- O exame realizarase en 50 minutos, e puntúase sobre 10.
- A proba debe cubrirse utilizando un bolígrafo azul ou negro non borrable. Poñerase o nome en todas as follas.
- Non se valorará ningunha resposta que non reflicta os pasos para chegar a ela ou non estea suficientemente razoada.
- Despexar mal ou realizar pasos matematicamente incorrectos anula o apartado dese exercicio.
- Se un alumno copia, utiliza métodos indebidos como móbil, calculadoras non aptas para selectividade, auriculares bluethoot..., retiraráselle o exame e obterá unha puntuación de 0.

1. Comproba a seguinte igualdade e indica as condicións que debe cumprir o parámetro ***a*** para que se cumpra (2 puntoa)

$$\log\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)+\log\left(a-\sqrt{a^2-1}\right)=0$$

2. Resolve o sistema (2 puntos)

$$\begin{cases}\log_2(3^y-1)-x=0\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\end{cases}$$

3. Resolve a ecuación: (2 puntos)

$$4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$$

4. Resolve polo método de Gauss os sistemas: (4 puntos)

$$a)\ \begin{cases}x-3y+7z=10\\ 5x-y+z=8\\ x+4y-10z=-11\end{cases}\qquad b)\ \begin{cases}x-y-3z=1\\ 2x+y=0\\ x+y+2z=0\end{cases}$$

Soluciones

$\boxed{1}$ a) $\log(a+\sqrt{a^2-1}) + \log(a-\sqrt{a^2-1}) = \log\left[(a+\sqrt{a^2-1})(a-\sqrt{a^2-1})\right] =$

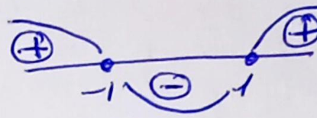
suma por diferencia =
= diferencia de cuadrados
producto notable

$= \log\left[a^2 - (\sqrt{a^2-1})^2\right] = \log(a^2-(a^2-1)) = \log(\cancel{a^2}-\cancel{a^2}+1) = \log 1 = \underline{\underline{0}}$

b) Sí, es cierto, para aquellos valores en los q. exista el logaritmo

para ello $\left.\begin{array}{l} a-\sqrt{a^2-1} > 0 \\ a+\sqrt{a^2-1} > 0 \end{array}\right\}$ además $a^2-1 \geq 0$

$a^2-1=0 \iff a = \pm 1$



* si $a \leq 1 \Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}\text{como } \sqrt{a^2-1} < |a| \\ \text{para } |a|>1\end{array}\right\} \Rightarrow a-\sqrt{a^2-1} \underset{\text{si } a<0}{<} 0$ No valen

* si $a \geq 1 \Rightarrow$ $\overset{a^2-1\geq 0}{\text{y además}}$ $\underset{\geq 1}{a} + \underset{\geq 0}{\sqrt{a^2-1}} \geq 1 \Rightarrow \exists \log(a+\sqrt{a^2-1})$

como $a \geq 1 \Rightarrow a^2-1 \geq 0$
como $\sqrt{a^2-1} \leq a$ $\Rightarrow a-\sqrt{a^2-1} \geq 0$

$\Rightarrow \exists \log(a-\sqrt{a^2-1})$

por a) 1'5ptos
b) 0'5ptos

Solución válida para $\underline{a \geq 1}$

$\boxed{2}$ $\log_2(3^y-1) - x = 0 \Rightarrow x = \log_2(3^y-1)$ sustituyendo:

$3\cdot\underbrace{2^{\log_2(3^y-1)}}_{=\,3^y-1} - 2\cdot 3^y = 6 \iff 3(3^y-1) - 2\cdot 3^y = 6$

$\iff 3\cdot 3^y - 3 - 2\cdot 3^y = 6$; $3^y(3-2) = 6+3$; $3^y = 9$; $\boxed{y=2}$

$\Rightarrow x = \log_2(3^2-1) = \log_2 8 = \boxed{3}$

Comprobación: $\log(3^2-1) - 3 = \log 8 - 3 = 3-3 = 0$ ✓ cierto

$3\cdot 2^3 - 2\cdot 3^2 = 24 - 18 = 6$ ✓ cierto

$\boxed{3}$ $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^{x}=0$; tener en cuenta q. $e^x>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ y por tanto $\neq 0$

llamo $t=e^x \Rightarrow 4t^{-3}-5t^{-1}+t=0$; $4-5t^2+t^4=0$;

$a=t^2$ (bicuadrada) $a^2-5a+4=0$; $a=\left\langle \begin{matrix}4\\1\end{matrix}\right.$

para $a=4 \Rightarrow t=\pm 2$; si $t=-2 \Rightarrow \nexists\ Ln(-2)$ No vale

para $a=1 \Rightarrow t=\pm 1$; si $t=-1 \Rightarrow \nexists\ Ln(-1)$ No vale

soluciones válidas $t=2$ y $t=1$; como $x=Ln\,t \Rightarrow$

Soluciones $x=Ln2$ y $x=0$

$\boxed{4}$ a) $\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&7&10\\5&-1&1&8\\1&4&-10&-11\end{array}\right)\xrightarrow{F_2\leftrightarrow F_3}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&7&10\\1&4&-10&-11\\5&-1&1&8\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-5F_1]{F_2-F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&7&10\\0&7&-17&-21\\0&14&-34&-42\end{array}\right)$

$\xrightarrow{F_3-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&7&10\\0&7&-17&-21\\0&0&0&0\end{array}\right)$ $\boxed{S.C.I.\ \ \infty\ sol}$

$x-3y+7z=10$

$7y-17z=-21$

$\boxed{z=\lambda}\in\mathbb{R}$

$y=\dfrac{-21+17\lambda}{7}=\boxed{-3+\dfrac{17}{7}\lambda}$

$x=10+3y-7z$; $x=10+3\left(-3+\frac{17}{7}\lambda\right)-7\lambda$;

$x=10-9+\dfrac{51}{7}\lambda-7\lambda$; $x=1+\dfrac{51-49}{7}\lambda$; $\boxed{x=1+\dfrac{2}{7}\lambda}$

$Sol=\left\{\left(1+\frac{2}{7}\lambda,\ -3+\frac{17}{7}\lambda,\ \lambda\right)/\ \lambda\in\mathbb{R}\right\}$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-3&1\\2&1&0&0\\1&1&2&0\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-3&1\\0&3&6&-2\\0&2&5&-1\end{array}\right)\xrightarrow[3F_3]{2F_2}$

$\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-3&1\\0&6&12&-4\\0&6&15&-3\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-F_2]{}\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-3&1\\0&6&12&-4\\0&0&3&1\end{array}\right)$ $\boxed{S.C.D\ \ \exists!\ sol.}$

$3z=1 \Rightarrow \boxed{z=\dfrac{1}{3}}$ $6y+12z=-4$; $6y+\dfrac{12}{3}=-4$;

$6y=-4-4$; $6y=-8$; $y=-\dfrac{8}{6}=\boxed{-\dfrac{4}{3}}$

$x-y-3z=1$; $x=1+y+3z$; $x=1-\frac{4}{3}+3\left(\frac{1}{3}\right)$; $x=2-\frac{4}{3}$

$x=\dfrac{6-4}{3}$; $\boxed{x=\dfrac{2}{3}}$

$\boxed{Sol:\ \left(\frac{2}{3},-\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)}$