Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: 1 hora

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos
(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Se dispone de tres cajas con bolas. La primera contiene 10 bolas, de las cuales hay cuatro rotuladas con la letra F y seis con la letra B; en la segunda hay seis bolas, una de ellas con la letra F y las demás con la B, y en la tercera caja hay tres bolas rotuladas con la letra F y cinco con la letra B. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una bola al azar de una cualquiera de las cajas, esté rotulada con la letra F?

2.- En una reunión hay un total de 20 personas entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de los hombres. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay en la reunión?

3.- Hallar el área limitada por la curva $y = x^2 - 5x + 6$ y la recta $y = 2x$. Realiza un dibujo del recinto.

4.- El coste de producción de x unidades diarias de un determinado producto es:

$$C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$$

y el precio de venta de uno de ellos es (50-x/4) euros. Halla el número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.

5 - En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de julio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27°.

6.- Después de realizar un estudio estadístico se ha visto que, en un cierto barrio, el 60% de los hogares tienen al menos dos coches. Se elige al azar una muestra de 50 hogares en el citado barrio. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos coches?

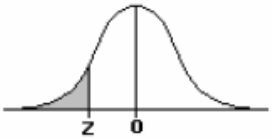


TABLA I (A)

DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA *N*(0 , 1)

La tabla proporciona, para cada valor de z, el área que queda a su izquierda.

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
-4'4	0'00001	0'00001	0'00001	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000
-4'3	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'2	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'1	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00001
-4'0	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002
-3'9	0'00005	0'00005	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00003	0'00003
-3'8	0'00007	0'00007	0'00007	0'00006	0'00006	0'00006	0'00006	0'00005	0'00005	0'00005
-3'7	0'00011	0'00010	0'00010	0'00010	0'00009	0'00009	0'00009	0'00008	0'00008	0'00008
-3'6	0'00016	0'00015	0'00015	0'00014	0'00014	0'00013	0'00013	0'00012	0'00012	0'00011
-3'5	0'00023	0'00023	0'00022	0'00021	0'00020	0'00019	0'00019	0'00018	0'00017	0'00017
-3'4	0'00034	0'00033	0'00032	0'00030	0'00029	0'00028	0'00027	0'00026	0'00025	0'00024
-3'3	0'00049	0'00047	0'00045	0'00044	0'00042	0'00041	0'00039	0'00038	0'00036	0'00035
-3'2	0'00069	0'00067	0'00064	0'00062	0'00060	0'00058	0'00056	0'00054	0'00052	0'00050
-3'1	0'00097	0'00094	0'00091	0'00088	0'00085	0'00082	0'00079	0'00077	0'00074	0'00071
-3'0	0'00135	0'00131	0'00127	0'00123	0'00119	0'00115	0'00111	0'00107	0'00104	0'00101
-2'9	0'00187	0'00181	0'00175	0'00169	0'00164	0'00159	0'00154	0'00149	0'00144	0'00139
-2'8	0'00256	0'00248	0'00240	0'00233	0'00226	0'00219	0'00212	0'00205	0'00199	0'00193
-2'7	0'00347	0'00336	0'00326	0'00317	0'00307	0'00298	0'00289	0'00280	0'00272	0'00264
-2'6	0'00466	0'00453	0'00440	0'00427	0'00415	0'00402	0'00391	0'00379	0'00368	0'00357
-2'5	0'00621	0'00604	0'00587	0'00570	0'00554	0'00539	0'00523	0'00508	0'00494	0'00480
-2'4	0'00820	0'00798	0'00776	0'00755	0'00734	0'00714	0'00695	0'00676	0'00657	0'00639
-2'3	0'01072	0'01044	0'01017	0'00990	0'00964	0'00939	0'00914	0'00889	0'00866	0'00842
-2'2	0'01390	0'01355	0'01321	0'01287	0'01255	0'01222	0'01191	0'01160	0'01130	0'01101
-2'1	0'01786	0'01743	0'01700	0'01659	0'01618	0'01578	0'01539	0'01500	0'01463	0'01426
-2'0	0'02275	0'02222	0'02169	0'02118	0'02068	0'02018	0'01970	0'01923	0'01876	0'01831
-1'9	0'02872	0'02807	0'02743	0'02680	0'02619	0'02559	0'02500	0'02442	0'02385	0'02330
-1'8	0'03593	0'03515	0'03438	0'03362	0'03288	0'03216	0'03144	0'03074	0'03005	0'02938
-1'7	0'04457	0'04363	0'04272	0'04182	0'04093	0'04006	0'03920	0'03836	0'03754	0'03673
-1'6	0'05480	0'05370	0'05262	0'05155	0'05050	0'04947	0'04846	0'04746	0'04648	0'04551
-1'5	0'06681	0'06552	0'06426	0'06301	0'06178	0'06057	0'05938	0'05821	0'05705	0'05592
-1'4	0'08076	0'07927	0'07780	0'07636	0'07493	0'07353	0'07214	0'07078	0'06944	0'06811
-1'3	0'09680	0'09510	0'09342	0'09176	0'09012	0'08851	0'08692	0'08534	0'08379	0'08226
-1'2	0'11507	0'11314	0'11123	0'10935	0'10749	0'10565	0'10383	0'10204	0'10027	0'09853
-1'1	0'13567	0'13350	0'13136	0'12924	0'12714	0'12507	0'12302	0'12100	0'11900	0'11702
-1'0	0'15866	0'15625	0'15386	0'15150	0'14917	0'14687	0'14457	0'14231	0'14007	0'13786
-0'9	0'18406	0'18141	0'17879	0'17619	0'17361	0'17106	0'16853	0'16602	0'16354	0'16109
-0'8	0'21186	0'20897	0'20611	0'20327	0'20045	0'19766	0'19489	0'19215	0'18925	0'18673
-0'7	0'24196	0'23885	0'23576	0'23270	0'22965	0'22663	0'22363	0'22065	0'21770	0'21476
-0'6	0'27425	0'27093	0'26763	0'26435	0'26109	0'25785	0'25463	0'25143	0'24825	0'24510
-0'5	0'30854	0'30503	0'30153	0'29806	0'29550	0'29116	0'28774	0'28434	0'28096	0'27760
-0'4	0'34446	0'34090	0'33724	0'33360	0'32997	0'32636	0'32276	0'31918	0'31561	0'31207
-0'3	0'38209	0'37828	0'37448	0'37070	0'36693	0'36317	0'35942	0'35569	0'35197	0'34827
-0'2	0'42074	0'41683	0'41294	0'40905	0'40517	0'40129	0'39743	0'39358	0'38974	0'38591
-0'1	0'46017	0'45620	0'45234	0'44828	0'44433	0'44038	0'43644	0'43251	0'42858	0'42465
-0'0	0'50000	0'49601	0'49202	0'48803	0'48405	0'48006	0'47608	0'47210	0'46812	0'46414

SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD (Mayo 2012)

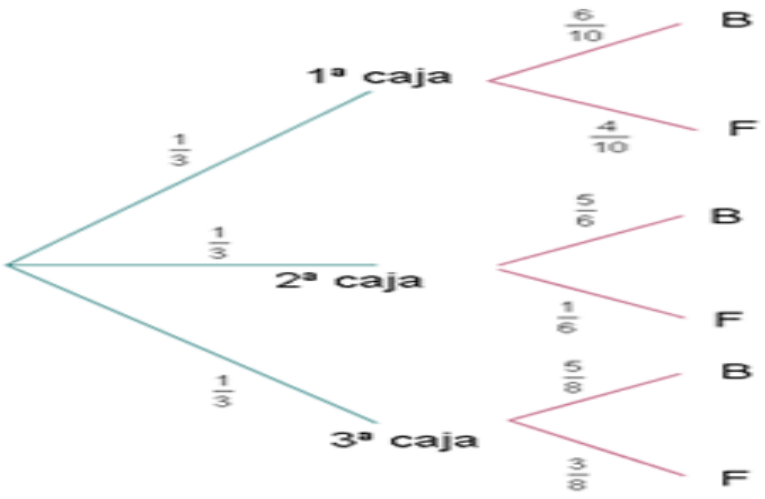
Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: 1 hora

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos
(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Se dispone de tres cajas con bolas. La primera contiene 10 bolas, de las cuales hay cuatro rotuladas con la letra F y seis con la letra B; en la segunda hay seis bolas, una de ellas con la letra F y las demás con la B, y en la tercera caja hay tres bolas rotuladas con la letra F y cinco con la letra B. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una bola al azar de una cualquiera de las cajas, esté rotulada con la letra F?

