	Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 (tabla adicional)**

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN
Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

CALCULADORA: Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.

Problemas (a elegir tres)

P1.
Una empresa constructora obtiene una licencia del ayuntamiento para construir dos tipos de apartamentos: T2 (de 2 habitaciones) y T3 (de 3 habitaciones). Cada apartamento T2 se venderá por 150 000 euros y cada apartamento T3 por 250 000 euros. La licencia del ayuntamiento obliga a cumplir una serie de condiciones: el número de apartamentos T2 construidos no puede exceder al doble de apartamentos T3, el número de apartamentos T3 no puede sobrepasar al triple de apartamentos T2 y, como máximo, se pueden construir 60 apartamentos en total.
Determinar, utilizando técnicas de programación lineal, el número de apartamentos de cada tipo que debe construir la empresa para obtener el máximo beneficio con su venta y cuál será ese beneficio.

P2.
Una sociedad invierte el capital de sus inversores en tres tipos de productos financieros (acciones, bonos y depósitos). Trascurrido un año, las acciones han tenido un beneficio del 4 %, mientras que los bonos y los depósitos han tenido una pérdida del 5 % y del 2 % respectivamente, y como consecuencia, los 3 millones de euros invertidos se convierten en 2934300 euros. En bonos se ha invertido un 40 % más que entre los otros dos productos juntos. Calcular el capital invertido en cada uno de los tres productos.

P3.
Dada la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}-1 & si\ \ x\le 0 \\ x^2+x & si\ \ x>0 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de $f(x)$.
b) Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 3].

P4.
El valor de un gramo de oro, en euros, ha variado en el último mes según la función $P(t)$ donde t representa el tiempo medido en días:

$$P(t) = 0.04t^3 - 1.98t^2 + 24t + 58; \text{ si } \ 0 \le t \le 30$$

a) Estudiar cómo crece y decrece el precio del oro a lo largo del mes.
b) Averiguar los días en los cuales el precio del oro es máximo y mínimo y el valor del gramo de oro en esos días.

P5.
El 55 % de la población activa de cierto país está formada por hombres. Se sabe que el 15 % de los hombres y el 25 % de las mujeres están en paro.
a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar de esta población esté en paro y sea mujer.
b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar de la población activa en ese país esté en paro.
c) Calcular la probabilidad de que una persona en paro, elegida al azar, sea hombre.

P6.
La longitud de unas barras de metal para la construcción de plataformas metálicas se distribuye normalmente con una desviación típica de 1.8 milímetros. Para determinar los límites entre los que se encuentra la longitud media de las barras se toma una muestra de 25 de estas barras, obteniéndose su media muestral que es de 195 milímetros.
a) ¿Entre qué valores se encuentra la verdadera longitud media, con un nivel de confianza del 90%?
b) ¿Qué tamaño mínimo debería tener otra muestra de barras de metal para alcanzar, con un nivel de confianza del 99 %, un error máximo de 0.5 milímetros en la estimación de μ?

CUESTIONES (A ELEGIR UNA)

C1.
Despejar la incógnita X en la ecuación matricial $AX + B = C - 3X$.

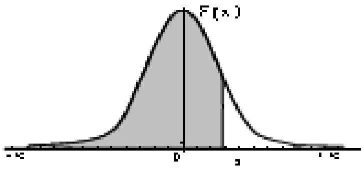
C2.
Hallar las asíntotas, si las hubiera, de la función:

$$f(x) = \frac{6x^2 - 10x}{3x^2 + 3}$$

C3.
La precipitación anual en una localidad de Castilla y León sigue una distribución normal de media 632 milímetros y desviación típica 48 milímetros. Hallar la probabilidad de que en el año 2024 las precipitaciones de esa localidad superen los 600 milímetros.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} \, dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

P1.
Una empresa constructora obtiene una licencia del ayuntamiento para construir dos tipos de apartamentos: T2 (de 2 habitaciones) y T3 (de 3 habitaciones). Cada apartamento T2 se venderá por 150 000 euros y cada apartamento T3 por 250 000 euros. La licencia del ayuntamiento obliga a cumplir una serie de condiciones: el número de apartamentos T2 construidos no puede exceder al doble de apartamentos T3, el número de apartamentos T3 no puede sobrepasar al triple de apartamentos T2 y, como máximo, se pueden construir 60 apartamentos en total.
Determinar, utilizando técnicas de programación lineal, el número de apartamentos de cada tipo que debe construir la empresa para obtener el máximo beneficio con su venta y cuál será ese beneficio.

