectòria en funció de la massa de l'ió, m , de la seva velocitat, v , de la seva càrrega, e , i del mòdul del camp magnètic, B ; és a dir, dedueu com s'expressa el radi de la trajectòria en funció de m , v , e i B .
[1,25 punts]
- b)** Sabem que tots els ions entren dins l'espectròmetre amb una velocitat de $4,80 \times 10^5$ m/s i que els ions $^{12}_6\text{C}^-$ surten per una obertura situada a 30,0 cm de l'entrada. Calculeu el mòdul del camp magnètic. A quina distància de l'entrada hem de posar la segona obertura per a recollir els ions $^{14}_6\text{C}^-$?
[1,25 punts]

NOTA: En el càlcul de la massa dels ions, podeu negligir la massa dels electrons i suposar que els protons i els neutrons tenen la mateixa massa.

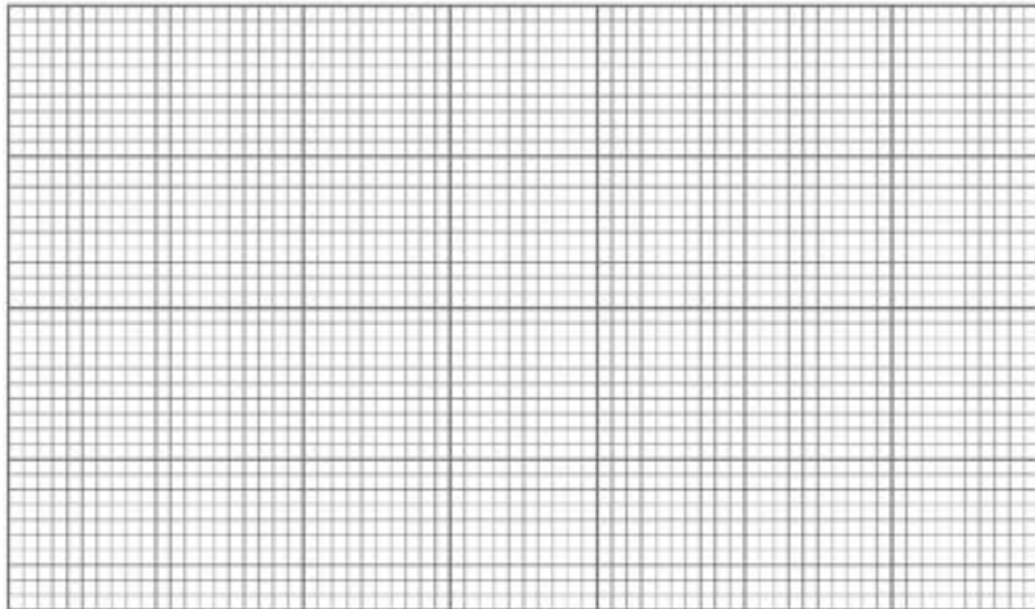
DADES: $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg.
 $|e| = 1,602 \times 10^{-19}$ C.

P5) En un accident de trànsit es veu involucrat un camió que transporta diferents tipus de residus nuclears. A conseqüència de l'impacte, part de la càrrega ha perdut l'embalatge i no es pot identificar el material recollit. Per l'aspecte, s'ha pogut saber que només s'han vessat dos tipus diferents de residus, però no és possible identificar amb certesa quin és cadascun. Per tal de gestionar correctament el material recollit, els agents de neteja encarreguen un estudi de l'activitat radioactiva que tenen. Es prenen dues mostres d'1 µg i s'obtenen els resultats següents:

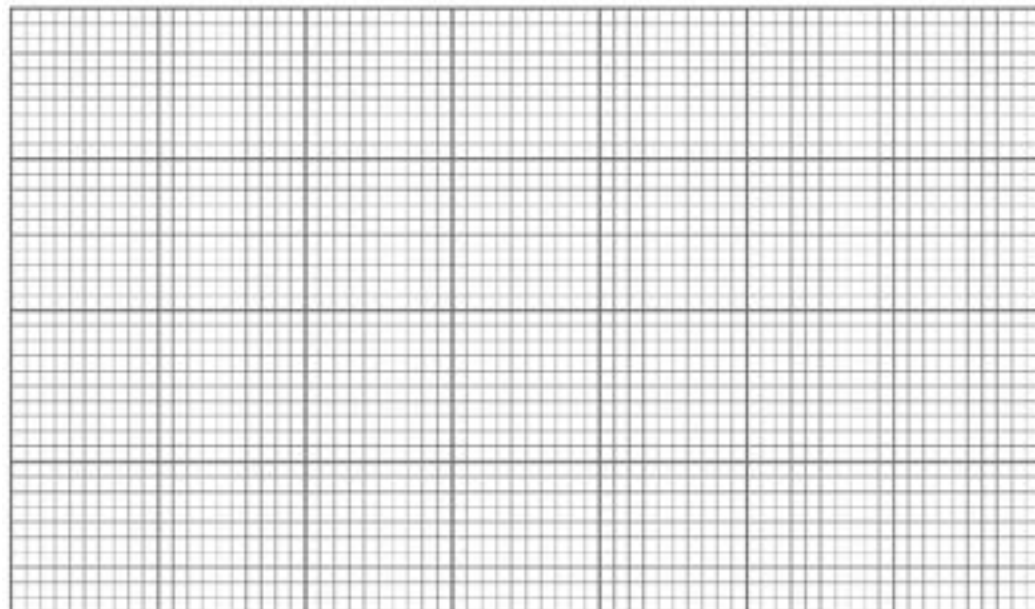
<i>Temps (min)</i>	60	150	240	330	420	510	600	690	780	870
<i>Mostra A (Bq)</i>	1 535	1 025	678	484	315	238	139	103	78	45
<i>Mostra B (Bq)</i>	260	215	170	145	114	92	82	68	55	47

- a)** Representeu l'activitat en funció del temps. Feu un gràfic per a cada mostra en la quadrícula corresponent. A cada gràfic, dibuixeu-hi la línia de tendència de les dades. [1,25 punts]
- b)** Determineu, aproximadament, el període de semidesintegració de cada mostra. [1,25 punts]

Mostra A:



Mostra B:



P6) Una línia de mitjana tensió de 25,0 kV proveeix una masia propera de l'energia elèctrica necessària. La necessitat de potència de la masia és de 18,0 kW. Tots els aparells de la masia funcionen a 220 V, per la qual cosa disposa d'un transformador que té un rendiment del 90 % i el seu primari requereix, com a mínim, una espira per cada 0,50 mA. Calculeu:

a) La intensitat elèctrica en el primari i en el secundari del transformador.

[1,25 punts]

b) El nombre mínim d'espores que tindrà cadascuna de les dues bobines del transformador.

[1,25 punts]

P7) La sirena d'una alarma d'un edifici emet una ona sonora de 0,136 m de longitud d'ona, que en l'aire es propaga a una velocitat d'uns 340 m/s. L'ona sonora arriba a un observador que està aturat en un semàfor, segons la direcció de l'eix x en sentit positiu i amb una amplitud A_0 .

a) Escriviu l'equació de l'ona harmònica plana, $A(x, t)$, que arriba a l'observador. Supposeu que la fase inicial és zero.

