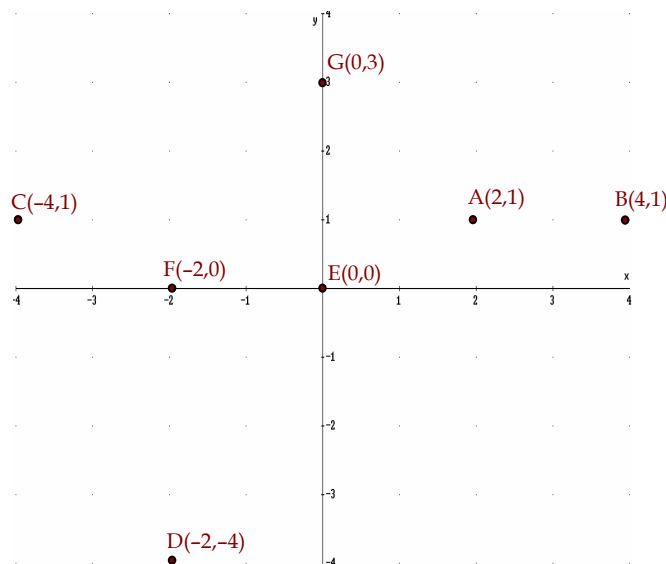


FUNCIONES. EJERCICIOS RESUELTOS

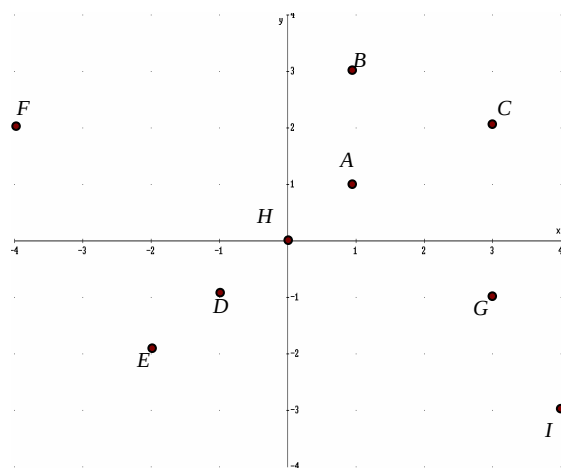
1) Representa los siguientes puntos en el plano cartesiano adjunto:

$A(2,1)$, $B(4,1)$, $C(-4,1)$, $D(-2,-4)$, $E(0,0)$, $F(-2,0)$ y $G(0,3)$

Solución:



2) Escribe las coordenadas de cada punto señalado en el plano cartesiano adjunto:



Solución:

$A(1,1)$

$B(1,3)$

$C(3,2)$

$D(-1,-1)$

$E(-2,-2)$

$F(-4,2)$

$G(3,-1)$

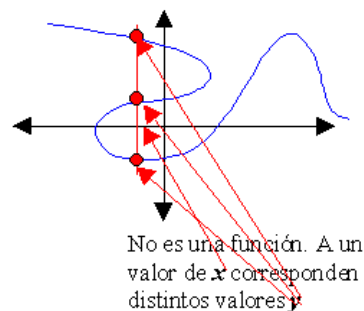
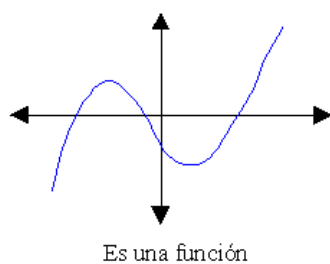
$H(0,0)$

$I(4,-3)$

- 3) ¿Qué es una función? ¿Qué es el dominio? ¿Qué es el recorrido? Dibuja una curva que sea una función y otra que no lo sea, argumentando la respuesta.

Solución:

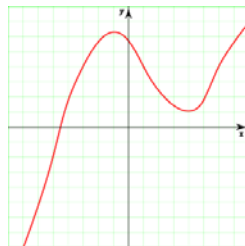
Una función, $f(x)$ es una relación matemática que transforma unos números, llamados dominio, en otros, llamados recorrido, de tal forma que a cada número del dominio le corresponde, como máximo, uno del recorrido.



