PRUEBA ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR Junio 2017
PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN PRUEBA	
Apellidos:		Nombre:	
DNI o Pasaporte:	Fecha de nacimiento: / /		

Instrucciones:

- **Lee atentamente las preguntas antes de contestar.**
- **La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en cada enunciado.**
- **Revisa cuidadosamente la prueba antes de entregarla.**

1. Un alumno para encontrar la solución de un problema plantea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2a + b - c = 3 \\ a - b + c = -1 \\ a + 2b - 2c = 0 \end{cases}$$

(2 puntos; 1,5 el apartado A y 0,5 puntos el apartado B)

A. Demuestra mediante el Teorema de Rouché que el planteamiento no puede ser correcto pues no tiene solución.

Primero tomamos la matriz de los coeficientes A, y calculamos su rango.

$|2|\neq 0$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 1 = -3 \neq 0$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 2 + 1 - 1 - 4 + 2 = 0$$

El rango de la matriz de los coeficientes es 2.

Comprobamos el rango de la matriz ampliada tomando el siguiente menor:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 6 - 1 + 3 + 4 - 0 = 12$$

Luego el rango de la matriz ampliada es 3, por lo que según el Teorema de Rouché el sistema es incompatible.

B. Si eliminamos la última ecuación y prescindimos de la variable *c*, obtenemos un nuevo sistema de ecuaciones. Calcula su solución.

Resolvemos el sistema resultante:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ a - b = -1 \end{cases} \rightarrow 3a = 2 \rightarrow a = \frac{2}{3} \rightarrow b = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

2. El prospecto de un fármaco dice que puede causar efectos secundarios en 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, las autoridades sanitarias eligen al azar a 20 pacientes a los que suministran el fármaco.
(2 puntos; 1 punto cada apartado).

A. Averigua la probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios.

Llamamos X a la variable aleatoria discreta que expresa el número de pacientes con efectos secundarios, y se distribuye según una binomial de parámetros n=20 y p=0,03.

La probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios

$$P(X=0)=\binom{20}{0}\cdot 0,97^{20}=0,5438$$

B. Calcula la probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes.

La probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes:

$$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\binom{20}{0}\cdot 0,97^{20}+\binom{20}{1}\cdot 0,97^{19}\cdot 0,03^{1}+\binom{20}{2}\cdot 0,97^{18}\cdot 0,03^{2}=0,979$$

3. Se ha determinado que entre las horas de sueño de los habitantes de una población y el número de hermanos que tienen, no existe relación. Si consideramos la distribución bidimensional que relaciona ambas variables:
(2 puntos; 0,5 puntos cada apartado).

A. Indica razonadamente cuál sería el coeficiente de correlación lineal de Pearson.
Cuando en una distribución bidimensional, las distribuciones marginales no guardan relación el coeficiente de correlación de Pearson vale 0 (r=0).

B. A partir del resultado anterior, averigua cuánto vale la covarianza de la distribución.
Como el coeficiente de correlación de Pearson se define como el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones típicas marginales:

$$r=\frac{S_{XY}}{S_X S_Y}\rightarrow 0=\frac{S_{XY}}{S_X S_Y}\rightarrow S_{XY}=0$$

Luego la covarianza también vale 0.

C. Si la media de las horas de sueño es de 7,2 y la del número de hermanos 2,3. Calcula las rectas de regresión.

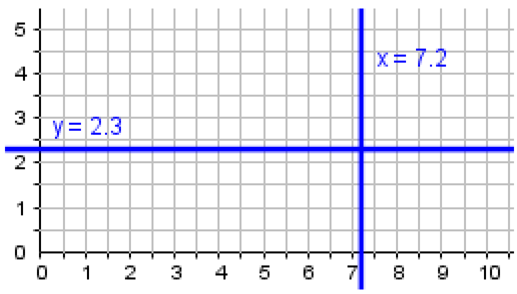
Las rectas de regresión serían:

y=2,3

x=7,2

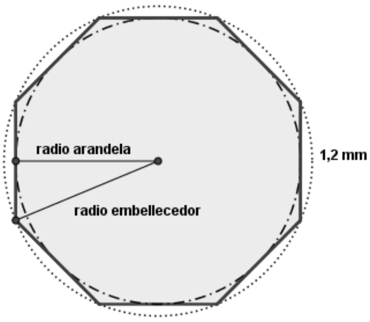
D. Representa dichas rectas e indica qué posición tienen en el plano.