Llamamos x = número de apartamentos T2 e y = número de apartamentos T3.

La función objetivo que deseamos maximizar es el beneficio dado en miles de euros:

$$B(x,y)=150x+250y$$

Las restricciones son:

"El número de apartamentos T2 construidos no puede exceder al doble de apartamentos T3" → $x \leq 2y$.

"El número de apartamentos T3 no puede sobrepasar al triple de apartamentos T2" → $y \leq 3x$.

"Se pueden construir 60 apartamentos en total" → $x+y \leq 60$

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0;\ y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x \leq 2y \\ y \leq 3x \\ x+y \leq 60 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x=2y$

x	$y=\frac{x}{2}$
0	0
40	20
60	30

$y=3x$

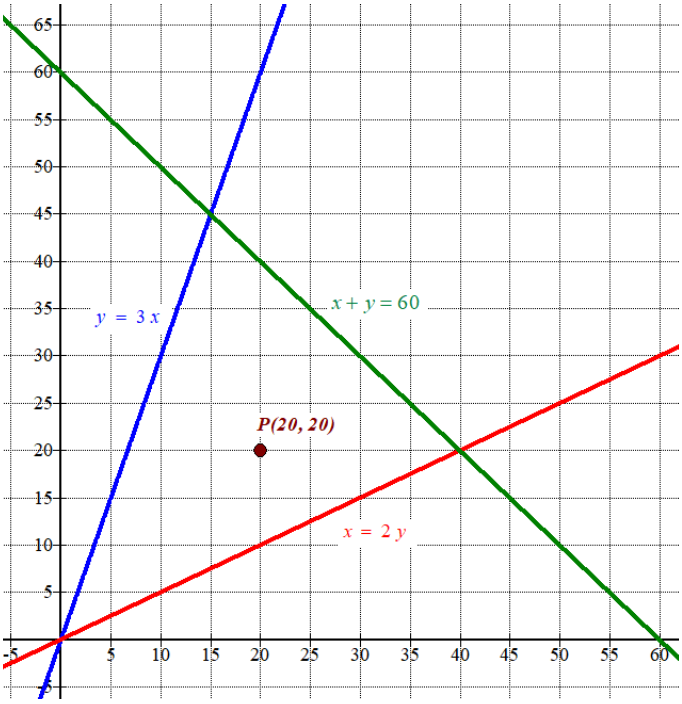
x	$y=3x$
0	0
15	45
20	60

$x+y=60$

x	$y=60-x$
0	60
15	45
40	20

$x \geq 0;\ y \geq 0$

Primer cuadrante

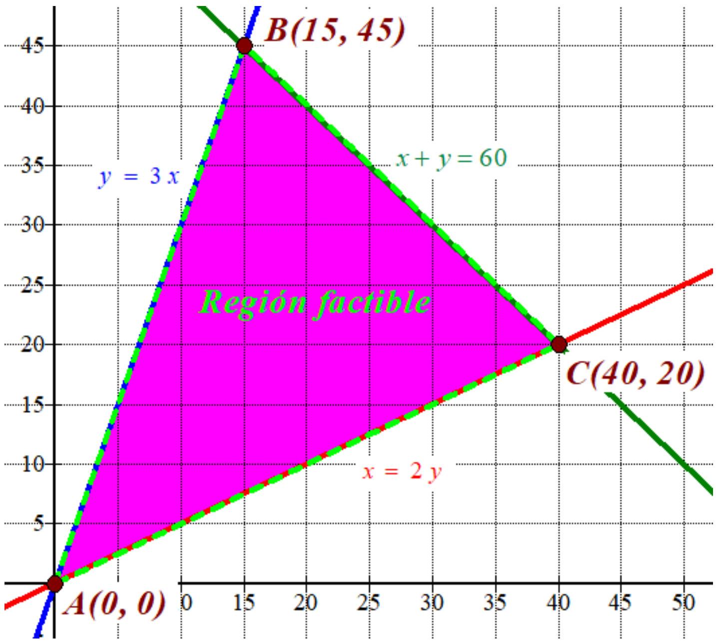


Como las restricciones del problema son $\left.\begin{array}{l} x \leq 2y \\ y \leq 3x \\ x+y \leq 60 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por encima de la recta roja y por debajo de las rectas verde y azul.

Comprobamos que el punto P(20, 20) perteneciente a dicha región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 20 \leq 2\cdot 20 \\ 20 \leq 3\cdot 20 \\ 20+20 \leq 60 \\ 20 \geq 0;\ 20 \geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Los vértices son A(0, 0); B(15, 45) y C(40, 20).