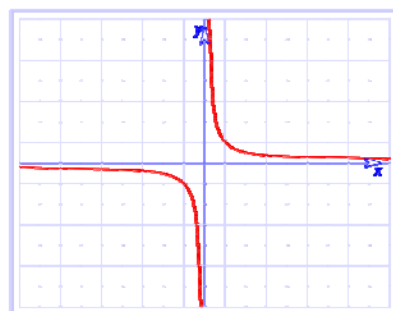
- 4) ¿Qué es una función continua? ¿Y qué es una función discontinua? Dibuja un ejemplo de cada una de ellas.

Solución:

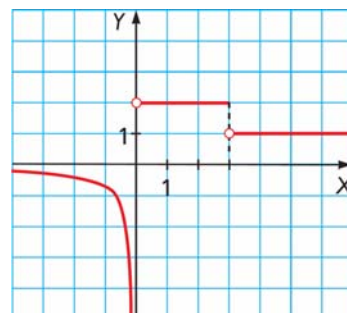
-Una función continua no presenta saltos en su gráfica, como es el caso siguiente:



-Por otro lado, en una función discontinua sí hay saltos, como se ve a continuación:

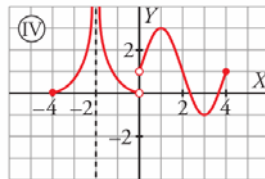
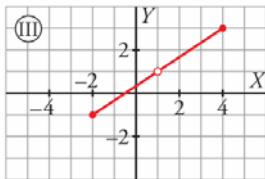
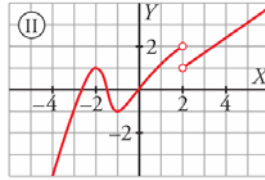
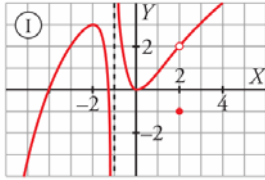


Discontinuidad en $x=0$



Discontinuidad en $x=0$ y en $x=3$

- 5) Explica por qué las siguientes funciones son discontinuas. Indica los valores de x en donde cada una de ellas es discontinua.



Solución:

I) Es una función discontinua en $x = -2$ y en $x = 2$, porque en esos puntos la gráfica de la función sufre saltos.

II) Es una función discontinua en $x = 2$, porque en ese valor de x la función tiene un salto

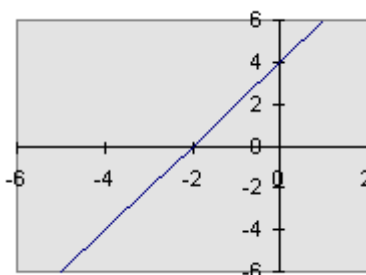
III) Es una función discontinua en $x = 1$. Para ese valor, la función sufre un salto.

IV) En este caso, la función es discontinua en dos valores: $x = -2$ y $x = 0$. Presenta saltos en esos valores.

- 6) ¿Qué es una función creciente? ¿Y una función decreciente? Dibuja un ejemplo de cada una de ellas para explicar mejor los dos conceptos.

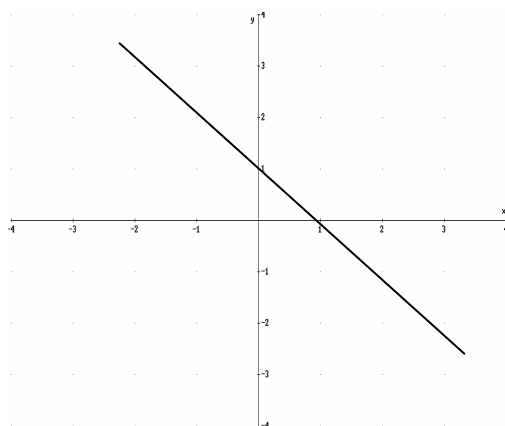
Solución:

Una función es creciente cuando a valores crecientes de x les corresponden valores de $f(x)$ también crecientes.