[1,25 punts]

b) A continuació, el semàfor es posa verd, i l'observador es posa en moviment i s'acosta a l'alarma a una velocitat constant. En aquestes condicions, l'observador percep un canvi de la freqüència de l'ona. Quin canvi de la freqüència percep l'observador? Quin o quins dels arguments següents descriuen millor aquest fenomen?:

1. El canvi de la freqüència és degut al moviment de la font.
2. L'aparent canvi de la freqüència és degut al moviment relatiu entre la font i l'observador.
3. El canvi en la longitud d'ona de la font és degut al moviment de l'observador.
4. L'aparent canvi de la longitud d'ona és degut al moviment de l'observador.

Justifiqueu la tria i per què heu descartat la resta d'arguments, i indiqueu el fenomen en què us heu basat.

[1,25 punts]

P8) A l'abadia de Westminster, a Anglaterra, s'hi coronen les reines i els reis britànics i s'hi enterren o honoren els personatges més distingits. També s'hi ret homenatge a una equació, l'equació de Dirac, que data de l'any 1928 i és l'única que hi ha per ara. L'equació de Dirac és un exemple d'equació amb conseqüències inesperades. Amb aquesta equació es va predir l'antimatèria a partir de la deducció de l'existència de l'antielectró, que després va passar a anomenar-se *positró*. El positró va ser descobert experimentalment el 1932, un any després d'haver estat predit.

- a)** Quina és l'energia mínima necessària d'un fotó, en MeV, perquè es materialitzi en un parell electró-positró? Calculeu la freqüència, la longitud d'ona i la quantitat de moviment d'aquest fotó.

[1,25 punts]

- b)** En la desintegració β^+ , es crea una partícula que és antimatèria. De quina partícula es tracta? En la desintegració β^- , quina partícula que també és antimatèria es crea? En el procés d'anihilació positró-electró, per quin motiu s'han de crear un parell de fotons que tenen la mateixa energia que el sistema i que viatgen en sentits oposats? Quant val la càrrega inicial, abans de l'anihilació positró-electró? I la càrrega final, després de l'anihilació?

[1,25 punts]

DADES: Massa de l'electró = massa del positró = $9,11 \times 10^{-31}$ kg.

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans



Sèrie 2

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostrï que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.
7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'hauré de puntuar amb 1 punt.
8. Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'hauré de puntuar amb 1 punt.
9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.



P1)

a)

0,25 p A partir de la intensitat del camp gravitatori obtenim el mòdul de la força de la gravitatòria: $F_g = mg$

0,2 p I la segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = m\vec{a}$

0,2 p Com que sobre el satèl·lit només actua la força de la gravetat: $a = g$

0,2 p D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de la Terra, la seva acceleració centrípeta és: $a = \frac{v^2}{R}$ o $a = \omega^2 R$

També s'ha de considerar correcte que directament s'expressi $mg = ma = m \frac{v^2}{R}$ o $mg = ma = m\omega^2 R$

0,2 p Per tant $g = R\omega^2 = R \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} R$

0,2 p $g = \frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{4\pi^2}{(27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2} 384 \times 10^6 = 2,72 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$

b)

0,2 p Com que el camp gravitatori es conservatiu, l'energia mecànica a la superfície d'un planeta o d'un satèl·lit és igual a l'energia mecànica a l'infinit.

0,2 p D'altra banda, l'energia mecànica mínima a l'infinit correspon a una energia cinètica nul·la, és a dir, l'energia mecànica mínima per poder escapar d'un objecte astronòmic és zero, $E_m(\infty) = 0$.

0,1 p Per tant, atès que $E_m = E_p + E_c = 0 \Rightarrow E_c = -E_p$

Així l'energia cinètica mínima que cal subministrar és: $E_c(\text{superfície}) = -E_p(\text{superfície})$

0,1 p Per tant, per a un objecte de massa m :

$$E_c(\text{superfície}) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

On M i R són la massa i el radi de l'objecte astronòmic, respectivament.

0,2 p per la Terra $E_c(\text{Terra}) = G \frac{M_T \cdot m}{R_T}$,

i per la Lluna $E_c(\text{Lluna}) = G \frac{M_{LL} \cdot m}{R_{LL}}$.



0,45 p

$$\frac{E_C(\text{Terra})}{E_C(\text{Lluna})} = \frac{G \frac{M_T \cdot m}{R_T}}{G \frac{M_{Ll} \cdot m}{R_{Ll}}} = \frac{M_T R_{Ll}}{M_{Ll} R_T} = \frac{81,3}{3,67} = 22,1$$

Escapar de la Terra té, com a mínim, un cost energètic 22 vegades més gran que de la Lluna.



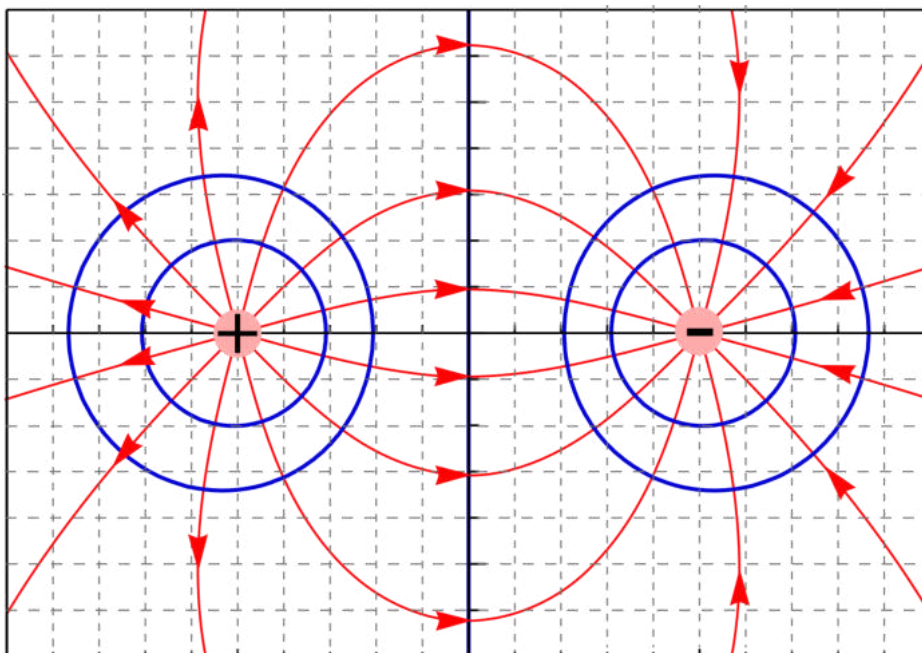
P2)

a)

0,75 p per la representació correcta de les línies de camp. Si no s'indica el sentit de les línies, o les línies surten de la càrrega negativa o les línies convergeixen cap a la càrrega positiva es considerarà que la representació és totalment incorrecte. Si les línies no surten/entren radialment a prop de la càrrega puntual, es restarà 0,5 punts. Si les línies no estan distribuïdes homogèniament quan surten/entren a prop de la càrrega, es restarà 0,25 punts.

