

---

### PROBLEMAS CLÁSICOS

1. (Galicia 2021, Ordinaria) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcule:
  - a.  $P(A)$  sabiendo que  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(A \cap B) = 0.1$  y  $P(A \cup B) = 0.8$ .
  - b. Diga si los sucesos  $A$  y  $B$  son o no independientes, si se sabe que  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.3$  y  $P(A \cup B) = 0.82$ .
  
2. (Asturias 2021, Ordinaria) En un edificio hay dos ascensores. Cada vecino, cuando utiliza el ascensor, lo hace en el primero el 60 % de las veces y en el segundo el 40 %. El porcentaje de fallos del primer ascensor es del 3 % y del segundo es del 8 %.
  - a. Un vecino usa un ascensor. ¿Cuál es la probabilidad de que el ascensor falle?
  - b. Otro día, un vecino coge un ascensor y le falla. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido el segundo?
  
3. (Asturias 2021, Extraordinaria) Se tienen tres cajas. En la caja A hay 4 bolas negras y 6 bolas rojas. En la caja B, 6 dados negros y 2 dados rojos y en la caja C, 2 dados negros y 4 dados rojos. El suceso consiste en sacar una bola y un dado. En primer lugar se extrae al azar una bola de la caja A. Si es negra, se extrae al azar un dado de la caja B pero, si la bola es roja se extrae al azar un dado de la caja C. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos sin relación entre ellos:
  - a. La probabilidad de que la bola y el dado sean rojos.
  - b. La probabilidad de que la bola y el dado sean del mismo color.
  - c. La probabilidad de que el dado sea rojo.
  
4. (Cantabria 2021, Ordinaria) En ajedrez, la mitad de las partidas se juegan con piezas blancas y la otra mitad con negras. Un determinado jugador gana el 40% de las partidas oficiales que juega con blancas y el 30% jugando con negras.
  - a. Calcula la probabilidad de que gane una partida concreta si no sabemos con qué piezas jugará.
  - b. Calcula la probabilidad de que haya jugado con blancas una partida concreta, sabiendo que ha ganado.
  
5. (Cantabria 2021, Extraordinaria) Una determinada especie de aves siempre pone dos huevos, pero a la madre solo le es posible alimentar a un polluelo, el más fuerte de los dos. El polluelo del huevo que primero eclosiona tiene un 60% de probabilidad de ser el superviviente, mientras que el polluelo del huevo que eclosiona en segundo lugar tiene una probabilidad de sobrevivir del 30%.
  - a. Calcula la probabilidad de que un polluelo cualquiera sea el superviviente, si no sabemos si eclosionó en primer lugar o en segundo lugar su huevo.

- b. Calcula la probabilidad de que un ave adulta de dicha especie proceda de un huevo eclosionado en segundo lugar.
  
6. (Castilla-León 2021, Modelo) Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de los casos presentados, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de los casos presentados, mientras que el bufete C recibe el 20% de los casos legales y gana el 70% de los casos presentados.
  - a. Se consideran los sucesos  $A$  = "caso adjudicado al bufete A",  $B$  = "caso adjudicado al bufete B",  $C$  = "caso adjudicado al bufete C",  $G$  = "caso ganado". Deduzca del enunciado los valores de  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(G/A)$ ,  $P(G/B)$ ,  $P(G/C)$ .
  - b. Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales. Determine la probabilidad de que la empresa gane el caso.
  - c. Si se ha ganado el caso elegido, calcule la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A.
  
7. (Castilla-León 2021, Ordinaria) En un club deportivo, el 55% de los socios son hombres y el 45 % mujeres. Entre los socios, el 60% de los hombres practica la natación, así como el 40% de las mujeres.
  - a. Describir los sucesos y sus probabilidades, y calcular la probabilidad de que un socio elegido al azar practique la natación.
  - b. Sabiendo que una persona practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
  
8. (Castilla-León 2021, Extraordinaria) Dentro de una caja hay bolas de varios colores que tienen todas el mismo tamaño y aspecto, siendo algunas de madera y las otras de metacrilato. Concretamente: El 48% son blancas y entre ellas dos tercios son de madera. El 24% son rojas, y de ellas las tres cuartas partes son de madera. El 28% son verdes, de las cuales la mitad son de madera. Considerando los sucesos:  $B$  = "ser blanca",  $R$  = "ser roja",  $V$  = "ser verde" y  $M$  = "ser de madera"
  - a. Indicar cuales son los valores de  $P(M/B)$ ,  $P(M/R)$  y  $P(M/V)$ .
  - b. Calcular la probabilidad de que al sacar al azar una de las bolas de la caja, sea de madera.
  - c. Si solo sabemos que una de las bolas de la caja, elegida al azar, es de madera, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca?
  
