

PROBLEMAS - ECUACIONES -

1. Escribir una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y -2.

$$S = 3 - 2 = 1$$

$$P = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

2. Factorizar: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$$

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

3. Determinar k de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$k^2 - 4 \cdot 36 = 0 \quad k^2 = 144$$

$$k = \pm \sqrt{144} \begin{matrix} \nearrow k_1 = 12 \\ \searrow k_2 = -12 \end{matrix}$$

4. La suma de dos números es 5 y su producto es -84. Halla dichos números.

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 5x - 84 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{5 \pm 19}{2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{24}{2} = 12 \\ \searrow x_2 = \frac{-14}{2} = -7 \end{matrix}$$

5. Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

Edad actual $\rightarrow x$

Edad hace 13 años $\rightarrow x - 13$

Edad dentro de 11 años $\rightarrow x + 11$

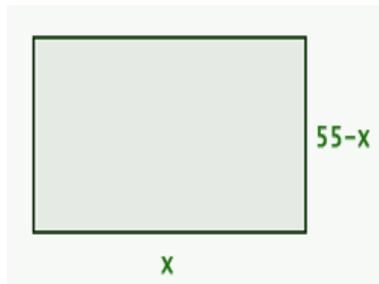
$$x + 11 = \frac{(x - 13)^2}{2}$$

$$2x + 22 = x^2 - 26x + 169 \quad x^2 - 28x + 147 = 0$$

$$x = 21 \quad \text{---} \rightarrow$$

Edad actual $\rightarrow 21$

6. Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.



Altura $\rightarrow 55 - x$

$$x \cdot (55 - x) = 750$$

$$x^2 - 55x + 750 = 0$$

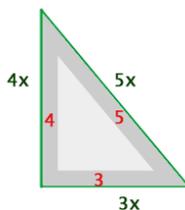
$$x = 25 \quad x = 30$$

Las dimensiones de la finca son 30 m y 25 m .

Semiperímetro $\rightarrow 55$

Base $\rightarrow x$

7. Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24 m^2 .



$$\frac{3x \cdot 4x}{2} = 24$$

$$x^2 = 4 \quad x = \pm 2 \quad x = 2$$

1^{er} lado $\rightarrow 6 \text{ m}$

2^o lado $\rightarrow 8 \text{ m}$

3^{er} lado $\rightarrow 10 \text{ m}$

1^{er} lado (base) $\rightarrow 3x$

2^o lado (altura) $\rightarrow 4x$

3^{er} lado $\rightarrow 5x$

8. Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es 540 m^2 .



$$(50 + 2x) \cdot (34 + 2x) - 50 \cdot 34 = 540$$

$$4x^2 + 168x - 540 = 0 \quad x^2 + 42x - 135 = 0$$

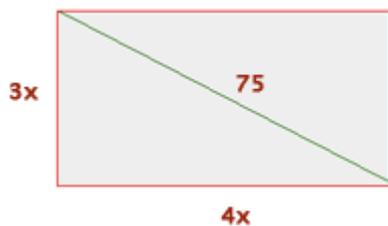
$$x = 3 \text{ y } x = -45$$

La anchura del camino es 3 m .

9. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.

$$\text{Base} \rightarrow 48x : 12 = 4x$$

$$\text{Altura} \rightarrow 36x : 12 = 3x$$



$$(4x)^2 + (3x)^2 = 75^2$$

$$25x^2 = 5625$$

$$x^2 = 225 \quad x = 15$$

$$\text{Base} \rightarrow 4 \cdot 15 = 60 \text{ m}$$

$$\text{Altura} \rightarrow 3 \cdot 15 = 45 \text{ m}$$

10. Halla un número entero sabiendo que la suma con su inverso es $\frac{26}{5}$.

$$x + \frac{1}{x} = \frac{26}{5}$$

$$m.c.m.(5, x) = 5x$$

$$5x^2 + 5 = 26x$$

$$5x^2 - 26x + 5 = 0$$

$$x = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{10}$$

↗ $x_1 = 5$
↘ $x_2 = \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$

11. Dos números naturales se diferencian en dos unidades y la suma de sus cuadrados es 580. ¿Cuáles son esos números?

$$1^{\text{er}} \text{ número} \rightarrow x$$

$$2^{\text{o}} \text{ número} \rightarrow x + 2$$

$$x^2 + (x + 2)^2 = 580$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 580$$

$$2x^2 + 4x - 576 = 0$$

$$x^2 + 2x - 288 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1152}}{2} = \frac{-2 \pm 34}{2}$$