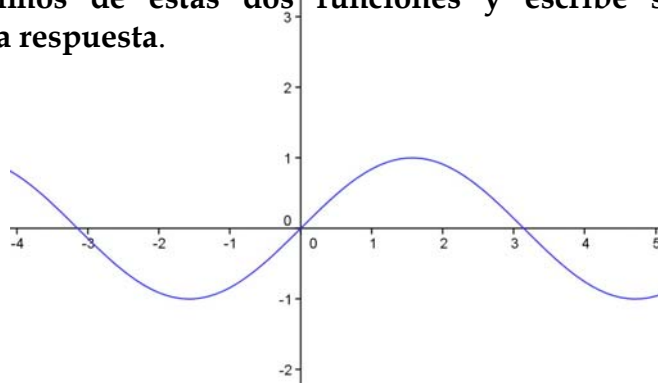
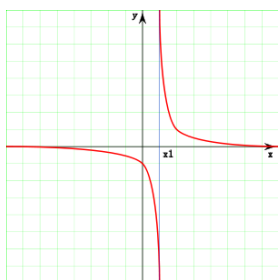
La función de la izquierda es una función creciente. Como se ve en la gráfica, para $x = -4$, $x = -2$ y $x = 0$ la función vale -4 , 0 y 4 , respectivamente. Es decir, para valores crecientes de x , tenemos valores crecientes de $f(x)$.

Una función es decreciente cuando a valores crecientes de x les corresponden valores decrecientes de $f(x)$.

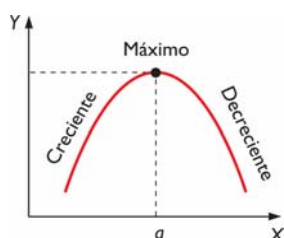


La función de la izquierda es decreciente. Puedes ver que para los valores $x=0$, $x=1$ y $x=2$, los valores de $f(x)$ son 1, 0 y -1 , es decir, cuanto más grandes son los valores de x más pequeños son los valores de $f(x)$.

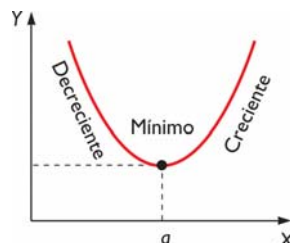
- 7) ¿Qué son máximos de una función? ¿Y los mínimos? Indica dónde están los máximos y los mínimos de estas dos funciones y escribe sus coordenadas. Argumenta la respuesta.



Una función tiene un máximo en un punto $x=a$ si a la izquierda y a la derecha de éste los valores de $f(x)$ son menores que en x .



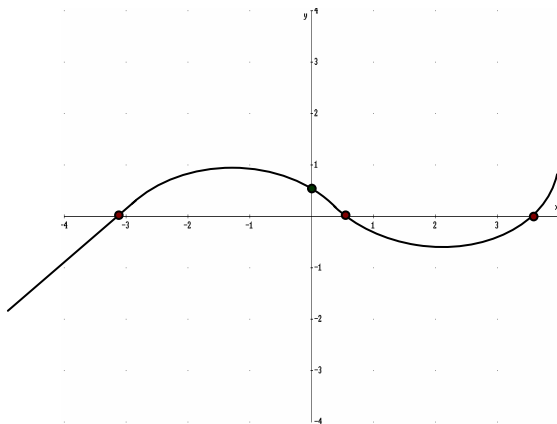
Una función tiene un mínimo en un punto $x=a$ si a la izquierda y a la derecha de éste los valores de $f(x)$ son mayores que en x .