9. (Extremadura 2021, Ordinaria) Un mecánico compra ruedas a dos marcas A y B. Compra el 40 % a la marca A que tiene un 3% de ruedas defectuosas. Y compra el resto a la marca B con un 1 % de defectuosas. El mecánico tiene que cambiar una rueda y elige una al azar.
  - a. Calcular la probabilidad de que dicha rueda sea defectuosa.

- b. Si la rueda es defectuosa, calcular la probabilidad de que sea de la marca A.
10. (Canarias 2021, Ordinaria) En un cierto instituto el 50% de su alumnado lleva el desayuno desde casa, el 40% lo compra en la cafetería del instituto, y el resto lo adquiere en un bazar cercano al instituto. Solamente un 5% de los desayunos que se llevan desde casa incluyen bebidas azucaradas, pero en los desayunos comprados en la cafetería este porcentaje es del 60% y en los desayunos comprados en el bazar del 80%.
- Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado.
  - Justificar si es cierto que más de un 30% de los desayunos del alumnado incluyen bebidas azucaradas.
  - Justificar si es cierto que, elegido un desayuno al azar, la probabilidad que un estudiante lo haya traído desde casa, sabiendo que el desayuno incluye una bebida azucarada, es mayor que 0,1
11. (La Rioja 2021, Ordinaria) Una bolsa contiene 4 bolas negras y 2 blancas. Otra bolsa contiene 2 bolas negras y 6 blancas. Se elige una de las bolsas al azar y se extrae una bola.
- Calcular la probabilidad de que la bola sea blanca.
  - Sabiendo que la bola es blanca, calcular la probabilidad de que sea de la primera bolsa.
12. (La Rioja 2021, Extraordinaria) Sofía va al teatro, cine o de concierto con probabilidades 0,5, 0,2 y 0,3. El 60 % de las veces que va al cine se encuentra con amigos y se va de cena con ellos. Lo mismo le ocurre el 10 % de las veces que va al teatro y el 90 % de las que va de concierto.
- ¿Qué probabilidad hay de que se vaya de cena con los amigos?
  - Si vuelve a casa después del espectáculo, ¿qué probabilidad hay de que haya ido al cine?
13. (Murcia 2021, Modelo) La probabilidad de que un determinado equipo de fútbol gane cuando juega en casa es  $\frac{2}{3}$ , y la probabilidad de que gane cuando juega fuera es  $\frac{2}{5}$ .
- Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcule la probabilidad de que gane.
  - Si ganó el último partido del campeonato, ¿cuál es la probabilidad de que juegue en casa?
14. (Murcia 2021, Ordinaria) Un estudio revela que el 10% de los hombres son daltónicos y que el 1% de las mujeres son daltónicas. Según los datos de las Naciones Unidas, en el mundo hay actualmente un 50,5% de hombres y un 49,5% de mujeres. Determine:
- La probabilidad de que una persona elegida al azar sea daltónica.
  - Si una persona es daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
  - ¿Son independientes los sucesos "ser una persona daltónica" y "ser mujer"?

15. (País Vasco 2021, Ordinaria) En una farmacia se ha recibido un lote de medicamentos de los tipos A, I y M. El 80 % corresponde al medicamento A, el 10 % al I y el resto al M. En la revisión realizada por la farmacéutica se ha observado que hay medicamentos caducados en los siguientes porcentajes: el 10 % de A, el 20 % de I y el 5 % de M. Se elige una caja de medicamentos al azar.

Hallar:

- a. La probabilidad de coger un medicamento caducado.
- b. Si sabemos que el medicamento está caducado, la probabilidad de que sea del tipo A.