Respuesta:



Después de desarrollar el árbol podemos razonar para calcular la probabilidad pedida, que como se observa es la siguiente:

$$P(F) = \frac{1}{3}\frac{4}{10} + \frac{1}{3}\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\frac{3}{8} = \frac{113}{360}$$

2.- En una reunión hay un total de 20 personas entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de los hombres. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay en la reunión?

Respuesta:

Si llamamos x, y, z al número de hombres, mujeres y niños respectivamente podemos escribir el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

x+ y + z = 20
x + y = 3z
x = y + 1

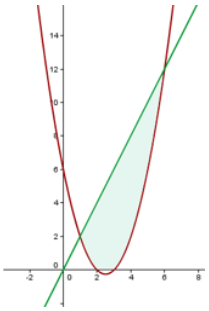
Resolviéndolo tenemos x = 8 hombres, y = 7 mujeres, z = 5 niños

3.- Hallar el área limitada por la curva $y = x^2 - 5x + 6$ y la recta $y = 2x$. Realiza un dibujo del recinto.

Respuesta:

Para dibujar bien el recinto es necesario hallar los puntos de corte de las dos funciones para conocer los límites de integración.

$$\begin{cases} y = x^2 - 5x + 6 \\ y = 2x \end{cases} \qquad x_1 = 1 \qquad x_2 = 6$$



En recinto dibujado entre los valores x = 1 a x = 6, la recta queda por encima de la parábola, por tanto podemos escribir el área aplicando el teorema de Barrow.

$$A=\int_1^6\left(2x-x^2+5x-6\right)dx=\int_1^6\left(-x^2+7x-6\right)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{7x^2}{2}-6x\right]_1^6=$$

$$=\left(-\frac{6^3}{3}+\frac{7\cdot 6^2}{2}-36\right)-\left(-\frac{1}{3}+\frac{7}{2}-6\right)=\frac{125}{6}u^2$$

4.- El coste de producción de x unidades diarias de un determinado producto es:

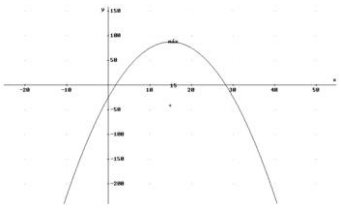
$C(x)=\frac{1}{4}x^2+35x+25$ **y el precio de venta de uno de ellos es (50-x/4) euros. Halla el número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo**.

Respuesta:

El Beneficio se obtiene como resta de dos funciones: la función venta y la función coste, por tanto

$B(x)=(50-x/4)x-((1/4)x^2+35x+25)$

Derivando dicha función e igualando a cero se obtiene el punto crítico de nuestra función, en este caso da x = 15 unidades.



5 - En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de julio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27°.

Respuesta:

$$p[21<X\leq 27]=p\left(\frac{21-23}{5}<Z\leq\frac{27-23}{5}\right)=$$

$$= p(-0.4 < Z \leq 0.8) = p(Z \leq 0.8) - [1 - p(Z \leq 0.4)] =$$

$$= 0.7881 - (1 - 0.6554) = 0.4425$$

Como el mes de Julio tiene 31 días el número de días esperado es igual a 31x0,4425 = 13,7días, lo que quiere decir que se espera alcanzar entre 13 y 14 días las temperaturas dadas.

6.- Después de realizar un estudio estadístico se ha visto que, en un cierto barrio, el 60% de los hogares tienen al menos dos coches. Se elige al azar una muestra de 50 hogares en el citado barrio. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos coches?

Respuesta:

Corresponde a una distribución binomial con n = 50 y p = 0,6, como np >5 podemos realizar una buena aproximación de la binomial a la distribución normal. Para ello calcularemos la desviación típica y la media, que nos dan respectivamente: 3, 46 y 30.

$$B(50, 0.6) \rightarrow N\left(50 \cdot 0.6, \sqrt{50 \cdot 0.6 \cdot 0.4}\right) = N(30,\ 3.46)$$

$$p(X > 20) = p\left(Z > \frac{20 - 30}{3.46}\right) =$$

$$p(Z > -2.89) = p(Z \leq 2.89) = 0.9981$$