Valoramos la función objetivo $B(x,y)=150x+250y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$

B(15, 45) → $B(15,45)=150\cdot 15+250\cdot 45=13500$ ¡*Máximo*!

C(40, 20) → $B(40,20)=150\cdot 40+250\cdot 20=11000$

El valor máximo de la función beneficio es 13 500 y se consigue en el vértice B(15, 45), que significa que se deben construir 15 apartamentos T2 y 45 apartamentos T3 para obtener un beneficio máximo de 13.5 millones de euros.

P2.
Una sociedad invierte el capital de sus inversores en tres tipos de productos financieros (acciones, bonos y depósitos). Trascurrido un año, las acciones han tenido un beneficio del 4 %, mientras que los bonos y los depósitos han tenido una pérdida del 5 % y del 2 % respectivamente, y como consecuencia, los 3 millones de euros invertidos se convierten en 2934300 euros. En bonos se ha invertido un 40 % más que entre los otros dos productos juntos. Calcular el capital invertido en cada uno de los tres productos.

Llamamos "x" al dinero invertido en acciones, "y" al invertido en bonos y "z" al invertido en depósitos.

"Se invirtieron 3 millones de euros" → $x+y+z=3000000$

"En bonos se ha invertido un 40 % más que entre los otros dos productos juntos" → $y=1.4(x+z)$.

"Las acciones han tenido un beneficio del 4 %, mientras que los bonos y los depósitos han tenido una pérdida del 5 % y del 2 % respectivamente, y como consecuencia, los 3 millones de euros invertidos se convierten en 2934300 euros" →
$0.04x-0.05y-0.02z=2934300-3000000 \Rightarrow 0.04x-0.05y-0.02z=-65700$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=3000000 \\ y=1.4(x+z) \\ 0.04x-0.05y-0.02z=-65700 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=3000000 \\ y=1.4x+1.4z \\ 4x-5y-2z=-6570000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+1.4x+1.4z+z=3000000 \\ 4x-5(1.4x+1.4z)-2z=-6570000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+1.4x+1.4z+z=3000000 \\ 4x-7x-7z-2z=-6570000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2.4x+2.4z=3000000 \\ -3x-9z=-6570000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+z=1250000 \\ x+3z=2190000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=1250000-z \\ x+3z=2190000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1250000-z+3z=2190000 \Rightarrow 2z=940000 \Rightarrow \boxed{z=\frac{940000}{2}=470000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1250000-470000=780000} \Rightarrow \boxed{y=1.4(780000+470000)=1750000}$$

La sociedad ha invertido 780 000 € en acciones, 1 750 000 € en bonos y 470 000 € en depósitos.

P3.
Dada la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}-1 & si\ x\leq 0 \\ x^2+x & si\ x>0 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de $f(x)$.
b) Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 3].

a) En el intervalo $(-\infty,0)$ la función tiene la expresión $f(x)=e^{-x}-1$ que es una función exponencial y continua.
En el intervalo $(0,+\infty)$ la función tiene la expresión $f(x)=x^2+x$ que es una función polinómica y continua.
Estudiamos la continuidad en $x = 0$.

- Existe $f(0)=e^0-1=0$
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} e^{-x}-1=0$.
- Existe $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} x^2+x=0^2+0=0$.
- Los tres valores son iguales: $f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=0$

La función es continua en $x = 0$. La función es continua en $\mathbb{R}$.

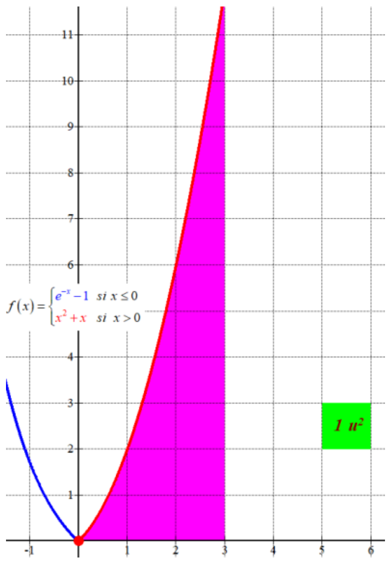
b) Hallamos los puntos de corte de la gráfica de la función y el eje de abscisas.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\begin{cases} e^{-x}-1 & si\ x\leq 0 \\ x^2+x & si\ x>0 \end{cases} \\ Eje\,de\,abscisas \to y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} e^{-x}-1=0 \to e^{-x}=1 \to \boxed{x=0} \\ x^2+x=0 \to x(x+1)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \notin (0,+\infty) \end{cases} \end{cases}$$