# Prob. Clásicos

(P.1)

1)  $P(B) = 2P(A)$ ;  $P(A \cap B) = 0.1$  y  $P(A \cup B) = 0.8$

a)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

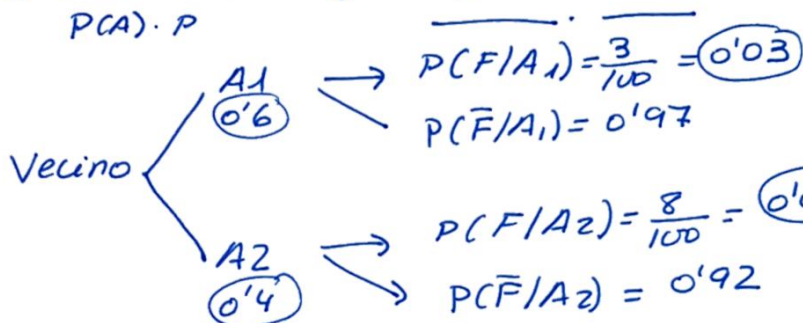
$$0.8 = P(A) + 2P(A) - 0.1$$

$$0.7 = 3P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{0.7}{3} \approx \underline{0.2333} \approx \underline{23.33\%}$$

b)  $P(A) \cdot P(B) = \frac{0.7}{3} \cdot 2 \cdot \frac{0.7}{3} = \underline{0.1089} \neq P(A \cap B) = \underline{0.1}$

$P(A) \cdot P$

2)



a)  $P(F) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{P.Totales}}}{P(F)} = P(F \cap A_1) + P(F \cap A_2) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{P(F/A_1)P(A_1)} + P(F/A_2)P(A_2) =$

$$= 0.03 \cdot 0.6 + 0.08 \cdot 0.4 = \underline{0.05} = \underline{5\%}$$

b)  $P(A_2|F) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{P(A_2 \cap F)} = \frac{P(F \cap A_2)}{P(F)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{\frac{P(F/A_2) \cdot P(A_2)}{P(F)}} =$

$$= \frac{0.08 \cdot 0.4}{0.05} = \underline{0.64}$$

3)

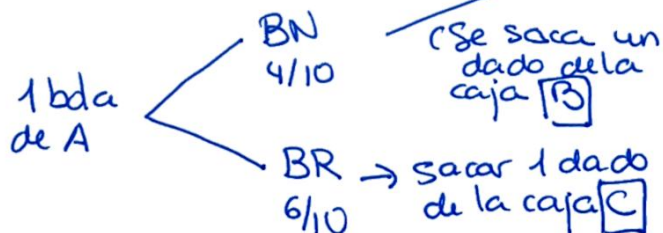
A  $\begin{bmatrix} 4N \\ GR \end{bmatrix}$   
10 Bolas

B  $\begin{bmatrix} 6N \\ 2R \end{bmatrix}$   
8 DADOS

C  $\begin{bmatrix} 2N \\ 4R \end{bmatrix}$   
6 DADOS

BN = bola negra  
BR = bola roja  
DN = dado negro  
DR = dado rojo

Sacamos 1 bola de A



DN  $\rightarrow \frac{6}{8} = P(DN|BN)$

DR  $\rightarrow \frac{2}{8} = P(DR|BN)$

DN  $\rightarrow \frac{2}{6} = P(DN|BR)$

DR  $\rightarrow \frac{4}{6} = P(DR|BR)$

b)  $P(\text{bola y dado del mismo color})$  (luego)  
Casos favorables:  $\{BN, DN, BR, DR\}$

a)  $P(\text{bola roja y dado rojo}) = P(BR \cap DR)$   
Si se saca bola roja  $\rightarrow$  se saca el dado de la caja C

Si la bola es ROJA sólo podemos sacar el dado de la (2) caja C, mirando el diagrama de árbol

$$P(BR \cap DR) = P(DR | BR) \cdot P(BR) = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{4}{10} = \boxed{0'4} = \boxed{40\%}$$

b)  $P(\text{bola y dado del mismo color})$

Casos favorables  $\{ DR \cap BR, DN \cap BN \}$  Sucesos disjuntos

$$P(DN \cap BN) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{árbol}}}{=} \frac{6}{8} \cdot \frac{4}{10} = 0'3 = 30\%$$

$$P(\text{bola y dado mismo color}) = P(DR \cap BR) + P(DN \cap BN) = 0'4 + 0'3 = \boxed{0'7} = \boxed{70\%}$$