0,5 p per la representació correcta de la projecció de les superfícies equipotencials. Si les línies equipotencials no són perpendiculars a les línies de camp es considerarà que la representació és totalment incorrecta.

No es penalitza no representar la línia que passa per l'origen. Cal tenir present que es demana una representació esquemàtica, no un gràfic acurat, per tant, no cal que la representació sigui molt acurada; el que es demana és que l'estudiant evidenciï que té clars els conceptes.





b)

0,25 p $E_p = E_n = k \frac{|Q|}{r^2}, E_p = E_n = 8,99 \times 10^9 \frac{1,5 \times 10^{-6}}{0,05^2} = 5,39 \times 10^6 \text{ N/C}$

0,3 p $\vec{E}_p = \vec{E}_n = 5,39 \times 10^6 \vec{i} \text{ N/C}$

0,3 p $\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_n = 1,08 \times 10^7 \vec{i} \text{ N/C}$

0,4 p $V_p = k \frac{|Q|}{r} = 2,70 \times 10^5 \text{ V}, V_n = -k \frac{|Q|}{r} = -2,70 \times 10^5 \text{ V}$

$$V = V_p + V_n = 0 \text{ V}$$



P3)

a)

0,1 p La distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és la longitud d'ona: $\lambda = 0,20 \text{ m}$

0,1 p $v = \lambda f = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1 \text{ m/s}$

0,1 p La freqüència angular s'expressa com: $\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s} = 3,14 \text{ rad/s}$

0,1 p El nombre d'ona s'expressa com: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi \text{ m}^{-1} = 31,4 \text{ m}^{-1}$

0,85 p L'equació d'ona s'expressa com: $y(x, t) = A \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condicció inicial: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \sin[\varphi_0] = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$

$$v(0,0) = -A\omega \cdot \cos[\varphi_0] \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \text{ rad}, v(0,0) < 0 \text{ no és la correcte} \\ \varphi_0 = \pi \text{ rad}, v(0,0) > 0 \text{ és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$$y(x, t) = 0,05 \cdot \sin[10\pi x - \pi t + \pi] \text{ amb } y \text{ i } x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

També es pot expressar com: $y(x, t) = 0,05 \cdot \sin[\pi t - 10\pi x]$ amb y i x en m i t en s.

Si no s'analitza la condició de posició inicial nul·la, cal restar **0,25 p**.

Si no s'analitza la condició de velocitat inicial positiva, cal restar **0,25 p**.

Alternativament: $y(x, t) = A \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = A\omega \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condicció inicial: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \cos[\varphi_0] = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} \pi/2 \text{ rad} \\ -\pi/2 \text{ rad} \end{cases}$

$$v(0,0) = A\omega \cdot \sin[\varphi_0] \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}, v(0,0) > 0 \text{ és la correcte} \\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}, v(0,0) < 0 \text{ no és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$$y(x, t) = 0,05 \cdot \cos[10\pi x - \pi t + \pi/2] \text{ amb } y \text{ i } x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

També es pot expressar com: $y(x, t) = 0,05 \cdot \cos[\pi t - 10\pi x - \pi/2]$ amb y i x en m i t en s.

Encara que no estigui descrit en aquestes pautes, també s'han de considerar com a correctes resolucions basades en expressions vàlides de la fase del tipus: $\omega t - kx + \varphi_0$, $k(x - vt) + \varphi_0$, $2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \varphi_0$, ...

b)

0,35 p $v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

La velocitat és màxima en mòdul quan $\cos[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$v_{\text{màx}} = A\omega = 0,05 \cdot \pi = 0,157 \text{ m/s}$$

0,3 p $a(x, t) = \frac{dv(x, t)}{dt} = -A\omega^2 \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

L'acceleració és màxima en mòdul quan $\sin[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$a_{\text{màx}} = A\omega^2 = 0,05 \cdot (\pi)^2 = 0,493 \text{ m/s}^2$$

A l'enunciat es demana que es determinin aquest valors a partir de l'equació d'ones, per tant, no es considerarà correcte que l'estudiant doni directament les expressions de la velocitat i l'acceleració, cal que els determini a partir de considerar la primera i la segona derivades.

0,3 p $v(0,58, 10) = -0,157 \cdot \cos[10\pi \cdot 0,58 - \pi \cdot 10 + \pi] = 0,127 \text{ m/s}$

0,3 p $a(0,58, 10) = -0,493 \cdot \sin[10\pi \cdot 0,58 - \pi \cdot 10 + \pi] = -0,290 \text{ m/s}^2$

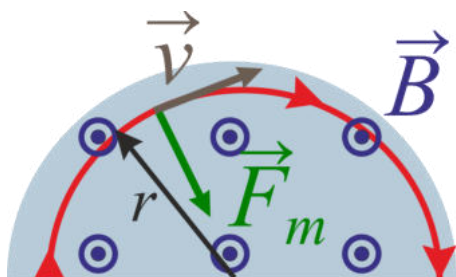


P4)

a)

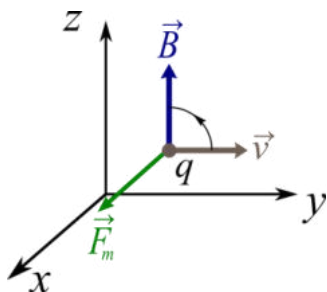
0,75 p La força magnètica s'expressa com:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Segons el dibuix podem comprovar que el camp magnètic i la velocitat són perpendiculars; el camp magnètic és perpendicular al pla horitzontal mentre que la velocitat està continguda al pla horitzontal, per tant, el mòdul del producte vectorial és:

$$F_m = qvB$$



D'altra banda, $\vec{F}_m$ és el resultat del producte vectorial, i per tant és perpendicular a $\vec{B}$ i a $\vec{v}$. Com que es perpendicular a $\vec{B}$, $\vec{F}_m$ es troba al pla horitzontal i com que és perpendicular a $\vec{v}$ llavors és perpendicular a la trajectòria, per aquesta raó les partícules dins els elèctrodes descriuen un moviment circular uniforme, MCU.

A més, segons la regla de la mà dreta i tenint en compte que la càrrega és positiva, la força magnètica va dirigida cap al centre dels semicercles.

Per tant, la força magnètica és igual a la massa per l'acceleració normal:

$$F_m = qvB = m \frac{v^2}{r}$$



I, finalment, si agrupem els termes:

$$\frac{v}{rB} = \frac{q}{m} \Rightarrow v = rB \frac{q}{m}$$

Si en la deducció no es justifica a partir de les direccions dels vectors que el producte vectorial dona $F_m = qvB$, cal restar 0,25 punts.

Si tampoc es justifica que la força magnètica és normal a la trajectòria, cal restar 0,25 punts.

0,25 p Dins d'una D recorre una distància igual a mitja circumferència de radi r : πr . I com que es mou a una velocitat constant $v = rB \frac{q}{m}$, el temps que triga a passar per una D és:

$$t = \frac{\pi r}{v}$$

D'altra banda, abans hem trobat:

$$v = rB \frac{q}{m}$$

I substituint obtenim:

$$t = \pi \frac{m}{Bq}$$

De la darrera expressió podem comprovar que el temps només depèn de m , B i q , no depèn de la velocitat de la partícula.