La gráfica de la función corta el eje de abscisas en $x = 0$. El área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 3] se obtiene con el valor absoluto de la integral definida entre 0 y 3 de la función. En este intervalo la función es $f(x)=x^2+x$.

$$\int_0^3 x^2+x\,dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right]_0^3=\left[\frac{3^3}{3}+\frac{3^2}{2}\right]-\left[\frac{0^3}{3}+\frac{0^2}{2}\right]=9+\frac{9}{2}=\frac{27}{2}=13.5$$

El área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 3] tiene un valor de 13.5 unidades cuadradas.



P4.
El valor de un gramo de oro, en euros, ha variado en el último mes según la función $P(t)$ donde t representa el tiempo medido en días:

$$P(t) = 0.04t^3 - 1.98t^2 + 24t + 58; \text{ si } 0 \le t \le 30$$

a) Estudiar cómo crece y decrece el precio del oro a lo largo del mes.
b) Averiguar los días en los cuales el precio del oro es máximo y mínimo y el valor del gramo de oro en esos días.

a) Utilizamos la derivada para estudiar la monotonía de la función.

$$P(t) = 0.04t^3 - 1.98t^2 + 24t + 58 \Rightarrow P'(t) = 0.12t^2 - 3.96t + 24$$

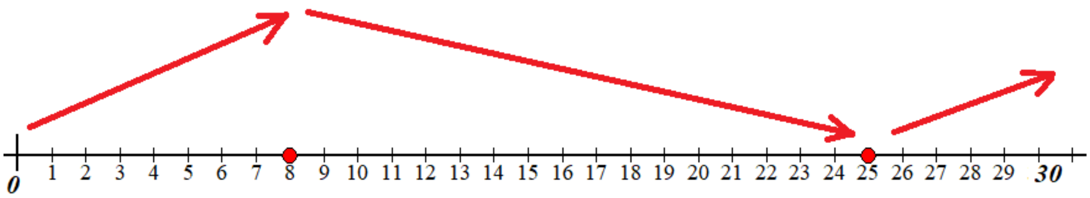
$$P'(t) = 0 \Rightarrow 0.12t^2 - 3.96t + 24 = 0 \Rightarrow t^2 - 33t + 200 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{33 \pm \sqrt{(-33)^2 - 4(200)}}{2} = \frac{33 \pm 17}{2} = \begin{cases} \frac{33+17}{2} = 25 = t \\ \frac{33-17}{2} = 8 = t \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $t = 8$ y $t = 25$.

- En el intervalo $[0,8)$ consideramos $t = 1$ y la derivada vale $P'(1) = 0.12 \cdot 1^2 - 3.96 \cdot 1 + 24 = 20.16 > 0$. La función crece en $[0,8)$.
- En el intervalo $(8,25)$ consideramos $t = 10$ y la derivada vale $P'(10) = 0.12 \cdot 10^2 - 3.96 \cdot 10 + 24 = -3.6 < 0$. La función decrece en $(8,25)$.
- En el intervalo $(25,30]$ consideramos $t = 26$ y la derivada vale $P'(26) = 0.12 \cdot 26^2 - 3.96 \cdot 26 + 24 = 2.16 > 0$. La función crece en $(25,30]$.

La función sigue el esquema siguiente.



El precio del oro crece durante los primeros ocho días del mes, baja del octavo al vigésimo quinto día y de ahí a final de mes crece.

b) La función es continua y observando el esquema anterior el precio máximo del oro se produce en $t = 8$ o en $t = 30$.

$$P(8) = 0.04 \cdot 8^3 - 1.98 \cdot 8^2 + 24 \cdot 8 + 58 = 143.76$$

$$P(30) = 0.04 \cdot 30^3 - 1.98 \cdot 30^2 + 24 \cdot 30 + 58 = 76$$

El precio máximo del oro durante el mes es de 143,76 € por gramo y se produce el octavo día del mes.

La función es continua y observando el esquema anterior el precio mínimo del oro se produce en $t=0$ o en $t=25$.

$$P(0)=0.04\cdot 0^3-1.98\cdot 0^2+24\cdot 0+58=58$$

$$P(25)=0.04\cdot 25^3-1.98\cdot 25^2+24\cdot 25+58=45.5$$

El precio mínimo del oro durante el mes es de 45,5 € por gramo y se produce el vigésimo quinto día del mes.

