

Divisibilidad.

1 De entre los siguientes números: 405, 316, 814, 1085 y 340:

- a) ¿Hay alguno que sea divisible por 3?
- b) ¿Cuáles son divisibles por 4?
- c) ¿Cuáles tienen por divisor al 5?

Solución:

- a) 405.
- b) 316 y 340.
- c) 405, 1085 y 340.

2 Calcula del número 36:

- a) Todos sus divisores.
- b) Sus tres primeros múltiplos.

Solución:

- a) $D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$.
- b) $36 \cdot 0 = 0$, $36 \cdot 1 = 36$, $36 \cdot 2 = 72$.

3 ¿De cuántas formas se pueden guardar 116 libros, con el mismo número de libros en cada caja, si no disponemos de más de 7 cajas? ¿Cuántos libros sobran si se utilizan 5 cajas?

Solución:

$D(116) = \{1, 2, 4, 29, 58, 116\}$. Se pueden colocar en una caja los 116 libros, en 2 cajas de 58 cada una o en 4 de 29 cada una.

Si se utilizan 5 cajas sobrarán un libro, pues 116 entre 5 tiene cociente 23 y resto 1.

4 Sin hacer operaciones, di si el número 30360 es divisible por 2, 3, 5, 9, 10 u 11. Explica por qué.

Solución:

Es divisible por 2 porque termina en cifra par. Es divisible por 3 porque la suma de sus cifras ($3 + 0 + 3 + 6 + 0 = 12$) es múltiplo de 3. Es divisible por 5 porque termina en 0. No es divisible por 9 porque la suma de sus cifras ($3 + 0 + 3 + 6 + 0 = 12$) no es múltiplo de 9. Es divisible por 10 porque termina en 0. Es divisible por 11 porque la diferencia entre la suma de sus cifras de la posición par y las de la impar ($3 + 3 + 0 - (0 + 6) = 0$) es múltiplo de 11.

5 **Halla los 5 primeros múltiplos y todos los divisores de:**

a) **114**

b) **87**

Solución:

a) $M(114) = \{114, 228, 342, 456, 570\}$.
 $D(114) = \{1, 2, 3, 19, 57, 114\}$.

b) $M(87) = \{87, 174, 261, 348, 435\}$.
 $D(87) = \{1, 3, 29, 87\}$.

6 **Escribe todos los múltiplos de 2 y 7 comprendidos entre 50 y 100.**

Solución:

Los múltiplos de 2 y 7 son múltiplos de su producto, 14.
Los múltiplos buscados son: 56, 70, 84 y 98.

7 **Calcula del número 48:**

a) **Todos sus divisores.**

b) **Sus cuatro primeros múltiplos.**

Solución:

a) $D(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$.

b) $48 \cdot 0 = 0$, $48 \cdot 1 = 48$, $48 \cdot 2 = 96$, $48 \cdot 3 = 144$.

8 **Escribe un número de dos cifras que sea divisible por 2 y por 4. ¿Por qué otro número es divisible?**

Solución:

Por ejemplo, 16 es divisible por 2 y por 4. También es divisible por 8.

9 **¿De cuántas formas puedo envasar en cajas iguales 12 barajas de cartas sin que sobre ninguna baraja?**

Solución:

$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$. Puedo utilizar una caja para las 12 barajas, 2 cajas con 6 barajas cada una, 3 cajas con 4 barajas cada una, 4 cajas con 3 barajas cada una, 6 cajas con 2 barajas cada una o 12 cajas con una baraja cada una.

10 **Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**

- a) **Si un número es divisor de otro, éste es múltiplo del primero.**
- b) **Un número es múltiplo de sí mismo.**
- c) **Si un número divide a otro, entonces la división del primero por el segundo es exacta.**
- d) **Si un número es divisible por otro, entonces el primero es divisor del segundo.**

Solución:

- a) Verdadero, porque si un número es divisor de otro, la división de éste entre el primero es exacta y, por tanto, es múltiplo de él.
- b) Verdadero, porque se puede obtener multiplicando el número por la unidad.
- c) Falso, lo correcto sería al revés: la división del segundo por el primero es exacta.
- d) Falso, si es divisible por otro es porque la división de éste entre el segundo es exacta y, por tanto, es múltiplo y no divisor.