0,15 p Per tal que en l'espai entre elèctrodes la partícula s'acceleri, cal que el camp elèctric sigui paral·lel a la velocitat. Per tant, el camp elèctric ha de canviar la polaritat, tal i com s'indica a la figura de l'enunciat. És a dir, cal que el camp elèctric sigui altern.

0,1 p A cada cicle, la partícula passa per les dues Ds; per tant, el temps que triga la partícula en passar per un elèctrode correspon a mig període del cicle

$$T = 2\pi \frac{m}{Bq} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m}$$



b)

0,45 p Abans hem trobat:

$$v = rB \frac{q}{m}$$

Com que el protó surt quan arriba a l'extrem de l'elèctrode:

$$v = rB \frac{q}{m} = 0,5 \times 0,2 \frac{1,602 \times 10^{-19}}{1,67 \times 10^{-27}} = 9,59 \times 10^6 \text{ m/s}$$

0,4 p

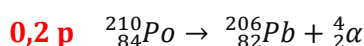
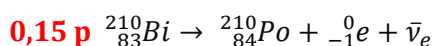
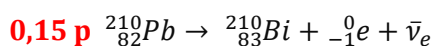
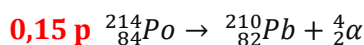
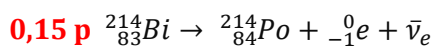
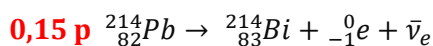
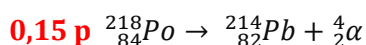
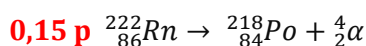
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,59 \times 10^6} = 4,14 \times 10^{-14} \text{ m}$$

0,4 p La velocitat és $0,1 \times c = 3,00 \times 10^7 \text{ m/s}$

$$R = \frac{v m}{B q} = \frac{3,00 \times 10^7}{0,2} \frac{1,67 \times 10^{-27}}{1,602 \times 10^{-19}} = 1,56 \text{ m}$$

P5)

a)

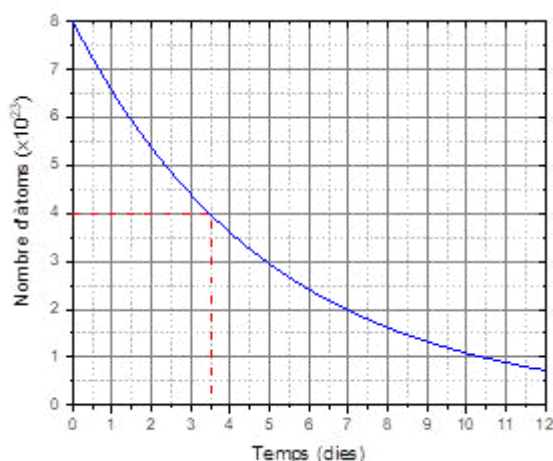


Alternativament es pot escriure ${}^4_2\text{He}$ en lloc de ${}^4_2\alpha$, o bé ${}^0_{-1}\beta^-$ en lloc de ${}^0_{-1}e^-$.



b)

0,75 p El període de semidesintegració correspon al temps necessari per desintegrar la meitat dels nuclis inicials, $8 \cdot 10^{23}/2 = 4 \cdot 10^{23}$.



Del gràfic, obtenim $T_{1/2} = 3,5$ dies, és a dir, correspon a la desintegració del $^{210}_{83}\text{Bi}$.

0,25 p $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln 0,5}{T_{1/2}} = 0,200 \text{ dies}^{-1}$$

0,25 p $N(t) = 8 \times 10^{23} - 7,95 \times 10^{23} = 5,0 \times 10^{21}$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{5 \times 10^{21}}{8 \times 10^{23}} = 6,25 \times 10^{-3} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{\ln(6,25 \times 10^{-3})}{\lambda} = 25,4 \text{ dies}$$

Alternativament

0,25 p $N(t) = 8 \times 10^{23} - 7,95 \times 10^{23} = 5,0 \times 10^{21}$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{5 \times 10^{21}}{8 \times 10^{23}} = 6,25 \times 10^{-3}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6,25 \times 10^{-3} = e^{-\lambda t} \\ 0,5 = e^{-\lambda T_{1/2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\ln 6,25 \times 10^{-3}}{\ln 0,5} = \frac{t}{T_{1/2}}$$

$$t = T_{1/2} \frac{\ln 6,25 \times 10^{-3}}{\ln 0,5} = 25,4 \text{ dies}$$



P6)

a)

Si la intensitat de camp gravitatori és uniforme, el mòdul de la diferència de potencial s'expressa com:

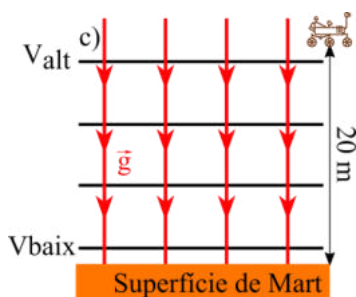
0,3 p $|\Delta V| = gd$, llavors:

0,25 p $g = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{74,4 \text{ J/kg}}{20,0 \text{ m}} = 3,72 \text{ m/s}^2$

No es pot considerar com a correcte cap deducció que arribi a la relació $g = G \frac{M}{R^2}$ atès que es demana explícitament que es determini g a partir de la diferència de potencial. L'objectiu d'aquest problema és comprovar que l'estudiant coneix i sap aplicar la relació existent entre el camp i la diferència de potencial quan el camp és uniforme.

0,4 p El potencial gravitatori és una magnitud escalar, per tant, no poden ser ni l'esquema "a" ni l'esquema "b". D'altra banda, les línies de camp gravitatori indiquen la direcció de la força que actua sobre una massa puntual, per tant, són perpendiculars a la superfície del planeta i van dirigides de dalt cap a baix (línies vermelles a l'esquema). Com que les superfícies equipotencials són perpendiculars a les línies de camp, aquestes són paral·leles a la superfície, i, per tant, en la projecció al pla del dibuix correspon a les línies horitzontals, esquema "c".

0,3 p Les línies de camp indiquen la direcció en la qual el potencial disminueix, per tant, el potencial serà més gran com més allunyats estiguem de la superfície. Una justificació alternativa és a partir de l'expressió del potencial $V(r) = -G \frac{M}{r}$, atès que quan ens allunyem de la superfície r disminueix, llavors el potencial augmenta.