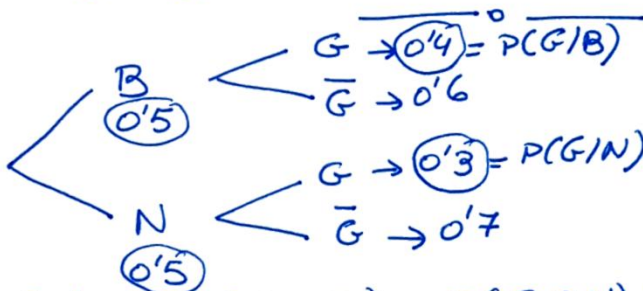
$$c) P(DR) = P(DR \cap BN) + P(DR \cap BR) =$$

[ dado rojo  $\uparrow$   
de la caja B  
 $\rightarrow$  sólo ocurre  
si sacamos BN ]

[ dado rojo  $\uparrow$   
de la caja C  
 $\rightarrow$  sólo ocurre  
si sacamos BR ]

$$= \frac{2}{8} \cdot \frac{4}{10} + \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{10} = 0'1 + 0'4 = \boxed{0'5} = \boxed{50\%}$$

[4]



B = juega con Blancas  
N = " " " " Negras  
G = gana

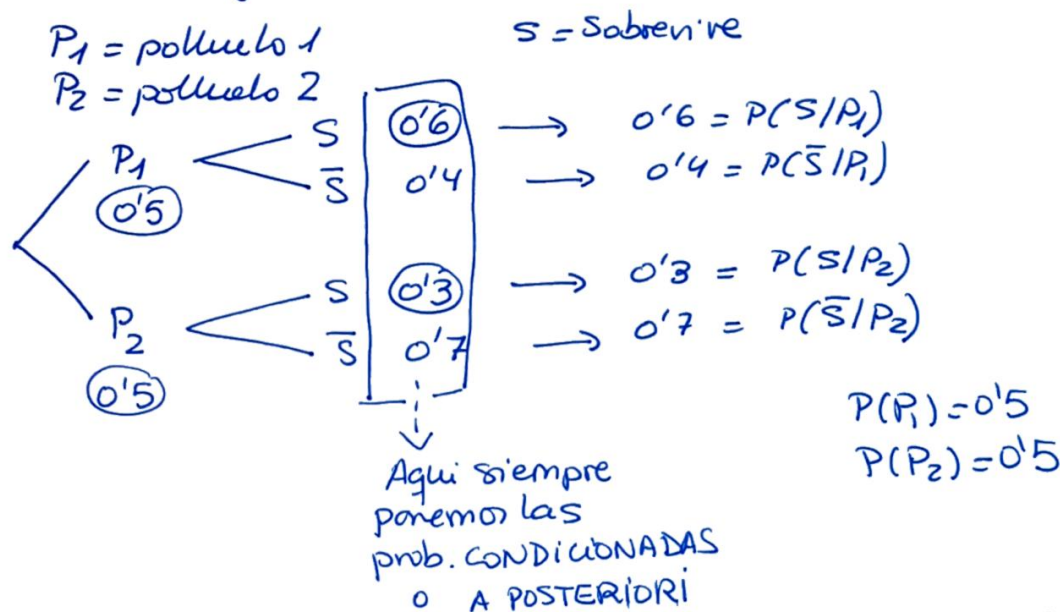
$$a) P(G) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{P.Totales}}}{=} P(G \cap B) + P(G \cap N) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} P(G/B)P(B) + P(G/N) \cdot P(N) =$$

$$= 0'4 \cdot 0'5 + 0'3 \cdot 0'5 = \boxed{0'35} = \boxed{35\%}$$

$$b) P(B/G) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(B \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G \cap B)}{P(G)} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(G/B) \cdot P(B)}{P(G)} =$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ a)}}{=} \frac{0'4 \cdot 0'5}{0'35} \approx \boxed{0'5714} = \boxed{57'14\%}$$

- 5) Especie de aves, siempre 2 huevos, sólo alimenta pág. 3)  
al más fuerte de los dos



a)  $P(S) = \frac{P(S \cap P_1) + P(S \cap P_2)}{P(Totales)} = \frac{P(S/P_1) \cdot P(P_1) + P(S/P_2) \cdot P(P_2)}{Bayes}$