Ambas rectas son perpendiculares:

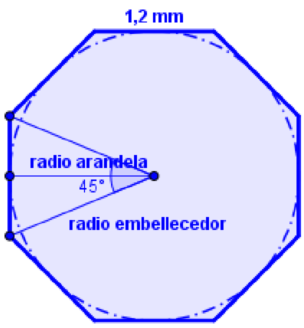


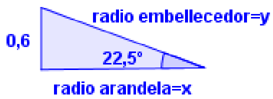
4. Un mueble contiene tornillos con cabeza octogonal de lado 1,2 mm. Además de los tornillos, necesitamos una arandela, y un embellecedor de forma circular que tape el tornillo de manera que ambas piezas sean lo más pequeñas posible. (2 puntos, 1 por apartado)

Ayuda: Para resolver este problema debemos recordar que el ángulo central de un polígono regular se obtiene dividiendo 360° entre el número de lados del polígono.



A. Calcula el radio de la arandela (coincide con la apotema del octógono).





$$tag(22,5) = \frac{0,6}{x} \rightarrow x = \frac{0,6}{0,41} = 1,46\ mm$$

$$sen(22,5) = \frac{0,6}{y} \rightarrow y = \frac{0,6}{0,38} = 1,58\ mm$$

El radio de la arandela es de 1,46 mm.

B. Averigua el radio del embellecedor.
El radio del embellecedor es de 1,58 mm.

5. Observa la siguiente tabla que relaciona dos variables:

x	0	1	2	3	4
f(x)	0	1	8	27	64

(2 puntos; 0,5 puntos cada apartado)

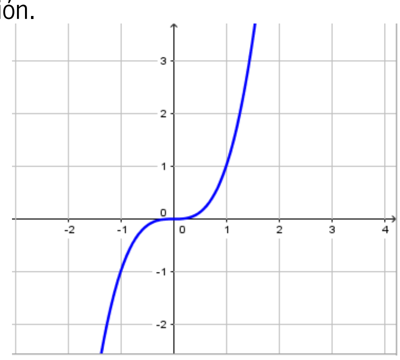
A. Halla la expresión analítica que relaciona las dos variables.
Las imágenes de x se van obteniendo al elevar a 3. Luego la expresión es $f(x)=x^3$

B. A partir de la expresión anterior, completa la siguiente tabla de valores:

x	-1	-2	-3
f(x)	-1	-8	-27

C. Indica de qué tipo de función se trata y si presenta alguna simetría.
Es una función polinómica de grado 3 con simetría impar ya que se cumple que f(-x)=-f(x)

D. Representa gráficamente la función.



PRUEBA ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR	Septiembre 2017 PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

DATOS DEL ASPIRANTE		CALIFICACIÓN PRUEBA	
Apellidos:		Nombre:	
DNI o Pasaporte:	Fecha de nacimiento: / /		

Instrucciones:

- **Lee atentamente las preguntas antes de contestar.**
- **La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en su enunciado.**
- **Revisa cuidadosamente la prueba antes de entregarla.**

1. Las siguientes expresiones cotidianas tienen asociadas un número real:

	Expresión
CASO 1	La medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 cm y 1 cm.
CASO 2	La fracción que me corresponde si de ocho trozos de pizza tomo tres.
CASO 3	La cantidad que me queda en el banco si después de ingresar 2400 € he gastado 3000 €.
CASO 4	La distancia a la que me encuentro de un punto de salida si al recorrer 2,356 km regreso recorriendo 1,4023 km.

(2 puntos; 1 el apartado A y 0,5 los apartados B y C).

A. Completa la siguiente tabla con el número que le corresponde a cada expresión y todos los conjuntos numéricos a los que pertenece cada uno de los números.

	Número	Conjunto numérico
CASO 1	$\sqrt{2}$	Irracionales y reales
CASO 2	3/8	Racionales y reales
CASO 3	-600	Enteros, racionales y reales
CASO 4	0,9537	Racionales y reales.