Tot aquest apartat també es pot resoldre partint de l'expressió (vàlida quan g és uniforme):

$$U = mgh \Rightarrow V = \frac{U}{m} = gh, \quad \text{on } U_0 = U(h = 0) = 0 \text{ J}$$

Aquesta darrera expressió ens permet determinar g , i justificar com són les línies de camp i que V augmenta quan h augmenta.



b)

0,5 p El treball que fa el camp gravitatori és:

$$W_{cg} = -\Delta U = -m\Delta V = -1025(-74,4) = 76300 \text{ J}$$

Observeu que $\Delta V = -74,4 \text{ J/kg}$ atès que partim d'un potencial alt per acabar en un potencial més baix, per tant, la diferència de potencial és negativa. Alternativament:

$$W_{cg} = -\Delta U = -(U_{fin} - U_{in}) = -(0 - mgh) = mgh = 76300 \text{ J}$$

0,5 p D'altra banda el teorema de les forces vives estableix que el treball total és igual a la variació d'energia cinètica. Com que la sonda baixa a velocitat constant, la variació d'energia cinètica és zero i també ho serà el treball total.

0,25 p Com que el treball fet per les forces de fregament és nul, el treball total és la suma del treball fet pel camp gravitatori i el treball fet per la grua,

$$W_{grua} + W_{cg} = 0 \Rightarrow W_{grua} = -W_{cg} = -76300 \text{ J}$$

Per obtenir aquests 0,25 p, no només cal donar el valor correcte del treball, cal que el signe sigui també el correcte. La força que fa la grua s'oposa al moviment, per tant, aquest treball és negatiu.

Alternativament, tot aquest apartat es pot resoldre calculant el treball fet per la grua com la força pel desplaçament, tenint en compte que la força que fa la grua és $-mg$.

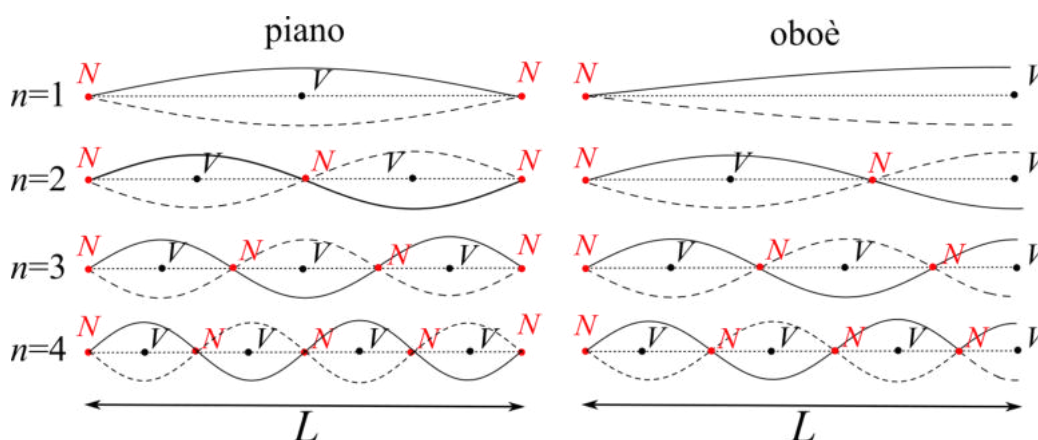


P7)

a)

0,3 p Podem comprovar que la primera freqüència que apareix, l'harmònic fonamental, correspon a $f_1 = 440$ Hz.

0,65 p Segons les condicions de frontera, les ones estacionàries són per a un piano i un oboè:



Podem comprovar, doncs, que per a un piano:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow f = n \frac{v}{2L} = n f_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

I per a un oboè:

$$L = n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow f = n \frac{v}{4L} = n f_1, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Si es tractés d'un piano, el segon harmònic seria: $f_2 = 2 \cdot 440 = 880$ Hz, mentre que en un oboè no apareix el segon harmònic. El primer harmònic que apareix en un oboè és el tercer: $f_3 = 3 \cdot 440 = 1320$ Hz.

A partir de l'espectre de Fourier veiem que la segona freqüència que apareix és 1320 Hz, per tant, l'espectre no pot correspondre a un piano, així la resposta és **oboè**.

0,3 p La freqüència fonamental per a un oboè és:

$$f_1 = \frac{v}{4L} \Rightarrow L = \frac{v}{4f_1} = \frac{340}{4 \cdot 440} = 0,193 \text{ m}$$



b)

0,65 p Intensitat sonora que ens arriba de cada instruments I és,

$$\beta = 10 \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{I_0 10^{\beta/10}}{5} = 2,00 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

0,6 p

$$I = \frac{\text{Potència}}{A} \Rightarrow \text{Potència} = I 2\pi r^2 = 2,83 \times 10^{-4} \text{ W}$$



P8)

a)

0,1 p Treball d'extracció o funció de treball: $W_0 = hf_0 = 3,04 \times 10^{-19} \text{ J}$

0,25 p Perquè hi hagi emissió cal que la freqüència sigui superior a la freqüència llindar.

0,1 p Pel làser blau, $\lambda_b = 460 \text{ nm}$:

$$f_b = \frac{c}{\lambda_b} = \frac{3,00 \times 10^8}{460 \times 10^{-9}} = 6,52 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com que $f_b > f_0$ hi haurà emissió d'electrons.

0,1 p Pel làser verd, $\lambda_v = 532 \text{ nm}$:

$$f_v = \frac{c}{\lambda_v} = \frac{3,00 \times 10^8}{532 \times 10^{-9}} = 5,64 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com $f_v > f_0$ hi haurà emissió d'electrons.

0,1 p Pel làser infraroig, $\lambda_{IR} = 1080 \text{ nm}$:

$$f_{IR} = \frac{c}{\lambda_{IR}} = \frac{3,00 \times 10^8}{1080 \times 10^{-9}} = 2,78 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com que $f_v < f_0$ no hi haurà emissió d'electrons.

Alternativament es podia comparar l'energia dels fotons amb el treball d'extracció, per al làser blau és $4,32 \times 10^{-19} \text{ J} > W_0$ i per al làser verd $3,74 \times 10^{-19} \text{ J} > W_0$, per tant, per aquests dos casos hi ha emissió d'electrons. En canvi per al làser d'infraroig $1,84 \times 10^{-19} \text{ J} < W_0$, per tant, no hi ha emissió d'electrons.

0,2 p Per determinar l'energia dels electrons emesos cal imposar el balanç d'energia:

$$E_c = hf - W_0.$$



El resultat obtingut és:

Tipus de punter làser	Longitud d'ona (nm)	Freqüència ($\times 10^{14}$ Hz)	Energia fotó ($\times 10^{-19}$ J)	Energia electró ($\times 10^{-19}$ J)	Energia electró (eV)
Làser blau	460	6,52	4,32	1,28	0,799
Làser verd	532	5,64	3,74	0,696	0,434
Làser infraroig	1080	2,78	1,84	-	-
Llindar		4,59	3,04	0	0