P5.
El 55 % de la población activa de cierto país está formada por hombres. Se sabe que el 15 % de los hombres y el 25 % de las mujeres están en paro.
a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar de esta población esté en paro y sea mujer.
b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar de la población activa en ese país esté en paro.
c) Calcular la probabilidad de que una persona en paro, elegida al azar, sea hombre.

a) Llamamos H = "La persona es hombre" y A = "la persona está en paro".
Sabemos que $P(H) = 0.55$, $P(H^C) = 0.45$, $P(A/H) = 0.15$, $P(A/H^C) = 0.25$.
Nos piden calcular $P\left(A\cap H^C\right)$.

$$P\left(A\cap H^C\right)=P\left(H^C\right)P\left(A/H^C\right)=(1-0.55)\cdot 0.25=\boxed{0.1125}$$

La probabilidad de que una persona elegida al azar de esta población esté en paro y sea mujer es de 0.1125.

b) Nos piden calcular $P(A)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(A)=P(A\cap H)+P\left(A\cap H^C\right)=P(H)P(A/H)+0.1125=0.55\cdot 0.15+0.1125=\boxed{0.195}$$

La probabilidad de que una persona elegida al azar de la población activa en ese país esté en paro es de 0.195.

c) Nos piden calcular $P(H/A)$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(H/A)=\frac{P(H\cap A)}{P(A)}=\frac{P(H)P(A/H)}{P(A)}=\frac{0.55\cdot 0.15}{0.195}=\boxed{\frac{11}{26}\simeq 0.4231}$$

La probabilidad de que una persona en paro, elegida al azar, sea hombre tiene un valor aproximado de 0.4231.

P6.
La longitud de unas barras de metal para la construcción de plataformas metálicas se distribuye normalmente con una desviación típica de 1.8 milímetros. Para determinar los límites entre los que se encuentra la longitud media de las barras se toma una muestra de 25 de estas barras, obteniéndose su media muestral que es de 195 milímetros.

a) ¿Entre qué valores se encuentra la verdadera longitud media, con un nivel de confianza del 90%?

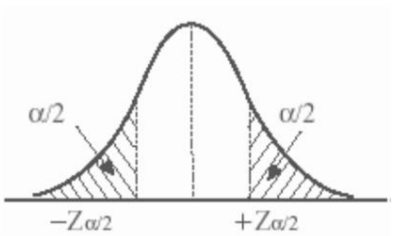
b) ¿Qué tamaño mínimo debería tener otra muestra de barras de metal para alcanzar, con un nivel de confianza del 99 %, un error máximo de 0.5 milímetros en la estimación de μ?

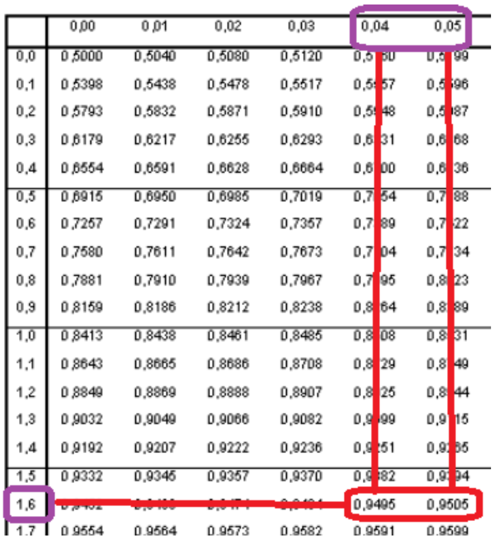
a) X = La longitud de unas barras de metal para la construcción de plataformas metálicas (en mm). X = N(μ, 1.8)

El tamaño de la muestra es n = 25. La media muestral es 195 milímetros.

Con un nivel de confianza del 90 % determinamos $z_{\alpha/2}$.

$$1-\alpha=0.90 \Rightarrow \alpha=0.10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0.05 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{1.64+1.65}{2}=1.645$$





	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	[illegible]	[illegible]
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	[illegible]	[illegible]
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	[illegible]	[illegible]
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	[illegible]	[illegible]
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	[illegible]	[illegible]
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	[illegible]	[illegible]
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	[illegible]	[illegible]
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	[illegible]	[illegible]
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	[illegible]	[illegible]
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	[illegible]	[illegible]
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	[illegible]	[illegible]
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	[illegible]	[illegible]
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	[illegible]	[illegible]
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	[illegible]	[illegible]
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	[illegible]	[illegible]
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	[illegible]	[illegible]
1,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599

Calculamos el error.

$$Error=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.645\cdot\frac{1.8}{\sqrt{25}}=0.5922\,mm$$

El error es de 0.5922 milímetros.