B. Suma todos los números obtenidos dando el resultado con un redondeo a las diezmilésimas.
Suma = -597,2571

C. Expresa el resultado de la suma del apartado anterior en notación científica.
Notación científica: $- 5{,}97\cdot 10^2$

2. Los ingresos mensuales en miles de euros de una determinada empresa de tornillos están dados por la función: $f(x) = -3x^2 + 12x$, donde x representa las cajas de mil unidades de tornillos que se fabrican al mes. Por motivos logísticos de almacenamiento y fabricación solo se pueden fabricar hasta una cantidad de 4000 tornillos. Ayuda a esta empresa a mejorar sus ganancias resolviendo los siguientes apartados.
(2 puntos; 0,5 por apartado)

A. Indica la variable independiente y la dependiente de la función con sus correspondientes unidades. Sabiendo que la empresa obtiene 9000 ▯ de ganancia fabricando 1000 tornillos, ¿cuánto ganará elaborando 3 cajas tornillos al mes? Rellena la siguiente tabla de valores.

x	$f(x)$
0	0
1	9
3	

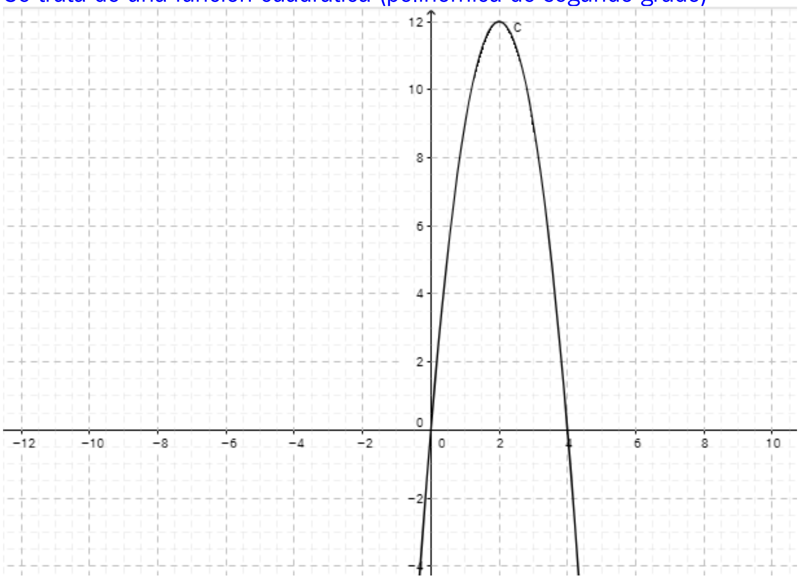
Variable independiente $x =$ cajas de $mil\ unidades\ de\ tornillos\ fabricados$

Variable dependiente $y = miles\ de\ euros\ ingresados$

$f(3) = 9$. Por lo que los ingresos serían de $9000€$

B. ¿De qué tipo de función se trata? Realiza la representación gráfica de la función.

Se trata de una función cuadrática (polinómica de segundo grado)



C. Describe el dominio, recorrido y monotonía de la función. Interpreta los resultados obtenidos.

Dominio: $[0, 4]$ Solo tiene sentido la fabricación x de números enteros positivos en ese intervalo.

Recorrido: $[0, 12]$ Por el comentario del enunciado.

Monotonía: Creciente $[0,2)$ y Decreciente $[2, +\infty)$. Tiene ganancias hasta los 4000 tornillos pero a partir de los 2000 tornillos decrecen los ingresos.

D. ¿Cuántos tornillos se deben fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso? ¿Cuál es el valor de ese ingreso máximo? Justifica la respuesta.

Al tratarse de una función polinómica de segundo grado o cuadrática con coeficiente $a < 0$,el máximo se alcanza en el vértice de la parábola de su correspondiente representación gráfica: $V\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right) = (2{,}12)$.

Por lo tanto, deben fabricarse 2000 tornillos mensuales para ganar el valor máximo de 12000€.

