



Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: 1 hora

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos. (Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un grupo de tres al azar, hallar la probabilidad de:

- 1) Seleccionar tres niños.
- 2) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
- 3) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.
- 4) Seleccionar tres niñas.

2.- Se quiere cercar una finca rectangular de 750 m^2 y para ello se han utilizado 110 m de cerca. Calcular las dimensiones de la finca, teniendo en cuenta que cada una de ellas supera los 24 metros.

3.- Calcular el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2 + 2$ y la recta $y=2x+2$. Realiza un dibujo del recinto.

4.- Calcula los coeficientes a y b de modo que la curva $y = x^2 + ax + b$ pase por el punto $(-4, 2)$ y presente un mínimo en $x = -6$.

5.- Las calificaciones de 1.000 aspirantes, presentados a un examen para contratación laboral, se distribuyen normalmente con media 6'5 y varianza 4. (desviación típica igual a 2)

- a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.
- b) Determine la proporción de aspirantes con calificaciones inferiores a 5 puntos.
- c) ¿Cuántos aspirantes obtuvieron calificaciones comprendidas entre 5 y 7'5 puntos?

6.- Si un estudiante responde al azar a un examen de 8 preguntas de verdadero o falso ¿Cuál es la probabilidad de que acierte 4? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte dos o menos? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte cinco o más? ¿Cuánto valen la media y la varianza del número de preguntas acertadas?

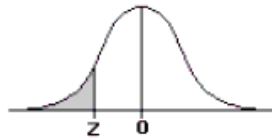


TABLA I (A)

DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA $N(0, 1)$

La tabla proporciona, para cada valor de z, el área que queda a su izquierda.

