PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio D7
- Junio, Ejercicio D8

a) Se realizan dos muestreos aleatorios estratificados con afijación proporcional para una población dividida en cuatro estratos E_1, E_2, E_3 y E_4. En la primera muestra se han seleccionado 25 individuos de E_1 y 30 de E_2. En la segunda muestra se han seleccionado 80 individuos de E_3 y 100 de E_4. Sabiendo que el estrato E_1 tiene 500 individuos y que el estrato E_3 tiene 400, determine el tamaño de cada estrato de la población y el tamaño de las muestras en cada estrato.

b) Dada la población $\{-3,-1,2,5,7\}$, se consideran todas las muestras posibles de tamaño 2 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple. Calcule la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a)

	E_1	E_2	E_3	E_4	Total
Muestra 1	25	30	**20**	**25**	**100**
Muestra 2	**100**	**120**	80	100	**400**
Población	500	**600**	400	**500**	**2000**

Muestra 1: $\dfrac{25}{500}=\dfrac{30}{x} \Rightarrow x=600$ $\qquad \dfrac{25}{500}=\dfrac{y}{400} \Rightarrow y=20$

Muestra 2: $\dfrac{80}{400}=\dfrac{100}{z} \Rightarrow z=500$ $\qquad \dfrac{80}{400}=\dfrac{b}{500} \Rightarrow b=100$ $\qquad \dfrac{80}{400}=\dfrac{a}{600} \Rightarrow a=120$

Muestra 1: $\dfrac{25}{500}=\dfrac{c}{500} \Rightarrow c=25$

b) Todas las muestras de tamaño 2:

$(-3,-3)$	$(-3,-1)$	$(-3,2)$	$(-3,5)$	$(-3,7)$
$(-1,-3)$	$(-1,-1)$	$(-1,2)$	$(-1,5)$	$(-1,7)$
$(2,-3)$	$(2,-1)$	$(2,2)$	$(2,5)$	$(2,7)$
$(5,-3)$	$(5,-1)$	$(5,2)$	$(5,5)$	$(5,7)$
$(7,-3)$	$(7,-1)$	$(7,2)$	$(7,5)$	$(7,7)$

Medias muestrales:

-3	-2	$-0'5$	1	2
-2	-1	$0'5$	2	3
$-0'5$	$0'5$	2	$3'5$	$4'5$
1	2	$3'5$	5	6
2	3	$4'5$	6	7

Construimos la tabla para las medias muestrales:

	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
-3	1	-3	9
-2	2	-4	8
-1	1	-1	1
$-0'5$	2	-1	0’5
$0'5$	2	1	0’5
1	2	2	2
2	5	10	20
3	2	6	18
$3'5$	2	7	24’5
$4'5$	2	9	40’5
5	1	5	25
6	2	12	72
7	1	7	49
	25	50	270

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{50}{25} = 2$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{270}{25} - 2^2 = 6'8$

También, podríamos calcularlo a partir de los datos de la población

Construimos la tabla para población

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
-3	1	-3	9
-1	1	-1	1
2	1	2	4
5	1	5	25
7	1	7	49
	5	10	88

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{10}{5} = 2$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{88}{5} - 2^2 = 13'6$

La varianza de las medias muestrales sería: $\sigma^2 = \dfrac{13'6}{2} = 6'8$

Se desea conocer la proporción de habitantes de una determinada ciudad que realizan turismo sostenible durante sus vacaciones. Para ello se selecciona al azar una muestra de 2500 habitantes, resultando que 1825 realizan turismo sostenible..
a) Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 95%, para estimar la proporción de habitantes de la ciudad que realizan turismo sostenible.
b) Para un nivel de confianza del 97% y manteniendo la proporción muestral, ¿cuál sería el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea inferior al 1%?.
c) Razone que efecto producirá sobre la amplitud del intervalo una disminución del tamaño de la muestra.
SOCIALES II. 2024 JUNIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\,,\, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{1825}{2500} = 0'73$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'73 - 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{2500}}\ ,\ 0'73 + 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{2500}}\right) = (0'7126\ ;\ 0'7474)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

$$E = 0'01 = 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{n}} \Rightarrow n = 9.281,24 \simeq 9.282 \text{ habitantes}$$

c) Si el tamaño de la muestra disminuye, entonces el error aumenta, con lo cual la amplitud del intervalo aumenta.