



Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.

(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- En un examen tipo test de 200 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo.

Para aprobar es necesario contestar a todas las preguntas y hay que obtener, por lo menos, 200 puntos. ¿Cuántas preguntas, como mínimo, hay que contestar correctamente para aprobar?

2.- De entre todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm, halla las dimensiones de aquel cuya área es máxima.

3.- Calcula el área comprendida entre las dos funciones siguientes, realizando un dibujo del recinto correspondiente:

$$y = x^2 - 3x$$

$$y = x$$

4.- Halla una recta que sea tangente a la curva:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

y que forme un ángulo de 45° con el eje de las "x" (las abscisas) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?

5.- En una encuesta, pasada a una serie de familias, se ha preguntado por el número de hijos que tiene cada una de ellas, obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	30	20	40	70	30	10

- Determinar la media aritmética.
- Representar los datos en un diagrama de barras.
- Obtener el porcentaje de las familias que tienen dos o más hijos.



6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1}$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$



**SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS
(Mayo 2011)**

Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.
(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- En un examen tipo test de 200 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo. Para aprobar es necesario contestar a todas las preguntas y hay que obtener, por lo menos, 200 puntos. ¿Cuántas preguntas, como mínimo, hay que contestar correctamente para aprobar?

Respuesta:

Si llamamos x al número de las preguntas acertadas e y al número de las preguntas falladas, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones.

$$x + y = 200$$

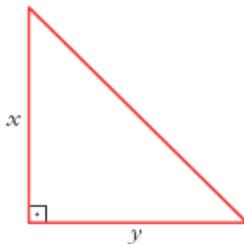
$$2x - 0,5y = 200$$

Resolviendo el sistema nos da $x = 120$ preguntas.

2.- De entre todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 10 cm, halla las dimensiones de aquel cuya área es máxima.

Respuesta:

Al ser el triángulo rectángulo se verifica el teorema de Pitágoras.



$$x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$$

$$\text{Área} = \frac{x \cdot y}{2} = \frac{x \cdot (10 - x)}{2} = \frac{10x - x^2}{2}, \quad 0 < x < 10$$

Tenemos que maximizar la función:

$$f(x) = \frac{10x - x^2}{2}, \quad 0 < x < 10$$

$$f'(x) = \frac{10 - 2x}{2} = 5 - x = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 10 - 5 = 5$$



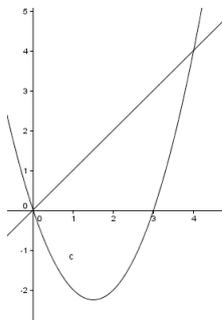
Por tanto los dos catetos del triángulo son iguales a 5 cm y el área del triángulo rectángulo es igual a 12,5 centímetros cuadrados.

3.- Calcula el área comprendida entre las dos funciones siguientes, realizando un dibujo del recinto correspondiente:

$$y = x^2 - 3x$$

$$y = x$$

Respuesta:



El área es el valor de la siguiente integral definida

$$\int_0^4 [x - (x^2 - 3x)] dx = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3}$$

Resolviendo el sistema de arriba vemos que las abscisas de los puntos de corte entre ambas funciones son el $x = 0$ y $x = 4$

4.- Halla una recta que sea tangente a la curva:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

y que forme un ángulo de 45° con el eje de las x (las abscisas) ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?

Respuesta:

- Si forma un ángulo de 45° con el eje de abscisas, su pendiente es $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$.
- Buscamos un punto en el que la derivada valga 1:

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 1 \rightarrow 2x - 2 = 1 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{9}{4}$$

- La recta es: $y = \frac{9}{4} + \left(x - \frac{3}{2}\right) \rightarrow y = x + \frac{3}{4}$

- Veamos si hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal; es decir, en el que la derivada valga cero:

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow \text{Punto } (1, 2)$$



5.- En una encuesta, pasada a una serie de familias, se ha preguntado por el número de hijos que tiene la familia obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	30	20	40	70	30	10

- a) Determinar la media aritmética.
- b) Representar los datos en un diagrama de barras.
- c) Obtener el porcentaje de las familias que tienen dos o más hijos.

Respuesta:

- a) la media aritmética se obtiene aplicando la siguiente fórmula.

$$media = \frac{0 \cdot 30 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 70 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 10}{200} = 2,4 \text{ hijos}$$

- c) El porcentaje es igual a: $150/200 = 75\%$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1}$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Respuesta:

- a) La solución es $x = 0$ y $x = -4$
- b) Las soluciones reales son $x = 3$ y $x = -3$