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
-4'4	0'00001	0'00001	0'00001	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000
-4'3	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'2	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'1	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00001
-4'0	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002
-3'9	0'00005	0'00005	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00003	0'00003
-3'8	0'00007	0'00007	0'00007	0'00006	0'00006	0'00006	0'00006	0'00005	0'00005	0'00005
-3'7	0'00011	0'00010	0'00010	0'00010	0'00009	0'00009	0'00009	0'00008	0'00008	0'00008
-3'6	0'00016	0'00015	0'00015	0'00014	0'00014	0'00013	0'00013	0'00012	0'00012	0'00011
-3'5	0'00023	0'00023	0'00022	0'00021	0'00020	0'00019	0'00019	0'00018	0'00017	0'00017
-3'4	0'00034	0'00033	0'00032	0'00030	0'00029	0'00028	0'00027	0'00026	0'00025	0'00024
-3'3	0'00049	0'00047	0'00045	0'00044	0'00042	0'00041	0'00039	0'00038	0'00036	0'00035
-3'2	0'00069	0'00067	0'00064	0'00062	0'00060	0'00058	0'00056	0'00054	0'00052	0'00050
-3'1	0'00097	0'00094	0'00091	0'00088	0'00085	0'00082	0'00079	0'00077	0'00074	0'00071
-3'0	0'00135	0'00131	0'00127	0'00123	0'00119	0'00115	0'00111	0'00107	0'00104	0'00101
-2'9	0'00187	0'00181	0'00175	0'00169	0'00164	0'00159	0'00154	0'00149	0'00144	0'00139
-2'8	0'00256	0'00248	0'00240	0'00233	0'00226	0'00219	0'00212	0'00205	0'00199	0'00193
-2'7	0'00347	0'00336	0'00326	0'00317	0'00307	0'00298	0'00289	0'00280	0'00272	0'00264
-2'6	0'00466	0'00453	0'00440	0'00427	0'00415	0'00402	0'00391	0'00379	0'00368	0'00357
-2'5	0'00621	0'00604	0'00587	0'00570	0'00554	0'00539	0'00523	0'00508	0'00494	0'00480
-2'4	0'00820	0'00798	0'00776	0'00755	0'00734	0'00714	0'00695	0'00676	0'00657	0'00639
-2'3	0'01072	0'01044	0'01017	0'00990	0'00964	0'00939	0'00914	0'00889	0'00866	0'00842
-2'2	0'01390	0'01355	0'01321	0'01287	0'01255	0'01222	0'01191	0'01160	0'01130	0'01101
-2'1	0'01786	0'01743	0'01700	0'01659	0'01618	0'01578	0'01539	0'01500	0'01463	0'01426
-2'0	0'02275	0'02222	0'02169	0'02118	0'02068	0'02018	0'01970	0'01923	0'01876	0'01831
-1'9	0'02872	0'02807	0'02743	0'02680	0'02619	0'02559	0'02500	0'02442	0'02385	0'02330
-1'8	0'03593	0'03515	0'03438	0'03362	0'03288	0'03216	0'03144	0'03074	0'03005	0'02938
-1'7	0'04457	0'04363	0'04272	0'04182	0'04093	0'04006	0'03920	0'03836	0'03754	0'03673
-1'6	0'05480	0'05370	0'05262	0'05155	0'05050	0'04947	0'04846	0'04746	0'04648	0'04551
-1'5	0'06681	0'06552	0'06426	0'06301	0'06178	0'06057	0'05938	0'05821	0'05705	0'05592
-1'4	0'08076	0'07927	0'07780	0'07636	0'07493	0'07353	0'07214	0'07078	0'06944	0'06811
-1'3	0'09680	0'09510	0'09342	0'09176	0'09012	0'08851	0'08692	0'08534	0'08379	0'08226
-1'2	0'11507	0'11314	0'11123	0'10935	0'10749	0'10565	0'10383	0'10204	0'10027	0'09853
-1'1	0'13567	0'13350	0'13136	0'12924	0'12714	0'12507	0'12302	0'12100	0'11900	0'11702
-1'0	0'15866	0'15625	0'15386	0'15150	0'14917	0'14687	0'14457	0'14231	0'14007	0'13786
-0'9	0'18406	0'18141	0'17879	0'17619	0'17361	0'17106	0'16853	0'16602	0'16354	0'16109
-0'8	0'21186	0'20897	0'20611	0'20327	0'20045	0'19766	0'19489	0'19215	0'18925	0'18673
-0'7	0'24196	0'23885	0'23576	0'23270	0'22965	0'22663	0'22363	0'22065	0'21770	0'21476
-0'6	0'27425	0'27093	0'26763	0'26435	0'26109	0'25785	0'25463	0'25143	0'24825	0'24510
-0'5	0'30854	0'30503	0'30153	0'29806	0'29550	0'29116	0'28774	0'28434	0'28096	0'27760
-0'4	0'34446	0'34090	0'33724	0'33360	0'32997	0'32636	0'32276	0'31918	0'31561	0'31207
-0'3	0'38209	0'37828	0'37448	0'37070	0'36693	0'36317	0'35942	0'35569	0'35197	0'34827
-0'2	0'42074	0'41683	0'41294	0'40905	0'40517	0'40129	0'39743	0'39358	0'38974	0'38591
-0'1	0'46017	0'45620	0'45234	0'44828	0'44433	0'44038	0'43644	0'43251	0'42858	0'42465
-0'0	0'50000	0'49601	0'49202	0'48803	0'48405	0'48006	0'47608	0'47210	0'46812	0'46414



SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD (Mayo 2011)

Aclaraciones previas

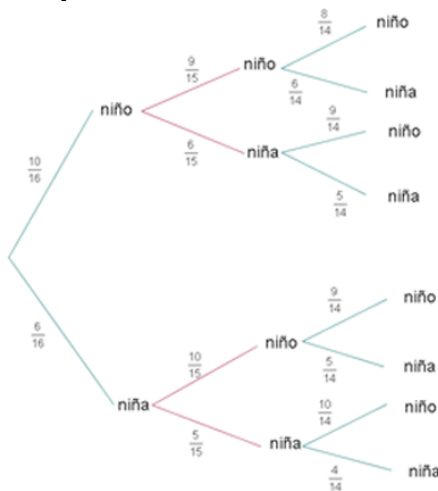
Tiempo de duración de la prueba: 1 hora

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos. (Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un grupo de tres al azar, hallar la probabilidad de:

- 1) Seleccionar tres niños.
- 2) Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
- 3) Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.
- 4) Seleccionar tres niñas.