11 **¿De cuántas formas distintas se pueden agrupar 50 monedas de 2 euros de modo que todos los grupos tengan el mismo número de monedas?**

Solución:

El número de monedas de cada grupo es cada uno de los divisores de 50: $D(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$. En definitiva, de 6 formas posibles.

12 **¿De cuántas formas distintas, en filas y columnas, puede César colocar sus 16 botes de pintura?**

Solución:

$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$. Puede formar rectángulos de 1×16 , 2×8 , 4×4 , 8×2 y 16×1 .

13 **Calcula todos los divisores de:**

- a) **304**
- b) **81**

Solución:

$D(304) = \{1, 2, 4, 8, 16, 19, 38, 76, 152\}$.

$D(81) = \{1, 3, 9, 27, 81\}$.

14 **Escribe un número de tres cifras que sea a la vez múltiplo de 2 y de 3.**

Solución:

Para que sea múltiplo de 2 ha de terminar en 0 ó cifra par, y para que lo sea de 3, la suma de sus cifras ha de ser múltiplo de 3.

Pueden ser: 132, 522, 324,... .

- 15 **¿Qué valores puede tomar x para que el número 114x sea múltiplo de 6?**

Solución:

Para que el número sea múltiplo de 6 lo tiene que ser de 2, por lo que x debe ser un número par, y de 3, por lo que $1 + 1 + 4 + x$ debe ser múltiplo de 3. En esas condiciones, x puede tomar los valores 0 ó 6.

- 16 **Calcula todos los divisores del número 322 y busca otro número que tenga al menos 3 de sus divisores.**

Solución:

$D(322) = \{1, 2, 7, 14, 23, 46, 161, 322\}$.

Considerando, por ejemplo, los divisores 1, 2 y 7, un número podría ser el 14.

- 17 **¿Qué valores puede tomar x para que el número 224x sea múltiplo de 22?**

Solución:

Para que el número sea múltiplo de 22 lo tiene que ser de 2, por lo que x debe ser un número par, y de 11, por lo que

$(2 + 4) - (2 + x)$ debe ser múltiplo de 11. En esas condiciones, x sólo puede tomar el valor 4.

- 18 **Halla todos los números menores que 310 que sean divisibles al mismo tiempo por 2, 3 y 5.**

Solución:

Si son divisibles por 2, 3 y 5, lo son por $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$. Lo que se pide son los múltiplos de 30 menores que 310, que son: 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270 y 300.

- 19 **Sustituye x por la cifra que haga que el número 7x3 sea múltiplo de 3.**

Solución:

7x3 es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras lo es: $7 + x + 3 = 10 + x$.

Si x se sustituye por 2, la suma de las cifras es 12, que es múltiplo de 3.

Si x se sustituye por 5, la suma de las cifras es 15 que también es múltiplo de 3.

Si x se sustituye por 8, la suma de las cifras es 18 que es múltiplo de 3.

En definitiva, la x se puede sustituir por cualesquiera de esos valores: 2, 5 u 8.

- 20 **¿Qué valores puede tomar la letra x para que el número 98x sea múltiplo de 3?**

Solución:

Para que el número sea múltiplo de 3 tiene que ocurrir que $9 + 8 + x$ sea un múltiplo de 3. Por tanto, el valor de x puede ser 1, 4 ó 7.

- 21 **Escribe tres números de 4 cifras que sean divisibles por 9 y 2 al mismo tiempo. Explica por qué lo son.**

Solución:

Una forma fácil de hacerlo sería buscar un número cuyas cifras sumasen un múltiplo de 9 y terminase en cifra par. Por ejemplo: 5112, 3006, etc. Otra forma sería hacer el producto de 9, 2 y otro número cualquiera cuyo resultado fuese un número de 4 cifras. Por ejemplo: $9 \cdot 2 \cdot 100 = 1800$.

Todos estos números son múltiplos de 2 porque terminan en cifra par y de 9 porque la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

- 22 **¿Por qué valores se puede sustituir x para que el número $5x6$ sea múltiplo de 4?**

Solución:

Para que un número sea múltiplo de 4, sus dos últimas cifras han de ser cero o múltiplo de 4. Por tanto, x se puede sustituir por 1 y se obtiene 516, ó por 3 y se obtiene 536.

