

Alumno: _____

1. (2p) Resuelve por **dobte reducción**:

$$\begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{2x-3y}{2} = 5 \end{cases}$$

2. (1.5p) Resuelve por **sustitución**: $\begin{cases} 7x - y = 21 \\ 4x + 3y = -13 \end{cases}$

3. (2p) Empleamos un total de 505 botellas de 2 y 5 litros de capacidad para envasar 2.000 litros de agua, ¿cuántas botellas hay de cada tamaño?

4. (4.5p) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $(x - 3)^2 - \frac{x(2x - 3)}{2} = \frac{2 - x}{4}$

b. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

c. $x^3 + x^2 - 17x + 15 = 0$

SOLUCIÓN

1. Resuelve por **doble reducción**:

$$\begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{2x-3y}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{2x-3y}{2} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{4x}{4} + \frac{y-2}{4} = \frac{4}{4} \\ \frac{2x-3y}{2} = \frac{10}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + y - 2 = 4 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases}$$

Multiplicando la segunda ecuación por -2 y sumando miembro a miembro:

$$\begin{cases} 4x + y = 6 \\ -4x + 6y = -20 \end{cases} \rightarrow 7y = -14 \rightarrow y = \frac{-14}{7} \rightarrow y = -2$$

Multiplicando la primera ecuación por 3 y sumando miembro a miembro:

$$\begin{cases} 12x + 3y = 18 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases} \rightarrow 14x = 28 \rightarrow x = \frac{28}{14} \rightarrow x = 2$$

2. Resuelve por **sustitución**: $\begin{cases} 7x - y = 21 \\ 4x + 3y = -13 \end{cases}$

Despejamos y de la primera ecuación y sustituimos en la segunda ecuación:

$$7x - y = 21 \rightarrow 7x - 21 = y$$

$$4x + 3(7x - 21) = -13 \rightarrow 4x + 21x - 63 = -13 \rightarrow 25x = 50 \rightarrow x = \frac{50}{25} \rightarrow x = 2$$

$$\text{Como } 7x - 21 = y \rightarrow y = 7 \cdot 2 - 21 \rightarrow y = -7$$

3. Empleamos un total de 505 botellas de 2 y 5 litros de capacidad para envasar 2.000 litros de agua, ¿cuántas botellas hay de cada tamaño?

Nos piden: botellas de 2 litros: x , botellas de 5 litros: y

$$\begin{cases} x + y = 505 \\ 2x + 5y = 2000 \end{cases}$$

Despejamos x de la primera ecuación y sustituimos en la segunda ecuación:

$$x = 505 - y \rightarrow 2(505 - y) + 5y = 2000 \rightarrow 1010 - 2y + 5y = 2000 \rightarrow$$

$$3y = 2000 - 1010 \rightarrow 3y = 990 \rightarrow y = \frac{990}{3} \rightarrow y = 330 \text{ botellas de 5 litros}$$

$$\text{Como } x = 505 - y \rightarrow x = 505 - 330 = 175 \text{ botellas de 2 litros}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $(x-3)^2 - \frac{x(2x-3)}{2} = \frac{2-x}{4}$

b. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

c. $x^3 + x^2 - 17x + 15 = 0$

a. $(x-3)(x-3) - \frac{2x^2-3x}{2} = \frac{2-x}{4} \rightarrow x^2 - 3x - 3x + 9 - \frac{2x^2-3x}{2} = \frac{2-x}{4} \rightarrow$
 $\frac{4x^2-12x-12x+36}{4} - \frac{4x^2-6x}{4} = \frac{2-x}{4} \rightarrow 4x^2 - 24x + 36 - 4x^2 + 6x = 2 - x \rightarrow$
 $-24x + 6x + x = -36 + 2 \rightarrow -17x = -34 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = \frac{34}{17} = 2$

b. Ecuación bicuadrada, realizando el cambio de variable $x^2 = t \rightarrow t^2 - 13t + 36 = 0$

$$t = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = \frac{13+5}{2} = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$t_2 = \frac{13-5}{2} = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \begin{cases} x_3 = 2 \\ x_4 = -2 \end{cases}$$

c. Resolvemos la ecuación de tercer grado aplicando Ruffini:

1	1	-17	15
1	1	2	-15
1	2	-15	0

La primera raíz será $x_1 = 1$. Obtenemos las otras dos raíces resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

$$x_2 = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad x_3 = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$