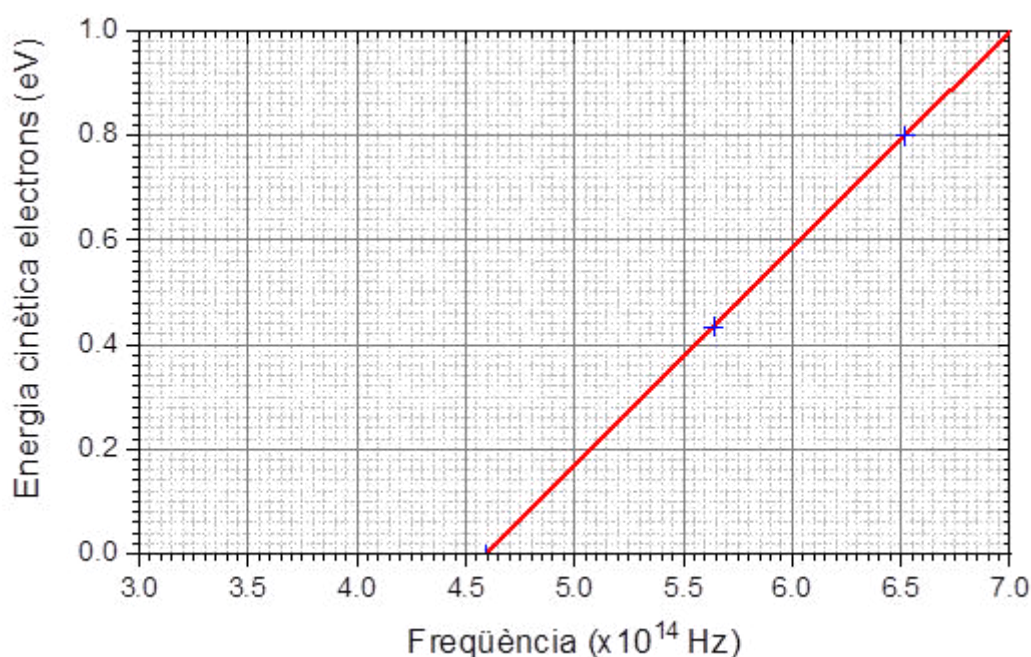
0,4 p Si no s'indiquen les unitats als eixos o un títol dels eixos, cal restar 0,25 p.

Si es representen punts de la recta per sota la freqüència llindar de valor diferent a zero, cal restar 0,25 punts.

Si la representació no és una recta, cal restar 0,25 punts.

Si els eixos no estan correctament escalats, cal restar 0,1 punts.

Si es comenten diversos error i el valor a restar és superior a 0,4 p, no es farà la resta completa, simplement la qualificació de la representació gràfica serà 0 punts, els errors en d'aquesta part no s'acumulen a la resta del problema.





b)

0,3 p Càlcul de l'energia cinètica

$$E_c = hf - W_0 = 5,30 \times 10^{-19} - 3,04 \times 10^{-19} = 2,26 \times 10^{-19} \text{ J}$$

0,45 p I la velocitat és:

$$v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m_e}} = 7,04 \times 10^5 \text{ m/s}$$

0,5 p I la longitud de De Broglie és:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{9,11 \times 10^{-31} \times 7,04 \times 10^5} = 1,03 \times 10^{-9} \text{ m}$$



SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.
7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.
8. Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.
9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.



P1)

a)

0,3 p. Segons la tercera llei de Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G M_{Sol}}{(2\pi)^2}$$

On a és la longitud del semieix major.

0,3 p.

$$a = \sqrt[3]{G M_{Sol} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30} \left(\frac{76 \times 365 \times 24 \times 3600}{2\pi}\right)^2}$$
$$= 2,68 \times 10^{12} \text{ m}$$

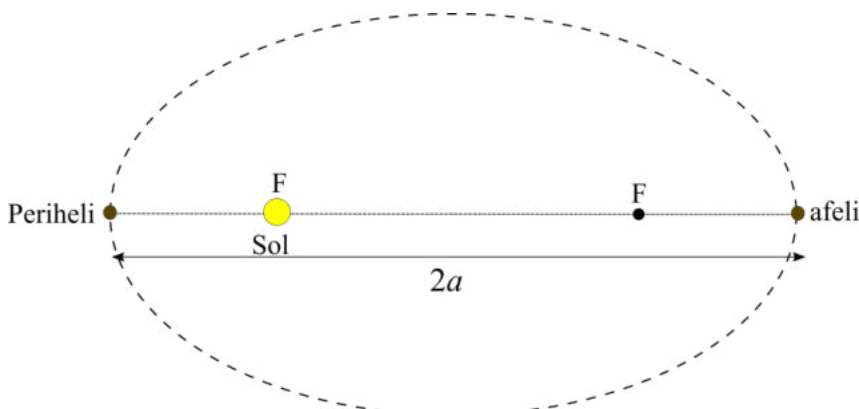
Alternativament, s'ha d'acceptar com correcte que l'estudiant recordi que la tercera llei de Kepler al sistema solar s'expressa com

$$\frac{a^3}{T^2} = 1 \frac{\text{ua}^3}{\text{any}^2}$$

Llavors,

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{76^2} = 17,94 \text{ ua}$$

0,65 p.



Cal dibuixar una òrbita clarament el·líptica amb dos focus.

Cal dibuixar el sol en un dels focus, sinó es resta **0,3 p.**

Cal dibuixar el periheli i l'afeli sobre l'eix major, un a cada extrem amb el periheli sent el més proper al sol, sinó es resta **0,3 p.**



b)

0,1 p. Les distàncies a l'afeli i al periheli sumades són igual a la longitud del eix major:

$$r_A + r_P = 2a$$

$$r_P = 0,586 \text{ ua} \frac{1,50 \times 10^{11} \text{ m}}{1 \text{ UA}} = 8,79 \times 10^{10} \text{ m} \quad \mathbf{0,1 p.}$$

$$r_A = 2a - r_P = 5,28 \times 10^{12} \text{ m} \quad \mathbf{0,1 p.}$$

0,3 p Segons la llei de gravitació universal, el mòdul de la força s'expressa com:

$$F = G \frac{m_{\text{Halley}} M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

i $F = m_{\text{Halley}} g$, llavors:

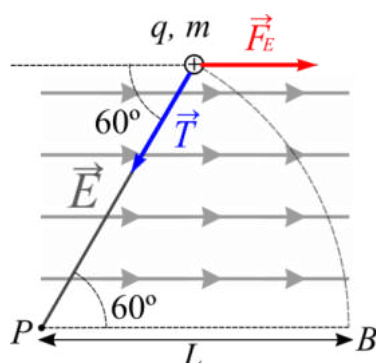
$$\mathbf{0,25 p} \quad g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

$$\text{Per l'afeli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_A^2} = 4,76 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{0,2 p}$$

$$\text{I pel periheli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_P^2} = 1,72 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{0,2 p}$$

P2)

a)



0,4 p Representació correcta indicant clarament les direccions dels vectors.

$$\mathbf{0,45 p} \quad F_e = qE = 3,00 \times 10^{-6} \times 1,2 \times 10^3 = 3,60 \times 10^{-3} \text{ N}$$

0,4 p Al llarg de la trajectòria des d'A fins a B el camp elèctric és constant i la càrrega també, així doncs la força elèctrica que és el producte $q \cdot E$ també serà constant.



b)

0,25 p El càlcul de la velocitat de la partícula en el punt B es basa en el principi de la conservació de l'energia mecànica. El treball de la tensió al llarg de la trajectòria, així com el de la normal i el pes són zero, per tant la única força que fa treball és l'elèctrica, i per tant es conserva l'energia

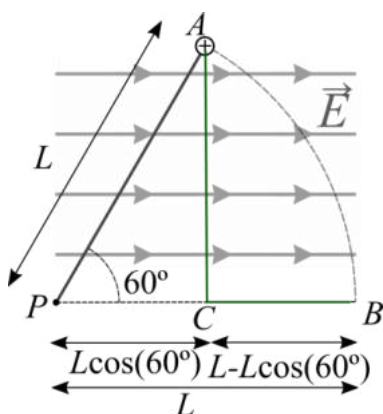
0,25 p $E_{m,A} = E_{m,B} \Rightarrow E_{C,A} + U_{E,A} = E_{C,B} + U_{E,B}$

A més, de les condicions inicials tenim que $E_{C,A} = 0$.