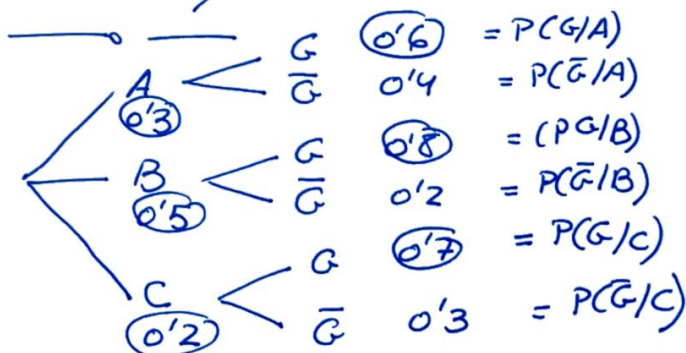
$= 0.6 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.5 = \boxed{0.45} = \boxed{45\%}$

b)  $P(P_2/S) = \frac{P(P_2 \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S \cap P_2)}{P(S)} = \frac{P(S/P_2) \cdot P(P_2)}{P(S)}$

$= \frac{0.3 \cdot 0.5}{0.45} = \boxed{0.3334} = \boxed{33.34\%}$

- 6) Bufete 1 = A  
Bufete 2 = B  
Bufete 3 = C

G = gara



a)  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.5$   
 $P(C) = 0.2$ ,  $P(G/A) = 0.6$ ,  $P(G/B) = 0.8$ ,  $P(G/C) = 0.7$

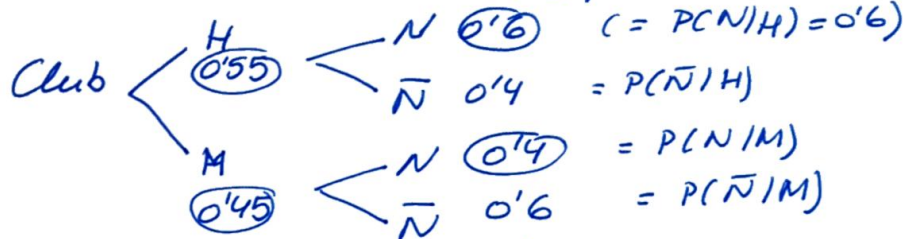
b)  $P(G) = 0.6 \cdot 0.3 + 0.8 \cdot 0.5 + 0.7 \cdot 0.2 = \boxed{0.72} = \boxed{72\%}$

c)  $P(A/G) = \frac{P(A \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G \cap A)}{P(G)} = \frac{P(G/A) \cdot P(A)}{P(G)} = \frac{0.6 \cdot 0.3}{0.72}$

$= \boxed{0.25} = \boxed{25\%}$

7 Club deportivo  $H = \text{solista masculino}; P(H) = 0.55$  (9)  
 $M = \text{solista femenino}; P(M) = 0.45$

$N = \text{práctica natación}$



recuerda que en esta columna están las probabilidades condicionadas o a posteriori

a) (mirar árbol)

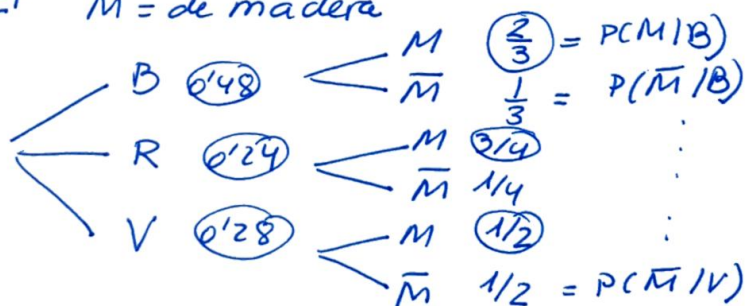
$$P(N) = P(N \cap H) + P(N \cap M) = P(N|H)P(H) + P(N|M)P(M) =$$

$$= 0.6 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 0.45 = \overset{\text{Bayes}}{\boxed{0.51}} = \boxed{51\%}$$

b)  $P(M|N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} = \frac{P(N \cap M)}{P(N)} = \frac{P(N|M) \cdot P(M)}{P(N)} =$

$$\overset{\text{Bayes}}{=} \frac{0.4 \cdot 0.45}{0.51} = \boxed{0.3529} = \boxed{35.29\%}$$