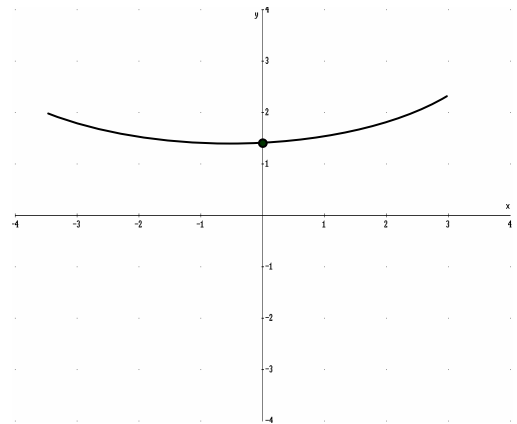
- 8) Dibuja una función que tenga tres puntos de corte con el eje y y un punto de corte con el eje x . Luego dibuja una función que tenga un punto de corte con el eje Y y ninguno con el eje X . Por último, intenta dibujar una función que no tenga ningún punto de corte. Explica lo que ocurriría si una función tuviese dos puntos de corte con el eje Y .

Solución:

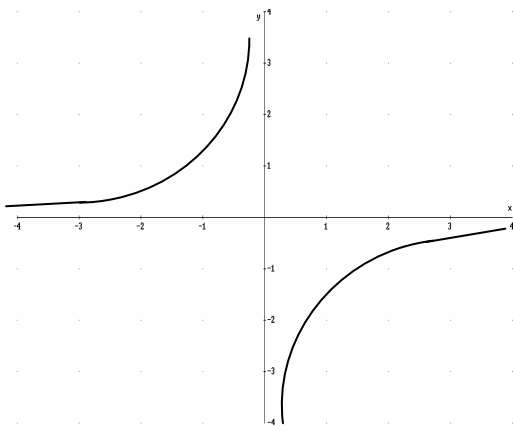
Función que tiene tres puntos de corte en el eje X y un punto de corte en el eje Y .



Función que tiene un punto de corte en el eje Y y ninguno en el eje X .

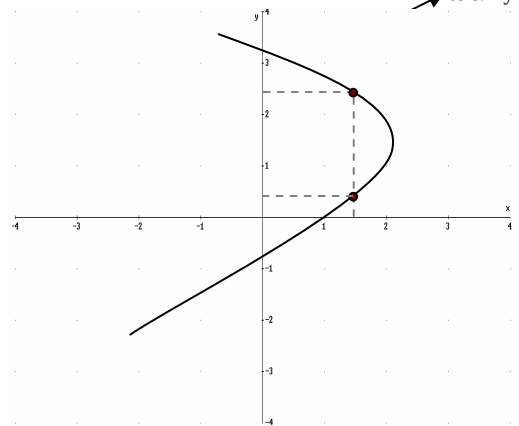


Función que no tiene ningún punto de corte con los ejes X e Y .



Una función que tenga dos puntos de corte con el eje Y no puede ser una función, ya que para el valor $x=0$ tendríamos dos valores de y , lo cual está prohibido para las funciones.

Para $x=1/2$ vemos que $f(x)$ es $3/2$ y $1/2$



9) Representa las siguientes funciones usando sólo dos puntos

a) $y = \frac{2x}{3}$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = -\frac{4}{x}$

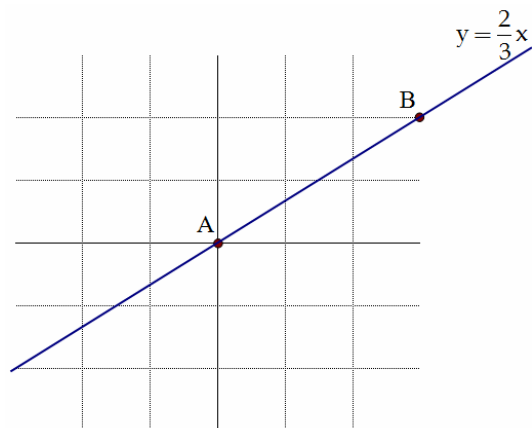
Solución:

a) Representación de $y = \frac{2x}{3}$

- La función dada es una línea recta, ya que es de la forma $y = mx + n$, en dónde m es la pendiente. En nuestro caso, $m = 2/3$ y $n = 0$.
- Construimos una tabla de valores para obtener dos puntos (para dibujar una línea recta no hacen falta más puntos):

x	$2x/3$	
0	0	$\Rightarrow A(0,0)$
3	2	$\Rightarrow B(3,2)$

- Por último, representamos los dos puntos en un plano cartesiano y por ellos trazamos la línea recta que buscamos:

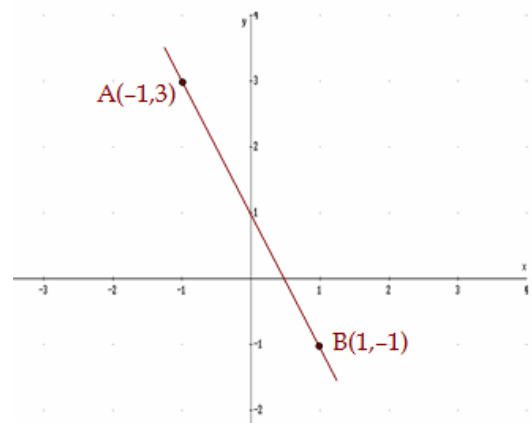


b) Representación de $y = -2x + 3$

- La función dada es una línea recta, ya que es de la forma $y = mx + n$, en donde m es la pendiente. En nuestro caso, $m = -2$ y $n = 3$. Como $n = 3$ ello quiere decir que la recta cortará al eje y en $y = 3$.

x	$y = -2x + 3$
-1	$-2(-1) + 3 = 5 \Rightarrow A(-1, 5)$
1	$-2 \cdot 1 + 3 = 1 \Rightarrow B(1, 1)$

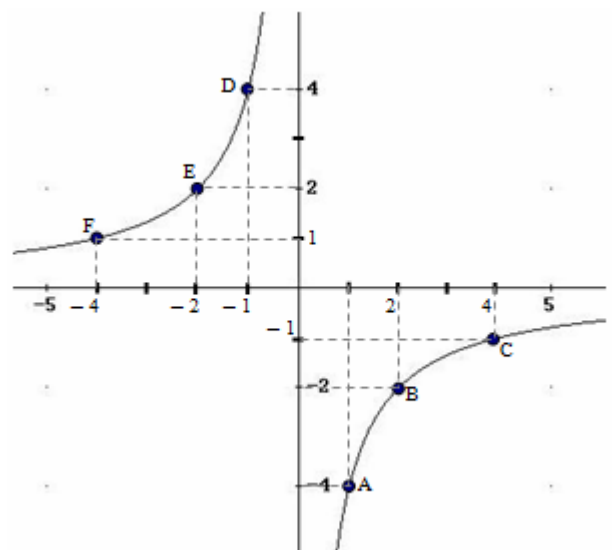
- Construimos una tabla de valores y representamos los puntos:



c) Representación de $y = -\frac{4}{x}$

- La función dada es una hipérbola, ya que es de la forma $y = \frac{k}{x}$
- Construimos una tabla de valores, pero en esta ocasión de seis puntos y representamos:

x	$y = -\frac{4}{x}$
1	$-\frac{4}{1} = -4 \Rightarrow A(1, -4)$
2	$-\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow B(2, -2)$
4	$-\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow C(4, -1)$
-1	$-\frac{4}{-1} = 4 \Rightarrow D(-1, 4)$
-2	$-\frac{4}{-2} = 2 \Rightarrow E(-2, 2)$
-4	$-\frac{4}{-4} = 1 \Rightarrow F(-4, 1)$



10) Extrae 5 puntos de la siguiente función:

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 5$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores

x	f(x)	Puntos buscados
2	$2 \cdot 2^3 - 2^2 + 3 \cdot 2 + 5 = 13$	$\rightarrow A(2,13)$
1	$2 \cdot 1^3 - 1^2 + 3 \cdot 1 + 5 = 9$	$\rightarrow B(1,9)$
0	$2 \cdot 0^3 - 0^2 + 3 \cdot 0 + 5 = 5$	$\rightarrow C(0,5)$
-1	$2 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 5 = -1$	$\rightarrow D(-1,-1)$
-2	$2 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 5 = -21$	$\rightarrow E(-2,-21)$