Llavors: $E_{C,B} = U_{E,A} - U_{E,B} = q(V_A - V_B) = -q(V_B - V_A)$

Alternativament, ens podem basar en el teorema de les forces vives o teorema de l'energia cinètica:

$$E_{C,B} - E_{C,A} = W_{Tot} = -\Delta U = -q(V_B - V_A)$$



0,25 p Per calcular la diferència de potència $V_B - V_A$ podem seguir qualsevol trajectòria (força conservativa) i en particular seguirem la trajectòria marcada en verd al dibuix. Aquesta trajectòria té dos trams, un d' A a C en que es movem perpendiculars a les línies de camp. Quan ens desplacem perpendicularment a les línies de camp seguim una superfície equipotencial, llavors, $V_C = V_A$ i per tant $V_A - V_C = 0$.

En el segon tram de C a B ens movem paral·lels a les línies de camp. Les línies de camp indiquen la direcció en la que el potencial disminueix, per tant, el potencial a C ha de ser més gran que a B , $V_B - V_C < 0$. Per altre banda, si el camp és constatat, llavors $\Delta V = Ed$ on d és la distància entre C i B que segons el dibuix és $L(1 - \cos(60^\circ)) = 0,5$ m. (alternativament es pot justificar geomètricament que el punt C es troba al centre de la base de un triangle equilàter de manera que $d = 0,5$ m). Així doncs:

0,25 p $V_B - V_A = -Ed = -600$ V



Alternativament

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_C^B E dx = 0 - E \int_A^B dx = -Ed = -600 \text{ V}$$

En aquest càlcul el trajecte per anar de A a C segueix una línia recta vertical i com que la direcció del camp elèctric és horitzontal: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.

En el trajecte per anar d'A a B segueix una línia recta horitzontal i tenim en compte que E és constant, no depèn de la posició per tant només cal integrar el desplaçament horitzontal que és d .

0,15 p L'energia cinètica a B és: $E_{C,B} = -q(V_B - V_A) = 1,8 \times 10^{-3} \text{ J}$

I finalment:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{C,B}}{m}} = 1,20 \text{ m/s} \quad \mathbf{0,1 p}$$

P3)

a)

0,2 p El període s'expressa com:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ i } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ llavors } T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{k}$$

0,3 p Per tant, el pendent de la recta és $(2\pi)^2/k$, així podem determinar k per exemple a partir del pendent o d'un punt qualsevol, concretament si agafem el punt $m = 1,2 \text{ kg}$ i $T^2 = 0,40 \text{ s}^2$, tenim:

$$\frac{0,4 - 0}{1,2 - 0} = \frac{1}{3} = \frac{(2\pi)^2}{k} \Rightarrow k = 118 \text{ N/m}$$

$$\mathbf{0,25 p} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{118}{5}} = 4,86 \text{ rad/s.}$$

$$\mathbf{0,2 p} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,774 \text{ Hz}$$

0,3 p Atès que la precisió de la mesura del període és finita, com més llarg sigui el temps de mesura més precisa serà la lectura, l'error relatiu serà menor i per tant també serà menor l'error en la determinació del període. Com l'error relatiu serà 20 vegades més petit, la incertesa en la mesura del període serà 20 vegades més petita.



b)

$\omega = 4,86 \text{ rad/s}$ i $A = 0,15 \text{ m}$.

Primera opció

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcSin}(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \sin\left(4,86 t + \frac{\pi}{2}\right), x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcCos}(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \cos(4,86t), x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

Primera opció

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t)$$

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = 0$ o π , radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0$ $\sin(0) = \sin(\pi) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

Alternativament:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = \pi/2$ o $-\pi/2$, radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0$ $\cos(\pi/2) = \cos(-\pi/2) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

No cal que l'estudiant calculi les derivades temporals per determinar la velocitat i l'acceleració. També poden ser correctes altres justificacions basades en consideracions energètiques o en la segona llei de Newton.

P4)

a)

0,3 p Sabem que $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$, llavors com $\vec{B}$ és perpendicular a $\vec{v}$, el mòdul de la força magnètica s'expressa com:

$$F_m = evB$$

0,2 p Per altre banda la força magnètica és perpendicular a $\vec{v}$, per tant, el resultat serà que aplicarem una força normal constant, és a dir, l'ió descriurà un moviment circular uniforme (mòdul de la velocitat constant).

0,2 p. El radi de la trajectòria es pot obtenir a partir de la segona llei de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

0,2 p. i tenint en compte que l'acceleració centrípeta s'expressa com,

$$a = \frac{v^2}{r}$$

0,35 p I finalment, $evB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$



b)

0,2 p $m_{12C} = 12m_p = 2,004 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

0,2 p $r_{12C} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ m.}$

0,2 p $B = \frac{mv}{er} = \frac{2,004 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,15} = 0,400 \text{ T}$

0,2 p $m_{14C} = 14m_p = 2,338 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

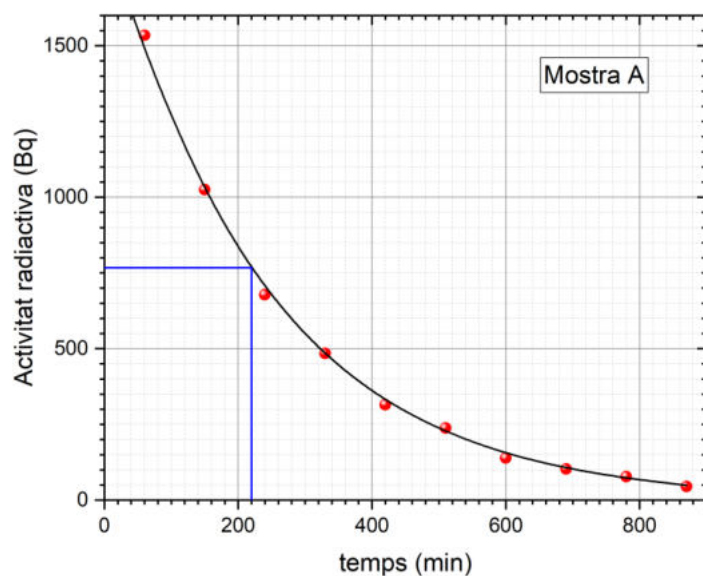
0,2 p $r_{14C} = \frac{m_{14C}v}{eB} = \frac{2,338 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,400} = 0,175 \text{ m.}$

0,25 p els ions $^{14}_6\text{C}^-$ surten per una obertura situada a $2 \times 0,175 = 0,35 \text{ m}$ de l'entrada.