8  $B = \text{bola blanca}$   $R = \text{bola roja}$   $V = \text{bola verde}$   
 $M = \text{de madera}$



Prob. condicionadas

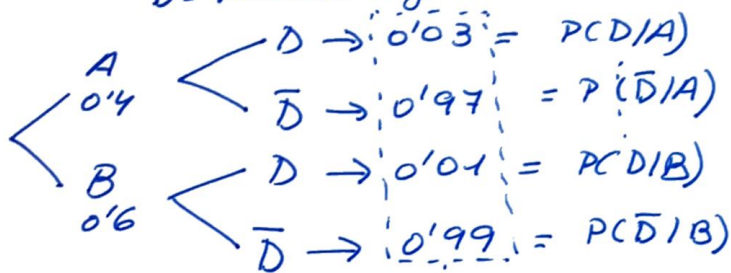
a)  $P(M|B) = \frac{2}{3}$ ,  $P(M|R) = \frac{3}{4}$   
 $P(M|V) = \frac{1}{2}$

b)  $P(M) = P(M \cap B) + P(M \cap R) + P(M \cap V) = P(M|B)P(B) + \dots + P(M|V)P(V)$   
 $\overset{\text{Totales y Bayes}}{=} \frac{2}{3} \cdot 0.48 + \frac{3}{4} \cdot 0.24 + \frac{1}{2} \cdot 0.28 = \boxed{0.64} = 64\%$

c)  $P(B|M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M \cap B)}{P(M)} = \frac{P(M|B) \cdot P(B)}{P(M)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.48}{0.64} = \boxed{0.5}$

9) marca A { (No hay más, son todas)  
 " " B  
 " " C

D = rueda defectuosa



columna prob. condicionadas o a posteriori

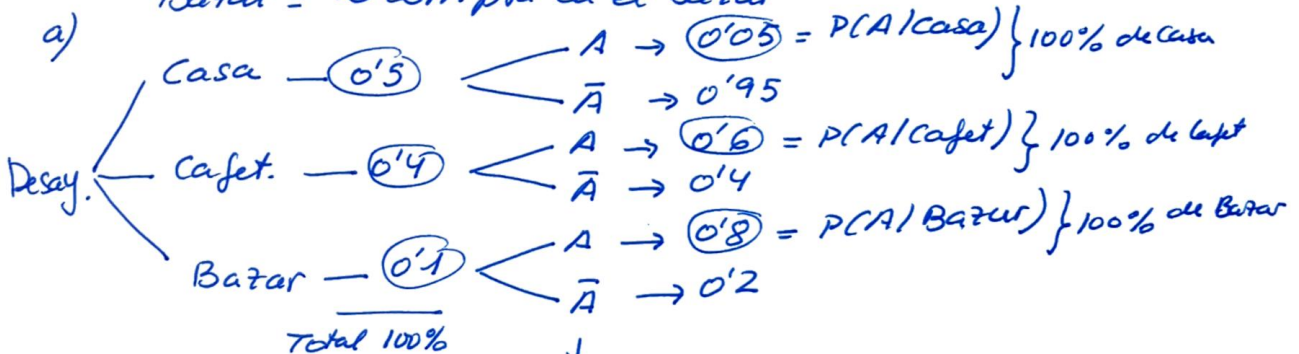
$$a) P(D) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{P. Totales} \\ \text{y Bayes}}}{P(D \cap A) + P(D \cap B)} = P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B) = 0.03 \cdot 0.4 + 0.01 \cdot 0.6 = \underline{0.018} = \underline{1.8\%}$$

10) A = "bebidas con azúcar"

Casa = "trae el desayuno de casa"

Cafet = "trae el desayuno cafetería"

Bazar = "lo compra en el bazar"



Prob. condicionadas o a posteriori

$$b) P(A) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{P. Totales}}}{0.05 \cdot 0.5 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.8 \cdot 0.1} = \underline{0.345} = \underline{34.5\%}$$

Si, es cierto  $34.5\% > 30\%$

más del 30% de los desayunos contienen bebidas azucaradas

c) ¿es  $P(\text{Casa} | A) > 0.1$ ?

