Universidad del País Vasco · Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

2017ko MAIATZA

MAYO 2017

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

Contesta <u>cinco</u> de los seis ejercicios propuestos. *(Cada ejercicio vale 2 puntos.)*

1.- Hemos mezclado dos tipos de detergentes; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

2.- Entre todos los rectángulos de perímetro 12 cm. ¿cuál es el que tiene la diagonal de menor longitud?

3.-Calcular el área del recinto limitado por las parábolas

$$y = -x^2 + 4x \quad ; \quad y = x^2 - 2x .$$

4.- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de la función y haz un dibujo aproximado de la función

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

5.- Dada una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

xi	61	64	67	70	73
Frecuencia (fi)	5	18	42	27	8

Calcula la moda, mediana, media y la desviación típica de la distribución.

6.- Resuelve el sistema y la ecuación exponencial

a) $$\begin{aligned} x - y + z &= 3 \\ 2y + 3z &= 15 \\ 3x + y &= 12 \end{aligned}$$

b) $$4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$$

SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS
(Mayo 2017)

1.-

SOLUCION

Planteando un sistema tenemos:

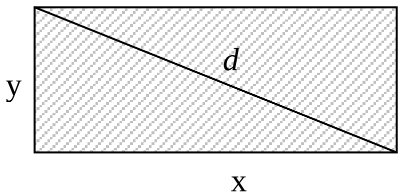
X+Y= 40

0.94X+0.86Y = 40. (0.89)

Resolviendo X = 15 litros e Y = 25 litros

2.-

SOLUCION



Perímetro: $2x+2y=12 \Rightarrow x+y=6 \Rightarrow y=6-x$ (condición que se ha de cumplir)

Función a minimizar: $x^2+y^2=d^2 \Rightarrow d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+(6-x)^2}$

Es decir, $d(x)=\sqrt{2x^2-12x+36}$ que es la función a estudiar.

$$d'(x)=\frac{4x-12}{2\sqrt{2x^2-12x+36}}=\frac{2x-6}{\sqrt{2x^2-6x+18}}$$

Igualando $d'(x)$ a cero y resolviendo la ecuación resultante se obtiene *x = 3*

Segunda derivada: $d''(x)=\dfrac{2\sqrt{2x^2-6x+18}-\dfrac{4x-6}{2\sqrt{2x^2-6x+18}}.(2x-6)}{2x^2-6x+18}$

Valor de la segunda derivada para *x = 3*:

$d''(3)=\dfrac{2\sqrt{2.3^2-18+18}-0}{2.3^2-18+18}=\dfrac{2\sqrt{2.3^2}}{2.3^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}>0$ (mínimo, se trata de un cuadrado)

3.-

SOLUCION

– Límites de integración.

$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x-3) = 0.$

Los límites son: 0 y 3. Un recinto.

– Función diferencia y primitiva.

$f(x) - g(x) = x^2 - 2x + x^2 - 4x \rightarrow f(x) - g(x) = 2x^2 - 6x$

$G(x) = \int (2x^2 - 6x)\, dx = \frac{2x^3}{3} - 3x^2$

– G(3) y G(0)

$G(3) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 = -9$ y $G(0) = 0$

– Área $= G(3) - G(0) = |-9| = 9$

$A = \int_0^3 (2x^2 - 6x)\, dx = \left[\frac{2x^3}{3} - 3x^2\right]_0^3 = |-9| = 9\ u^2$

4.-

SOLUCION

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

Vamos a estudiar los **intervalos** de **crecimiento y decrecimiento** que tiene.

Derivamos, obteniendo:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Hallamos las **raíces** de la derivada:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3(x^2 - 2x) = 3x(x-2)$$

$$\text{Raíces:} \qquad x = 0 \quad \text{y} \quad x = 2$$

Los **intervalos abiertos** con extremos las raíces de *f '* serán:

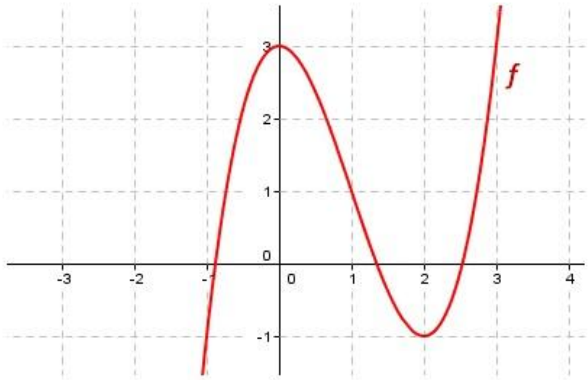
$$]-\infty,0[\quad , \quad]0,2[\quad \text{y} \quad]2,+\infty[$$

Estudiamos el **signo** que toma la derivada en los valores interiores de cada **intervalo**, por ejemplo en el -1, el 1 y el 3:

$$f'(-1) = 3\cdot(-1)^2 - 6\cdot(-1) = 3\cdot 1 + 6 = 9 > 0$$
$$f'(1) = 3\cdot 1^2 - 6\cdot 1 = 3 - 6 = -3 < 0$$
$$f'(3) = 3\cdot 3^2 - 6\cdot 3 = 27 - 18 = 9 > 0$$

Hallamos que:

- *f* es **creciente** en]-∞,0[y en]2,+∞[.
- *f* es **decreciente** en]0,2[.



5.-

SOLUCION

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
61	5	5	305	18 605

64	**18**	**23**	**1152**	**73 728**
67	**42**	**65**	**2814**	**188 538**
71	**27**	**92**	**1890**	**132 300**
73	**8**	**100**	**584**	**42 632**
TOTAL	**100**		**6745**	**455 803**

Moda , Mo = 67

Mediana, 100/2 = 50, luego la mediana es Me = 67

Media

$$\bar{x} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

Desviación media

$$D_{\bar{x}} = \frac{226.5}{100} = 2.265$$

6.-

SOLUCION

a) Resolviendo X = Y = Z = 3
b) X= 3