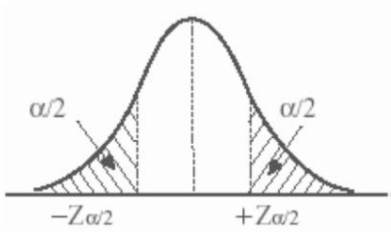
El intervalo de confianza es:

$$\left(\overline{x}-Error,\,\overline{x}+Error\right)=\left(195-0.5922,\ 195+0.5922\right)=\left(194.4078,195.5922\right)$$

La longitud media se encuentra entre 194.4078 y 195.5922 milímetros.

b) Con un nivel de confianza del 99 % determinamos $z_{\alpha/2}$.

$$1-\alpha=0.99 \Rightarrow \alpha=0.01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=0.005 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{2.57+2.58}{2}=2.575$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	[illegible]	[illegible]
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	[illegible]	[illegible]
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	[illegible]	[illegible]
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	[illegible]	[illegible]
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	[illegible]	[illegible]
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	[illegible]	[illegible]
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	[illegible]	[illegible]
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	[illegible]	[illegible]
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	[illegible]	[illegible]
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	[illegible]	[illegible]
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	[illegible]	[illegible]
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	[illegible]	[illegible]
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	[illegible]	[illegible]
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	[illegible]	[illegible]
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	[illegible]	[illegible]
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	[illegible]	[illegible]
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	[illegible]	[illegible]
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	[illegible]	[illegible]
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	[illegible]	[illegible]
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	[illegible]	[illegible]
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	[illegible]	[illegible]
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	[illegible]	[illegible]
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	[illegible]	[illegible]
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	[illegible]	[illegible]
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	[illegible]	[illegible]
2,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{0,9949}$	$\boxed{0,9951}$
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963

Igualamos el error a 0.5 y despejamos *n*.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.5 = 2.575 \cdot \frac{1.8}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.5\sqrt{n} = 2.575 \cdot 1.8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.575 \cdot 1.8}{0.5} \Rightarrow n = \left(\frac{2.575 \cdot 1.8}{0.5}\right)^2 = 85.9329$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser de 86 barras de metal.

C1.
Despejar la incógnita X en la ecuación matricial $AX + B = C - 3X$.

$$AX + B = C - 3X \Rightarrow AX + 3X = C - B \Rightarrow (A - 3I)X = C - B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{\text{Supongo que la matriz } A - 3I \text{ es invertible}\} \Rightarrow X = (A - 3I)^{-1}(C - B)$$

C2.
Hallar las asíntotas, si las hubiera, de la función:

$$f(x) = \frac{6x^2 - 10x}{3x^2 + 3}$$

El dominio de definición son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

$$3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \sqrt{-1} \ \text{¡Imposible!}$$

El dominio de la función es $\mathbb{R}$.

Asíntota vertical $x = a$.
La función no tiene asíntotas verticales pues su dominio es $\mathbb{R}$.

Asíntota horizontal. $y = b$.

$$b = \lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{6x^2 - 10x}{3x^2 + 3} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{6x^2}{x^2} - \frac{10x}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{6 - \frac{10}{x}}{3 + \frac{3}{x^2}} = \frac{6 - \frac{10}{\infty}}{3 + \frac{3}{\infty}} = \frac{6 - 0}{3 + 0} = 2$$

La recta $y = 2$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$.
Como existe asíntota horizontal no puede existir asíntota oblicua.

C3.
La precipitación anual en una localidad de Castilla y León sigue una distribución normal de media 632 milímetros y desviación típica 48 milímetros. Hallar la probabilidad de que en el año 2024 las precipitaciones de esa localidad superen los 600 milímetros.

X = La precipitación anual en una localidad de Castilla y León. X = N(632, 48).
Debemos calcular $P(X > 600)$.

$$P(X > 600) = \{Tipificamos\} =$$

$$= P\left(Z > \frac{600 - 632}{48}\right) =$$

$$= P(Z > -0.66) = P(Z < 0.66) =$$

$$= \left\{\begin{matrix} Miramos\ en\ la \\ tabla\ N(0,1) \end{matrix}\right\} = \boxed{0.7454}$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,527
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,567
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,606
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,644
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,680
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,715
0,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,7454	0,748
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,779