- 23 **Carlos tiene entre 60 y 70 bombillas del árbol de Navidad para guardar en cajas. Si las guarda en cajas de 6, le sobran 3 bombillas, y si lo hace en cajas de 5 también. ¿Cuántas bombillas tiene?**

Solución:

Entre 60 y 70 los múltiplos de 6 son 60 y 66, por tanto, el número de bombillas es 63 ó 69. Los múltiplos de 5 son 60, 65 y 70, por tanto, el número de bombillas 63 ó 68. Para cumplir las dos condiciones es necesario que tenga 63 bombillas.

- 24 **Elena tiene entre 62 y 68 sellos y le es imposible colocarlos en varias hojas de un álbum, poniendo el mismo número de sellos en cada una. Sólo tiene la posibilidad de poner todos los sellos en la misma hoja o un sello en cada hoja. ¿Podrías decir cuántos tiene exactamente?**

Solución:

Cómo solo hay dos formas posibles de colocarlos, el número de sellos tiene que ser primo. La única posibilidad es que tenga 67 sellos, que es el único primo entre 62 y 68.

- 25 **Escribe los siguientes números como producto de sus factores primos:**

a) 897

b) 646

Solución:

a) $897 = 3 \cdot 13 \cdot 23$

b) $646 = 2 \cdot 17 \cdot 19$

26 **Un número está formado por 3 cifras que suman 24. Razona si es un número primo o compuesto.**

Solución:

Como la suma de sus cifras es un múltiplo de 3, el número es múltiplo de 3 y por tanto tiene más de dos divisores. Es compuesto.

27 **Escribe todos los primos entre 385 y 390.**

Solución:

389.

28 **Halla la descomposición en factores primos de los números:**

a) 844

b) 2130

c) 936

Solución:

a) $844 = 2^2 \cdot 211$

b) $2130 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 71$

c) $936 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13$

29 **Escribe la descomposición en factores primos de los números:**

a) 632

b) 1 024

c) 1875

Solución:

a) $632 = 2^3 \cdot 79$

b) $1\,024 = 2^{10}$

c) $1875 = 3 \cdot 5^4$

30 **Clasifica en primos y compuestos los números:**

163, 319, 451, 641, 1 267

Solución:

Primos: 163, 641

Compuestos: 319, 451, 1 267

31 **Escribe los siguientes números como producto de sus factores primos:**

a) 1 425

b) 1 078

Solución:

a) $1\,425 = 3 \cdot 5^2 \cdot 19$

b) $1\,078 = 2 \cdot 7^2 \cdot 11$

32 **Paloma tiene en su tienda entre 336 y 342 mecheros que no puede guardar en cajas del mismo número, salvo que los guarde todos juntos o de uno en uno. ¿Cuántos tiene exactamente?**

Solución:

Como sólo hay dos formas posibles de colocarlos, el número de mecheros tiene que ser primo. La única posibilidad es que tenga 337 mecheros, que es el único primo entre 336 y 342.

33 **¿Podrías encontrar un número entre 30 y 50 que tuviese más de dos divisores y que fuese primo?**

Solución:

No se puede encontrar ningún número con esas dos condiciones porque los números primos tienen exactamente dos divisores.

34 **Pablo sólo puede colocar a sus soldaditos de plomo de dos formas distintas en filas y columnas. Si tiene entre 15 y 20 soldaditos, ¿podrías decir cuántos tiene exactamente?**

Solución:

Como sólo hay dos formas posibles de colocarlos, el número de soldaditos tiene que ser primo. Las posibles soluciones son 17 ó 19 soldados, por tanto no se puede decir exactamente cuántos tiene.

35 **Escribe los siguientes números como producto de sus factores primos:**

a) 2 520

b) 1 771

Solución:

a) $2\,520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

b) $1\,771 = 7 \cdot 11 \cdot 23$

36 **¿Por qué número hay que sustituir x para que el número 27x sea primo?**

Solución:

No se puede sustituir por 0, 5 o cualquier cifra par porque sería múltiplo de 5 o 2.

De las cifras que quedan, 1, 3, 7, 9, si se sustituye por 3, resulta un múltiplo de 3.

Al sustituir por 9, sería múltiplo de 3.

Al sustituir por 1 o 7 se obtienen números primos: 271 y 277.

37 **Enrique tiene entre 464 y 468 cromos de fútbol y sólo tiene la posibilidad de poner todos los cromos en la misma hoja o de poner sólo uno en cada hoja, para que todas las hojas tengan el mismo número de cromos. ¿Podrías decir cuántos tiene exactamente?**

Solución:

Como sólo hay dos formas posibles de colocarlos, el número de cromos tiene que ser primo. La única posibilidad es que tenga 467 cromos, que es el único primo entre 464 y 468.