P5)

a)

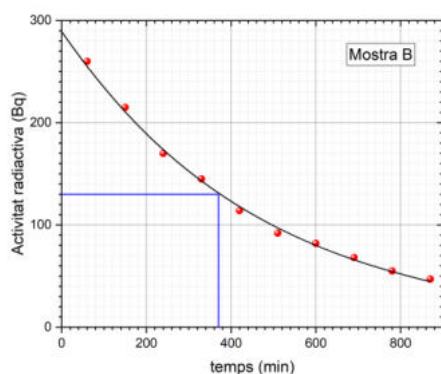


0,2 p Escalat eixos correcte

0,2 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.



0,2 p Escalat eixos correcte

0,15 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.



b)

0,25 p L'activitat s'expressa com $A = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

0,5 p Poden obtenir el període de semidesintegració directament dels gràfics a partir de determinar el temps que triga l'activitat a reduir-se a la meitat del seu valor inicial. Això és el que hem representat a les figures anteriors amb les línies blaves.

0,25 p Per la mostra A, $A_0 = 1535$ Bq i $A_0/2 = 768$ Bq i per tant $T_{1/2} = 220 - 60 = 160$ min.

0,25 p Per la mostra B, $A_0 = 260$ Bq i $A_0/2 = 130$ Bq i per tant $T_{1/2} = 370 - 60 = 310$ min.

Alternativament

0,5 p A partir de dos punts podem determinar λ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} = e^{\lambda(t_2 - t_1)} \Rightarrow \ln \frac{A_1}{A_2} = \lambda(t_2 - t_1) \Rightarrow \lambda = \frac{\ln A_1/A_2}{(t_2 - t_1)}$$

I conegut λ podem determinar $T_{1/2}$:

$$\mathbf{0,25\ p} \quad \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 0,5}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

0,25 p Per exemple, per la mostra A, $A_1 = 1535$ Bq, $t_1 = 60$ s, $A_2 = 484$ Bq i $t_2 = 330$ s. Llavors $\lambda = \ln(1535/484)/(330 - 60) = 0,00427 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 162$ min.

0,25 p Per exemple, per la mostra B, $A_1 = 260$ Bq, $t_1 = 60$ s, $A_2 = 82$ Bq i $t_2 = 600$ s. Llavors $\lambda = \ln(260/82)/(600 - 60) = 0,00214 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 324$ min.

P6)

a)

0,25 p $\eta = 0,9$, llavors la potència al primari, P_1 , ha de ser: $P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{18}{0,9} = 20$ kW

0,5 p La potència ve donada per: $P_1 = V_1 I_1$

0,25 p Llavors al primari $I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{20.000 \text{ W}}{25.000 \text{ V}} = 0,8$ A

0,25 p i al secundari $I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{18.000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 81,8$ A



b)

0,2 p $n_1 = \frac{I_1}{5,00 \times 10^{-4}} = 1600$

0,85 p $\frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{V_2}{V_1} = 1600 \frac{220 \text{ V}}{25000 \text{ V}} = 14,1$

0,2 p Caldran com a mínim 15 espires al secundari.

P7)

a)

0,5 p Com $\lambda = 0,136 \text{ m}$ i $v = 340 \text{ m/s}$, el vector d'ones, la freqüència i la freqüència angular s'expressen com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 46,2 \text{ m}^{-1}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = 2500 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 15710 \text{ rad/s}$$

0,75 p A partir de les relacions anteriors, podem expressar una ona harmònica que es propaga cap endavant de diferents maneres equivalents:

$$\psi(x, t) = I_0 \sin k(x - vt)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi f \left(\frac{x}{v} - t \right)$$

Finalment obtenim:

$$A(x, t) = A_0 \sin(46,2 x - 15710 t), \text{ x en m i t en s.}$$

b)

0,25 p percep un so més agut, un augment de la freqüència que està associat a l'efecte Doppler.

0,2 p L'explicació correcta és la segona: "L'aparent canvi de la freqüència és degut al moviment relatiu entre la font i l'observador"



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

0,2 p Es descarta la 1 perquè la ona sonora no canvia de freqüència, es tracta d'una apreciació i a més la font està en repòs.

0,2 p Es descarta la 3 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora.

0,2 p Es descarta la 4 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora. A més, el que és rellevant és el moviment relatiu entre l'observador i la font.

0,2 p L'explicació 2 és la que descriu millor el fenomen. L'observador aprecia un canvi en la freqüència (aparent canvi en la freqüència) perquè el que distingeix l'oïda és la freqüència dels sons, com s'acosta a la font la separació temporal entre les crestes de la ona disminueix provocant aquest augment aparent de la freqüència. Per altra banda defineix molt bé el moviment, moviment relatiu; no determina que ni la font ni l'observador estan en repòs

P8)

a)

0,25 p $E = mc^2$

0,1 p $E = 9,11 \times 10^{-31} (3,00 \times 10^8)^2 = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J}$

0,1 p $E = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 0,512 \text{ MeV}$

0,2 p L'energia mínima d'un fotó per materialitzar-se en un parell electró-positró és el doble de l'energia en repòs del positró, ja que l'energia en repòs de l'electró és la mateixa que la del positró: $E = 2 \times 0,512 \text{ MeV} = 1,02 \text{ MeV}$

0,2 p La freqüència d'aquest fotó és:

$$E_{\text{fotó}} = hf \Rightarrow f = \frac{2 \times 8,20 \times 10^{-14}}{6,63 \times 10^{-34}} = 2,47 \times 10^{20} \text{ Hz.}$$

0,2 p La longitud d'ona d'aquest fotó és:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8}{2,47 \times 10^{20}} = 1,21 \times 10^{-12} \text{ m}$$

0,2 p La quantitat de moviment d'aquest fotó és:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E_{\text{fotó}}}{c} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{1,21 \times 10^{-12}} = 5,47 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$$



b)

0,25 p En la desintegració β^+ es crea un positró:

$${}^1_1p^+ \rightarrow {}^1_0n + {}^0_{+1}e^+ + {}^0_0\nu$$

0,25 p En la desintegració β^- la partícula que es crea que és antimatèria és l'antineutrí.

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p^+ + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}$$

0,25 p En el procés d'anihilació positró-electró, es crea un parell de fotons que viatgen en sentits oposats per a conservar la quantitat de moviment.

0,25 p La càrrega inicial, abans d'anihilar-se, és zero, ja que abans de l'anihilació tenim $e^+ + e^-$, la càrrega positiva del positró té el mateix valor absolut que la negativa de l'electró, per tant, sumades ens dona una càrrega neta nul·la.

0,25 p També és zero la final, després de l'anihilació: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$, tenim dos fotons i els fotons tenen càrrega nul·la. També sabem que en tot procés la carrega neta es conserva, per tant si inicialment era zero, al final també ho ha de ser.