$$\text{calculamos } P(\text{Casa} | A) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(\text{Casa} \cap A)}{P(A)} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(A|\text{Casa}) \cdot P(\text{Casa})}{P(A)}$$

$$= \frac{0.05 \cdot 0.5}{0.345} \approx 0.0725 = 7.25\%$$

Falso,  $7.25\% \underset{\substack{\uparrow \\ \text{No}}}{\text{es}} > 0.1 = 10\%$

11



bolsa 1



bolsa 2

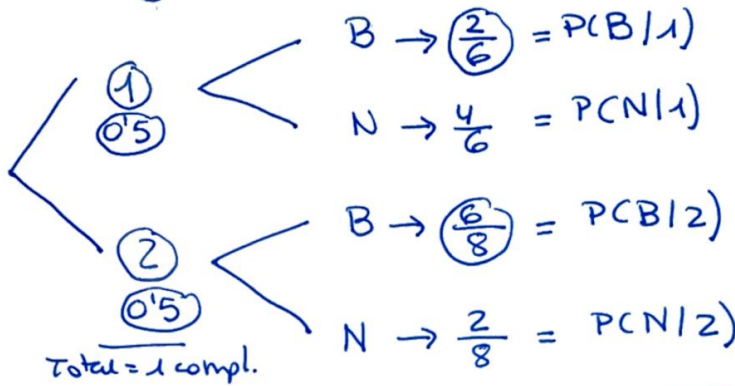
1 = "bolsa 1"  
2 = "bolsa 2"

p. 6

Se elige 1 al azar y se saca 1 bola

B = "bola blanca"

N = "bola negra"



$$a) P(B) = \frac{2}{6} \cdot 0.5 + \frac{6}{8} \cdot 0.5 = \boxed{0.5417} = \boxed{54.17\%}$$

P. totales

$$b) P(1|B) = \frac{P(1 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|1) \cdot P(1)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6} \cdot 0.5}{0.5417} =$$

Bayes

$$= 0.307692... \approx \boxed{0.3077} = \boxed{30.77\%}$$

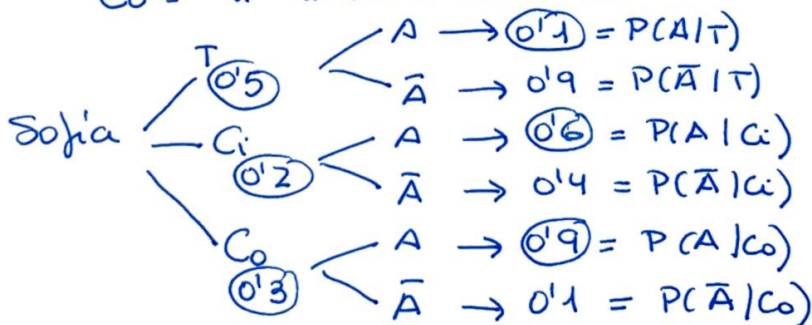
12

T = "Sofía va al teatro"

Ci = " " " " " Cine"

Co = " " " " " Concierto"

A = "Se va de Geta con sus amigos"



total: 1 completa

$$a) P(A) = P(A|T)P(T) + P(A|Ci)P(Ci) + P(A|Co)P(Co) =$$

Totales

$$= 0.1 \cdot 0.5 + 0.6 \cdot 0.2 + 0.9 \cdot 0.3 = \boxed{0.44} = \boxed{44\%}$$

$$b) P(Ci|\bar{A}) = \frac{P(Ci \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{A}|Ci)P(Ci)}{P(\bar{A})} = \frac{0.4 \cdot 0.2}{1 - 0.44} =$$

Bayes

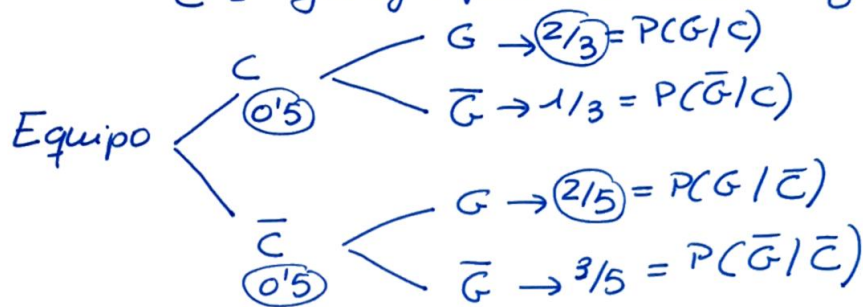
$$\approx \boxed{0.1429} = \boxed{14.29\%}$$