38 **Halla el valor de x para que el número 83x sea primo.**

Solución:

No puede ser 0, 5 ni ninguna cifra par porque sería divisible por 2 o por 5 y entonces sería compuesto.

Si fuese 1 o 7 la suma de sus cifras sería múltiplo de 3 y por tanto divisible por 3.

Si fuese 3, el número sería divisible por 7.

El valor de x para que 83x sea primo es 9.

El número es el 839.

39 **¿De qué número es descomposición factorial cada una de las siguientes?**

a) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

b) $2^4 \cdot 5 \cdot 7^2$

c) $3^2 \cdot 11$

Solución:

a) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1575$

b) $2^4 \cdot 5 \cdot 7^2 = 3920$

c) $3^2 \cdot 11 = 99$

40 **Razona si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:**

“Los múltiplos de un número primo también son números primos”

Solución:

Es falsa porque si un número es múltiplo de un número primo, entonces tiene como divisor a ese número primo además de la unidad y él mismo.

41 **En el instituto hay un número de alumnos entre 780 y 788, con los que no se pueden formar equipos del mismo número de miembros sin que sobren alumnos, a menos que haya sólo un equipo o tantos equipos como alumnos. ¿Cuántos hay exactamente?**

Solución:

Como sólo hay dos formas posibles de agrupamiento, el número de alumnos tiene que ser primo. La única posibilidad es que tenga 787 alumnos, que es el único primo entre 780 y 788.

42 **Clara tiene un número de libros entre 62 y 66, que puede expresar como suma de dos números primos. ¿Cuántos libros tiene? ¿Cuáles son los dos números primos?**

Solución:

Para que un número sea suma de dos primos tiene que ser par, por tanto tiene 64 libros. Los dos primos que suman esta cantidad son el 23 y el 41.

43 **Halla la descomposición factorial de los números:**

a) 2 156

b) 1 815

c) 107

Solución:

a) $2\,156 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 11$

b) $1\,815 = 3 \cdot 5 \cdot 11^2$

c) $107 = 107$

44 **El padre de Berta tiene un número de días de vacaciones al año entre 34 y 38, que puede expresar como suma de dos números primos. ¿Cuántos días de vacaciones tiene? ¿Cuáles son los dos números primos?**

Solución:

Para que un número sea suma de dos primos tiene que ser par, por tanto tiene 36 días de vacaciones. Los dos primos que suman esta cantidad son el 17 y el 19.

- 45 **Escribe todos los primos entre 150 y 180.**

Solución:

151, 157, 163, 167, 173 y 179.

- 46 **Los autobuses de las líneas 1 y 2 de una ciudad inician su recorrido en el mismo punto. El de la línea 1 pasa cada 15 minutos y el de la línea 2 cada 20 minutos. Si los dos autobuses inician su recorrido por primera vez a las 6 de la mañana, ¿en qué momento volverán a coincidir?**

Solución:

$$15 = 3 \cdot 5$$
$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Volverán a coincidir a los 60 minutos, es decir a las 7 de la mañana.

- 47 **María se toma la tensión cada 20 días y Juan, cada 30. Si han coincidido hoy, ¿cuándo volverán a coincidir de nuevo?**

Solución:

$$20 = 2^2 \cdot 5$$
$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.}(20, 24) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Volverán a coincidir en 120 días, esto es dentro de 4 meses.

- 48 **Calcula:**

a) **m.c.m. (24, 36, 32)**

b) **m.c.d. (24, 36, 32)**

Solución:

$$24 = 2^3 \cdot 3$$
$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$
$$32 = 2^5$$

a) **m.c.m. (24, 36, 32) = $2^5 \cdot 3^2 = 288$**

b) **m.c.d. (24, 36, 32) = $2^2 = 4$**

- 49 **Con un mantel de 120 cm. de largo por 80 cm. de ancho quiero hacer servilletas cuadradas lo más grandes posible. ¿Qué dimensiones tendrá cada servilleta?**

Solución:

$$\text{m.c.d.} (120, 80) = 40.$$

Cada servilleta tendrá 40 cm de lado.