3. En un edificio trabajan 500 personas para dos empresas diferentes, una de seguros y otro de paquetería. La distribución por sexos es la siguiente.
(2 puntos; 0,5 por apartado)

	Hombres	Mujeres
Paquetería	83	74
Seguros	165	178

Si elegimos al azar un empleado:

A. Calcula la probabilidad de que no sea de la empresa de seguros.

$$P(no\ sea\ de\ seguros) = \frac{157}{500}$$

B. Sabiendo que es de paquetería, calcula la probabilidad de que sea mujer.

$$P(sea\ mujer|es\ de\ paqueteria) = \frac{74}{157}$$

Si elegimos dos al azar:

C. Averigua la probabilidad de que los dos sean empleados de seguros.

$$P(sean\ dos\ de\ seguros) = \frac{343}{500} \cdot \frac{342}{499} = 0,47$$

D. Calcula la probabilidad de que sean de sexos distintos.

$$P(sean\ de\ sexos\ distintos) = \frac{248}{500} \cdot \frac{252}{499} + \frac{252}{500} \cdot \frac{248}{499} = 0,5$$

4. La siguiente tabla recoge la relación existente entre las nóminas de 5 empleados de una empresa y su antigüedad, en años, en sus puestos de trabajo.

Salario en €	Años de antigüedad
1250	3
938	2
1100	4
1457	6
1300	5

(2 puntos; 0,75 los apartados A y B, 0,5 el C)

A. Calcula el salario medio de la empresa y la media de años que llevan los empleados trabajando en la empresa.

X	
Media	1209

Y	
Media	4

B. Calcula la desviación típica de las variables Salario y Años de Antigüedad.

X	
Varianza	31357,6
Desviación típica	177,0807725

Y	
Varianza	2
Desviación típica	1,414213562

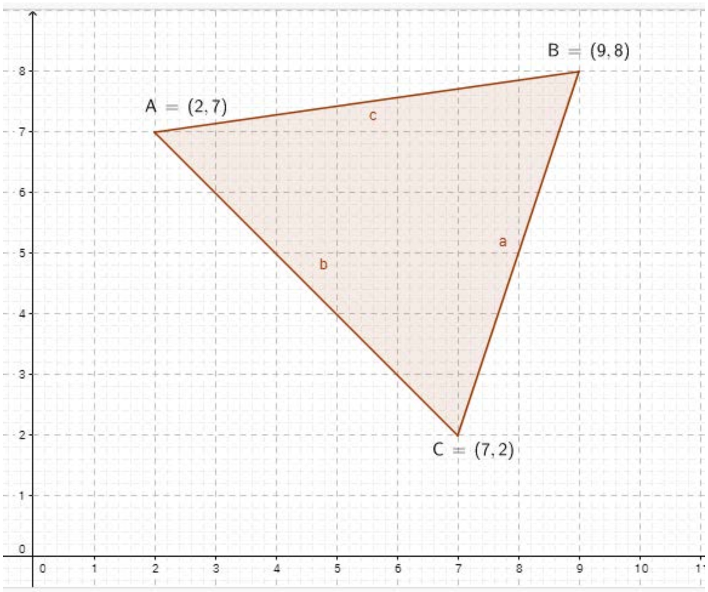
C. Justifica, calculando e interpretando el coeficiente de correlación lineal, qué tipo de relación existe entre el salario y la antigüedad en esta empresa.

(X,Y)	
Coeficiente de correlación	0,868905378
Covarianza	217,6

Como el coeficiente de correlación está bastante próximo a 1, entonces la relación entre ambas variables es fuerte.

5. A un profesional le han encargado que diseñe una pieza en forma de triángulo isósceles. Para ello toma como modelo el siguiente dibujo de un triángulo de vértices $A(2,7)$, $B(9,8)$ y $C(7,2)$.

(2 puntos; 1,5 el apartado A y 0,5 el B)



A. Calcula la medida de sus lados y comprueba que se trata de un triángulo isósceles.

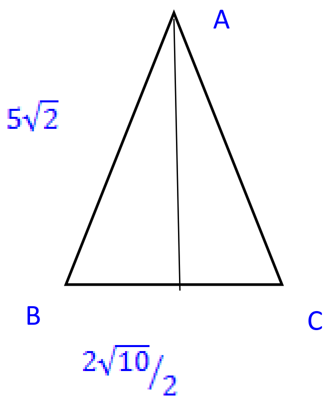
$c = |\overline{AB}| = \sqrt{(9-2)^2 + (8-7)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$b = |\overline{AC}| = \sqrt{(7-2)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$a = |\overline{BC}| = \sqrt{(7-9)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Por lo tanto, tenemos un triángulo isósceles con dos lados iguales y uno desigual

B. Averigua el valor del ángulo en el vértice B haciendo uso de las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.



$cos\hat{B} = \frac{\sqrt{10}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0'4472$

$\hat{B} = 63'4349 = 63^{\circ}26'5{,}82''$