13

$C = \text{"juega en casa"}$        $G = \text{"gana partido"}$  pág 7

$\bar{C} = \text{"juega fuera de casa"}$

$\bar{G}$  = "pierde o empatia"



Total 1 complete

$$a) P(G) = \frac{2}{3} \cdot 0.5 + \frac{2}{5} \cdot 0.5 \approx \frac{0.5333}{3} = \frac{53.33\%}{3}$$

$$b) P(C|G) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(C \cap G) P(C|G)}{P(G)} \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(G|C) P(C)}{P(G)}$$

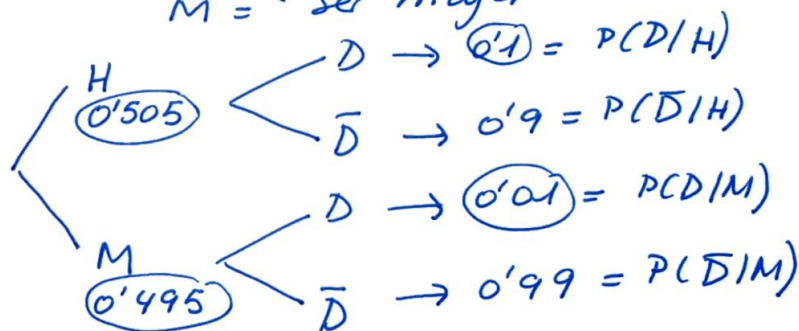
$$= \frac{2/3 \cdot 0.5}{0.5333} = \underline{0.625} = \underline{62.5\%}$$

14

D = "ser daltónico"

$H = \text{"ser ham boc"}$

M = "ser mujer"

$$\overline{P(H)} = 0.505 \text{ (data)}$$
$$p(M) = 0'495$$


$$a) P(D) = \frac{0.1 \cdot 0.505 + 0.01 \cdot 0.495}{0.1105} = \frac{0.05545}{0.1105} = 5.55\%$$

$$b) P(M|D) = \frac{P(D|M) \cdot P(M)}{P(D)} = \frac{0.01 \cdot 0.45}{0.05545} \approx \boxed{0.81} = 81\%$$

Bayen  
2 veces

c)  $P(M) \cdot P(D) = 0.495 \cdot 0.0555 = 0.0275$

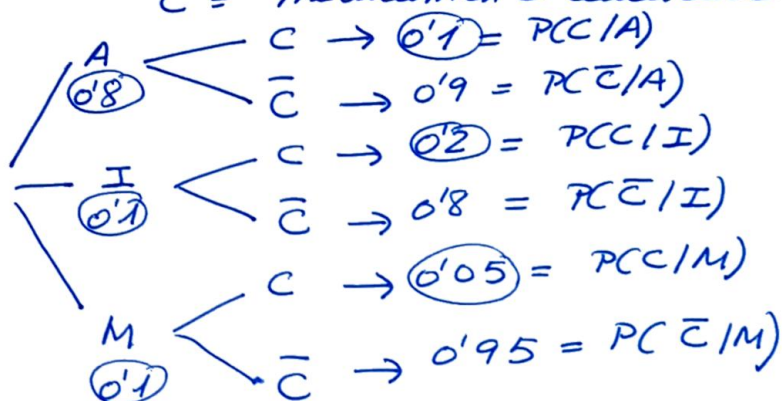
$$P(M \cap D) = P(M|D) \cdot P(D) = 0.0893 \cdot 0.0555 \approx 0.00495$$

$Son \neq \Rightarrow$  NO son independientes

$A = \text{"medicamento A"}$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M'' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

C = "medicamento caducado"



$+$   


---

 total 1 ✓

total 1 ✓

a)  $PCC) = 0'1 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'1 + 0'05 \cdot 0'1 = \underline{\underline{0'105}} = \underline{\underline{10'5\%}}$

↑  
prob. totales

$$b) P(A|C) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(C|A) P(A)}{P(C)} = \frac{0.1 \cdot 0.8}{0.105} \approx 0.7619 = 76.19\%$$