50 **Calcula:**

a) **m.c.m. (110, 132)**

b) **m.c.d. (110, 132)**

Solución:

$$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$a) \text{ m.c.m. (110, 132) } = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 660$$

$$b) \text{ m.c.d. (110, 132) } = 2 \cdot 11 = 22$$

51 **Halla el m.c.d. y el m.c.m. de 480 y 320.**

Solución:

$$480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$$

$$320 = 2^6 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d. (480, 320) } = 2^5 \cdot 5 = 160$$

$$\text{m.c.m. (480, 320) } = 2^6 \cdot 3 \cdot 5 = 960$$

52 **Se quieren cortar dos listones de 2,5 m. y 3 m. en trozos de igual longitud y sin que se desperdicie ningún trozo. ¿Cuál es la longitud del mayor trozo que se puede hacer? ¿Cuántos trozos se obtendrían?**

Solución:

$$2,5 \text{ m} = 25 \text{ dm}$$

$$3 \text{ m} = 30 \text{ dm}$$

$$25 = 5^2$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d. (25, 30) } = 5$$

La longitud del mayor trozo que se puede cortar es de 5 dm.

Se pueden hacer: $25 : 5 = 5$ trozos del listón más pequeño

$30 : 5 = 6$ trozos del mayor.

En total, 11 trozos.

53 **Calcula:**

a) **m.c.m. (24, 45, 150)**

b) **m.c.d. (24, 45, 150)**

Solución:

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$a) \text{ m.c.m. } (24, 45, 150) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1\,800$$

$$b) \text{ m.c.d. } (24, 45, 150) = 3$$

- 54 **Los cristales del instituto se limpian cada 9 semanas, los techos cada 12 y las estanterías de la biblioteca cada 6. ¿Cada cuántas semanas coincidirán las tres tareas? Si a comienzo de curso se hace una limpieza general, ¿cuántas veces se limpiarán durante el curso los cristales?**

Solución:

$$\text{m.c.m. } (6, 9, 12) = 36.$$

Cada 36 semanas coinciden las tres tareas.

Teniendo en cuenta que el curso son aproximadamente 36 semanas, los cristales se limpiarán $36 : 9 = 4$ veces durante el curso.

- 55 **María tiene 120 libros y Pablo 160. Para facilitar la mudanza quieren meter sus libros en cajas lo más grandes posible, con el mismo número de libros y sin que se mezclen. ¿Cuántos libros contendrá cada caja?**

Solución:

$$\text{m.c.d. } (120, 160) = 40.$$

Cada caja contendrá 40 libros.

- 56 **Eva va a la peluquería cada 3 meses y Laura cada 36 días. Coincidieron el 1 de febrero. ¿Cuándo será la próxima vez que coincidan?**

Solución:

$$3 \text{ meses} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ días}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{m.c.m.}(90, 36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Volverán a coincidir en 180 días, es decir dentro de 6 meses, el 1 de julio.

- 57 **Julia lleva sus envases a reciclar cada 12 días y Andrés, cada 18 días. Coincidieron el lunes pasado. ¿Dentro de cuántos días volverán a coincidir de nuevo?**

Solución:

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\text{m.c.m.}(12, 18) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Volverán a coincidir dentro de 36 días.

- 58 **En la panadería de la esquina hay napolitanas recién hechas cada 10 minutos, ensaimadas cada 14 minutos y rosquillas cada 28 minutos. Si a las 11 y cuarto de la mañana pude comprar un producto de cada, recién hechos. ¿A qué hora podré volver a repetir una compra igual?**

Solución:

$$\text{m.c.m.}(10, 14, 28) = 140.$$

140 minutos son 2 horas y 20 minutos, por tanto, a las 13 : 35 horas se podrá hacer una compra igual.

- 59 **Una ONG tiene 48 envases de un medicamento A, 96 de otro B y 72 de otro C. Los quiere empaquetar en cajas que contengan la misma cantidad de cada uno de ellos y de forma que el número de envases de cada caja sea el mayor posible. ¿Cómo puede hacerlo? ¿Cuántas cajas necesita para empaquetarlos?**

Solución:

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$\text{m.c.d.}(48, 96, 72) = 2^3 \cdot 3 = 24 \text{ envases de cada medicamento.}$$

Necesita: $48 : 24 = 2$ cajas para el medicamento A.

$96 : 24 = 4$ cajas para el B.

$72 : 24 = 3$ cajas para el C.

En total necesita 9 cajas.