Respuesta:



Si analizamos el diagrama en árbol podemos dar respuesta a las preguntas planteadas.

$$P(3 \text{ niños}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = 0.214$$



GIZARTE ETA OSASUN ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA

MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD

$$P(2 \text{ niños y } 1 \text{ niña}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = 0.482$$

$$P(2 \text{ niñas y } 1 \text{ niño}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = 0.268$$

$$P(3 \text{ niñas}) = \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = 0.0357$$

2.- Se quiere cercar una finca rectangular de 750 m² y para ello se han utilizado 110 m de cerca. Calcular las dimensiones del rectángulo, teniendo en cuenta que las dos dimensiones del mismo son mayores de 24 metros.

Respuesta:

Llamamos x a la base del rectángulo, e y la altura.

Podemos plantear el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$x \cdot y = 750$$

$$2x + 2y = 110$$

despejando la y en función de x , tenemos que $2x^2 - 110x + 1500 = 0$ resolviendo esta ecuación de segundo grado llegamos a la solución.

$$x = \frac{110 \pm \sqrt{110^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500}}{4} = \frac{110 \pm \sqrt{12100 - 12000}}{4} = \begin{cases} \frac{110 + 10}{4} = 30 \\ \frac{110 - 10}{4} = \frac{45}{2} = 22,5 \end{cases}$$

Si la base es $x = 30$ m, la altura es $y = 750/30 = 25$ m

Si la base es $x = 22,5$ m la altura es $y = 750/22,5 = 100/3 = 33,333... m$

De acuerdo a la condición impuesta, la única solución válida es:

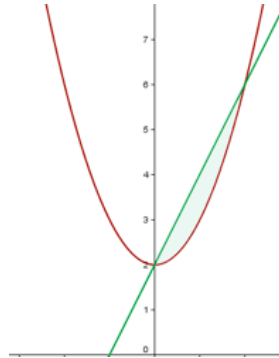
$x = 30$ m e $y = 25$ m.

3.- Calcular el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2 + 2$ y la recta $y = 2x + 2$. Realiza un dibujo del recinto.

Respuesta:



Lo primero que haremos será dibujar las dos funciones para saber cómo es el recinto, en paralelo hallaremos los puntos de corte de las dos funciones.



$$\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 2$$

$$\int_0^2 (2x + 2 - x^2 - 2) dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} u^2$$

4.- Calcula a y b de modo que la curva $y = x^2 + ax + b$ pase por el punto $(-4, 2)$ y presente un mínimo en $x = -6$

Respuesta:

La pasar por el punto $(-4, 2)$ se cumplirá la condición $2 = 16 - 4a + b$.

Al presentar un mínimo en el punto $x = -6$, se cumplirá: $2(-6) + a = 0$, de dónde $a = 12$ y $b = 34$

5.- Las calificaciones de los 1.000 aspirantes presentados a un examen para contratación laboral, se distribuye normalmente con media 6'5 y varianza 4 (desviación típica igual a 2)

a) Calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos.

b) Determine la proporción de aspirantes con calificaciones inferiores a 5 puntos.

c) ¿Cuántos aspirantes obtuvieron calificaciones comprendidas entre 5 y 7'5 puntos?