↗ $x_1 = 16$
↘ $x_2 = -18 \notin \mathbb{N}$

$$1^{\text{er}} \text{ número} \rightarrow 16$$

$$2^{\text{o}} \text{ número} \rightarrow 18$$

12. Dos caños A y B llenan juntos una piscina en dos horas, A lo hace por sí solo en tres horas menos que B. ¿Cuántas horas tarda a cada uno separadamente?

Tiempo de A $\rightarrow x$

Tiempo de B $\rightarrow x+3$

$$A \rightarrow \frac{1}{x}$$

$$B \rightarrow \frac{1}{x+3}$$

$$A \text{ y } B \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$m.c.m.(2, x, x+3) = 2x(x+3)$$

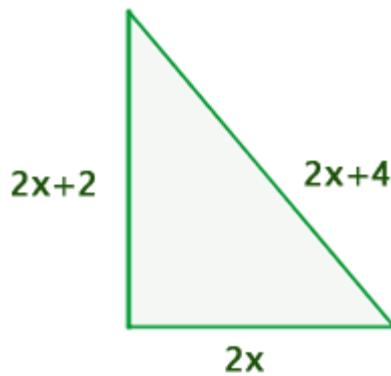
$$2x+6+2x = x^2+3x \quad x^2-x-6=0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \begin{matrix} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -2 \notin \mathbb{N} \end{matrix}$$

Tiempo de A $\rightarrow 3$ horas

Tiempo de B $\rightarrow 6$ horas

13. Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medidas en centímetros tres números pares consecutivos. Halla los valores de dichos lados.



$$1^{\text{er}} \text{ cateto} \rightarrow 2x$$

$$2^{\circ} \text{ cateto} \rightarrow 2x + 2$$

$$\text{Hipotenusa} \rightarrow 2x + 4$$

$$(2x)^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 4)^2$$

$$4x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 16x + 16$$

$$4x^2 - 8x - 12 = 0 \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

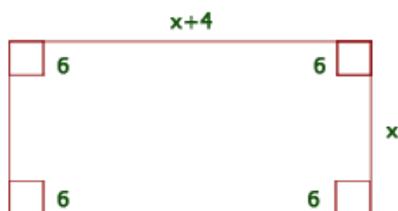
$$x = 3 \text{ y } x = -1$$

$$1^{\text{er}} \text{ cateto} \rightarrow 6 \text{ cm}$$

$$2^{\circ} \text{ cateto} \rightarrow 8 \text{ cm}$$

$$\text{Hipotenusa} \rightarrow 10 \text{ cm}$$

14. Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.



$$x^2 - 20x - 44 = 0 \quad x = 22 \text{ y } x = -2$$

Las dimensiones son: 26 cm y 22 cm.

$$6(x - 12) \cdot (x + 4 - 12) = 840 \quad (x - 12) \cdot (x - 8) = 140$$

15. Un caño tarda dos horas más que otro en llenar un depósito y abriendo los dos juntos se llena en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarlo cada uno por separado?

Tiempo del 1° $\rightarrow x$

Tiempo de 2° $\rightarrow x - 2$

$$1^\circ \rightarrow \frac{1}{x}$$

El primero llena un depósito en x horas.

$$2^\circ \rightarrow \frac{1}{x - 2}$$

El segundo llena un depósito en $(x - 2)$ horas

1 hora y 20 minutos = $\frac{4}{3}$ horas

$$\text{Entre los dos} \rightarrow \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

Entre los dos llenan un depósito en $\frac{4}{3}$ horas

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 2} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{6} = \frac{14 \pm 10}{6}$$

$\nearrow x_1 = 4$
 $\searrow x_2 = \frac{2}{3}$

Tiempo del 1° $\rightarrow 4$ horas

Tiempo de 2° $\rightarrow 2$ horas

$$\frac{2}{3}$$

no es una solución, porque el tiempo empleado por el segundo caño sería negativo.