- 60 **Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los números:**

a) 105, 405 y 315

b) 414, 216 y 288

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } 105 &= 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 405 &= 3^4 \cdot 5 \\ 315 &= 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m.c.d. (105, 405, 315)} &= 3 \cdot 5 = 15 \\ \text{m.c.m. (105, 405, 315)} &= 3^4 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,835 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 414 &= 2 \cdot 3^2 \cdot 23 \\ 216 &= 2^3 \cdot 3^3 \\ 288 &= 2^5 \cdot 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m.c.d. (414, 216, 288)} &= 2 \cdot 3^2 = 18 \\ \text{m.c.m. (414, 216, 288)} &= 2^5 \cdot 3^3 \cdot 23 = 19\,872 \end{aligned}$$

- 61 **¿Puedo meter en una caja de dimensiones 42 x 21 x 14 centímetros, cubitos de madera, mayores de 1 cm de arista, sin que sobre ni falte espacio? ¿Qué dimensión máxima deben tener estos cubitos? ¿Cuántos caben en la caja?**

Solución:

$$\text{m.c.d. (42, 21, 14)} = 7.$$

La dimensión máxima de los cubitos, para que no sobre ni falte espacio, es de 7 cm de arista.

En cada arista cabrán $42 : 7 = 6$, $21 : 7 = 3$ y $14 : 7 = 2$ cubitos respectivamente, por tanto en la caja caben $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ cubitos.

- 62 **Nacho tiene en su colección de monedas 18 americanas, 36 europeas y 24 asiáticas. Las quiere guardar en cajas lo más grandes posible, del mismo número de monedas, sin mezclar continentes y sin que sobre ninguna. ¿Cuántas monedas contendrá cada caja? ¿Cuántas cajas necesitará para cada continente?**

Solución:

$$\begin{aligned} \text{m.c.d. (18, 36, 24)} &= 6. \\ \text{Cada caja tendrá 6 monedas.} \end{aligned}$$

Necesitará $18 : 6 = 3$ cajas para las monedas americanas,
 $36 : 6 = 6$ para las europeas y
 $24 : 6 = 4$ para las asiáticas.

- 63 **Calcula:**

a) **m.c.m. (33, 99, 297)**

b) **m.c.d. (33, 99, 297)**

Solución:

$$\begin{aligned}33 &= 3 \cdot 11 \\99 &= 3^2 \cdot 11 \\297 &= 3^3 \cdot 11\end{aligned}$$

$$\text{a) m.c.m. (33, 99, 297) = } 3^3 \cdot 11 = 297$$

$$\text{b) m.c.d. (33, 99, 297) = } 3 \cdot 11 = 33$$

- 64 **Con los libros que tiene Teresa puede hacer grupos de 4, 8 y 12 libros de modo que todos los grupos tengan el mismo número de libros. ¿Cuál es la menor cantidad de libros que puede tener Teresa?**

Solución:

El número de libros que tiene es un múltiplo de 4, 8 y 12.

$$\begin{aligned}4 &= 2^2 \\8 &= 2^3 \\12 &= 2^2 \cdot 3\end{aligned}$$

$$\text{m.c.m. (4, 8, 12) = } 2^3 \cdot 3 = 24$$

El menor número de libros que puede tener Teresa es 24.

- 65 **El m.c.d. de dos números es 180 y el m.c.m. 32 400. Uno de los números es 1620, ¿cuál es el otro?**

Solución:

El producto de los números es igual al producto de su m.c.d. por su m.c.m.
Entonces:

$$1620 \cdot x = 180 \cdot 32400 ; x = 3600$$

El otro número es 3600.

- 66 **El m.c.d. de dos números es 45 y el m.c.m., 432. Si uno de los números es 270, ¿cuál es el otro?**

Solución:

El producto del m.c.d. de dos números por el m.c.m. de esos números es igual al producto de los números.
Entonces: $45 \cdot 432 = 270 \cdot x ; x = 72$

- 67 **Carlota tiene entre 110 y 130 fotos de animales. Tanto si las ordena en lotes de 15 fotos, como de 20 o de 30, le faltan siempre dos fotos para completar el último lote. ¿Cuántas fotos tiene?**

Solución:

$$\text{m.c.m. (15, 20, 30) = } 60.$$

El número de fotos será un múltiplo de 60 entre 110 y 130, menos las dos fotos que le faltan para completar el lote.
Tiene $(60 \cdot 2) - 2 = 118$ fotos.