Respuesta:



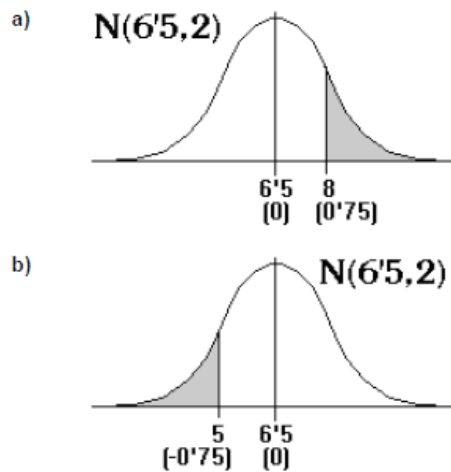
GIZARTE ETA OSASUN ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA

MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD

a) Al ser la distribución normal $N(6,5; 2)$, lo primero que haremos es tipificar el valor, en este caso el 8; por tanto para ese valor tenemos que $z = (8-6,5)/2 = 0,75$

Consultando en la tabla de valores tenemos que la probabilidad nos da: 0,22663 (ver dibujo a)

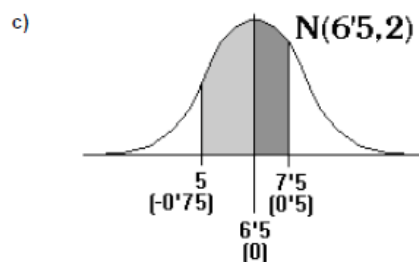
b) Tipificando el valor 5, obtenemos $z = (5-6,5)/2 = -0,75$, si consultamos a la tabla de la distribución normal, obtenemos: $0,22663 = 22,663\%$ (ver dibujo b)



c) Este apartado se resuelve de igual manera, tipificando los valores 5 y 7,5 tenemos para el valor 5, $z = (5-6,5)/2 = -0,75$, mientras que para el valor 7,5 obtenemos $z = (7,5-6)/2 = 0,5$, por tanto la probabilidad pedida es igual a 0,46483.

Si multiplicamos dicha probabilidad por el total de aspirantes, obtendremos el número de ellos que sus calificaciones están comprendidas entre 5 y 7,5 (ver dibujo c).

En nuestro caso $0,46483 \times 1.000 = 464,83$, aproximando tenemos 465 aspirantes.



Varianza= $n.p.q = 8 \cdot (0,5)(0,5) = 2$



**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZIETARAKO
MATEMATIKA**

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES Y DE
LA SALUD**

6.- Si un estudiante responde al azar a un examen de 8 preguntas de verdadero o falso ¿Cuál es la probabilidad de que acierte 4? ¿Cual es la probabilidad de que acierte dos o menos? ¿Cual es la probabilidad de que acierte cinco o más? ¿Cuanto valen la media y la varianza del número de preguntas acertadas?.

Respuesta:

La distribución del número de aciertos es una distribución Binomial, cuyos parámetros son $n = 8$ y $p = 0,5$

Por tanto:

$$P(x = 4) = \binom{8}{4} (0,5)^4 \cdot (0,5)^4 = 0,273$$

Los apartados siguientes se resuelven de forma similar, pero conviene calcular los valores siguientes:

$$P(x = 0) = \binom{8}{0} (0,5)^0 \cdot (0,5)^8 = 0,004$$

$$P(x = 1) = \binom{8}{1} (0,5)^1 \cdot (0,5)^7 = 0,031$$

$$P(x = 2) = \binom{8}{2} (0,5)^2 \cdot (0,5)^6 = 0,109$$

$$P(x = 3) = \binom{8}{3} (0,5)^3 \cdot (0,5)^5 = 0,209$$

A partir de dichos valores podemos escribir:

$$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) = 0,144$$

$$P(x \geq 5) = 1 - P(\leq 4) = 0,364$$

Para calcular la varianza y la media, únicamente aplicaremos dos fórmulas:

$$\text{Media} = n \cdot p = 8 \cdot (0,5) = 4$$

$$\text{Varianza} = n \cdot p \cdot q = 2$$