

MOVIMIENTO ONDULATORIO

PROBLEMAS

- La ecuación de una onda transversal que se propaga a través de una cuerda es $y = 0,1 \sin [2\pi (0,4 t - 6,25 x)]$ (sistema internacional). Determina:
a) La amplitud, longitud de onda, frecuencia, constante y velocidad de propagación.
b) Velocidad y aceleración transversal de las partículas del medio en $x = 0$, $t = T/2$.

Rta.: a) $A = 0,1 \text{ m}$; $\lambda = 0,16 \text{ m}$; $f = 0,4 \text{ Hz}$; $k = 39 \text{ rad/m}$; $v_p = 0,064 \text{ m/s}$; b) $v = -0,25 \text{ m/s}$; $a = 0$
- Una onda se transmite a lo largo de una cuerda. El punto situado en $x = 0$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos 10\pi t$ y otro punto situado en $x = 0,03 \text{ m}$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos (10\pi t - \pi/4)$. Calcula:
a) La constante de propagación, la velocidad de propagación y la longitud de onda.
b) La velocidad de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

Rta.: a) $k = 26 \text{ rad/m}$; $v_p = 1,2 \text{ m/s}$; $\lambda = 0,24 \text{ m}$; b) $v = -\pi \cdot \sin (10\pi t - 25/3 \pi x) \text{ m/s}$
- La función de onda que describe la propagación de un sonido es $y(x) = 6 \times 10^{-2} \cos(628 t - 1,90 x)$ (magnitudes en el sistema internacional). Calcula:
a) La frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.
b) La velocidad y la aceleración máximas de un punto cualquier del medio en el que se propaga la onda.

Rta.: a) $f = 100 \text{ Hz}$; $\lambda = 3,31 \text{ m}$; $v_p = 330 \text{ m/s}$; b) $v_{\max} = 40 \text{ m/s}$; $a_{\max} = 2 \times 10^4 \text{ m/s}^2$
- Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje x : $y(x, t) = 0,5 \sin(4x - 6t)$ (S.I.). Calcula:
a) La longitud de onda, la frecuencia con la que vibran las partículas del medio y la velocidad de propagación de la onda.
b) La velocidad de un punto situado en $x = 1 \text{ m}$ en el instante $t = 2 \text{ s}$
c) Los valores máximos de la velocidad y la aceleración.

Rta.: a) $\lambda = 1,6 \text{ m}$; $f = 0,96 \text{ Hz}$; $v_p = 1,5 \text{ m/s}$; b) $v_1 = 0,44 \text{ m/s}$; c) $v_{\max} = 3 \text{ m/s}$; $a_{\max} = 18 \text{ m/s}^2$
- La ecuación de propagación de un movimiento ondulatorio es $y(x, t) = 2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$ (S.I.)
a) ¿Cuál es la amplitud, la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda?
b) ¿Cuál es (en función del tiempo) la velocidad y la aceleración de un punto para el que x es constante?

Rta.: a) $A = 2 \text{ m}$; $f = 4 \text{ Hz}$; $v_p = 2 \text{ m/s}$; b) $v = 50 \cos(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}$; $a = -1,3 \times 10^3 \sin(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}^2$
- La ecuación de una onda sonora que se propaga en la dirección del eje X es:
 $y = 4 \sin 2\pi (330 t - x)$ (S.I.). Halla:
a) La velocidad de propagación.
b) La velocidad máxima de vibración de un punto del medio en el que se transmite la onda.
c) Define la energía de una onda armónica.

Rta.: a) $v_p = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $v_{\max} = 8,3 \times 10^3 \text{ m/s}$
- Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal con amplitud 5 cm , frecuencia 50 Hz y velocidad de propagación 20 m/s . Calcula:
a) La ecuación de onda $y(x, t)$
b) Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 1 \text{ m}$

Rta.: a) $y = 0,05 \cdot \sin(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m]}$; b) $t = 0,055 + 0,01 n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1, 2 \dots$)
- Una onda periódica viene dada por la ecuación $y(t, x) = 10 \sin 2\pi(50 t - 0,2 x)$ en unidades del S.I. Calcula:
a) Frecuencia, velocidad de fase y longitud de onda.
b) La velocidad máxima de una partícula del medio y los valores del tiempo t para los que esa velocidad es máxima (en un punto que dista 50 cm del origen)

Rta.: a) $f = 50 \text{ Hz}$; $\lambda = 5,0 \text{ m}$; $v_p = 250 \text{ m/s}$; b) $v_{\max} = 3,1 \text{ km/s}$; $t = 0,002 + 0,010 n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1, 2 \dots$)

9. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje x con velocidad $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La amplitud de la onda es $A = 0,10 \text{ m}$ y su frecuencia es $f = 50 \text{ Hz}$.
- Escribe la ecuación de la onda.
 - Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.
 - ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

Rta.: a) $y = 0,10 \cdot \sin(100\pi t - 5\pi x) \text{ [m]}$; $y = 0$; $a = 0$; c) $\Delta x = 0,20 \text{ m}$

10. Una onda plana se propaga en la dirección x positiva con velocidad $v = 340 \text{ m/s}$, amplitud $A = 5 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 100 \text{ Hz}$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$)
- Escribe la ecuación de la onda.
 - Calcula la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$.

Rta.: a) $y = 0,05 \cdot \sin(200\pi t - 0,588\pi x) \text{ [m]}$; b) $\Delta x = 1,13 \text{ m}$

11. La ecuación de una onda es $y(x, t) = 2 \cos 4\pi (5t - x)$ (S.I.). Calcula:

- La velocidad de propagación.
- La diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm .
- En la propagación de una onda ¿qué se transporta materia o energía? Justifícalo con un ejemplo.

Rta.: a) $v_p = 5 \text{ m/s}$; b) $\Delta\varphi = \pi \text{ rad}$

12. La ecuación de una onda transversal es $y(t, x) = 0,05 \cos(5t - 2x)$ (magnitudes en el S.I.). Calcula:

- Los valores de t para los que un punto situado en $x = 10 \text{ m}$ tiene velocidad máxima.
- ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 3λ ?
- ¿Esta onda es estacionaria?

Rta.: a) $t_a = 4,3 + 0,63n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1, 2 \dots$); b) $t_b = 3,8 \text{ s}$

13. La ecuación de una onda es $y(t, x) = 0,2 \sin \pi (100t - 0,1x)$. Calcula:

- La frecuencia, el número de ondas k , la velocidad de propagación y la longitud de onda.
- Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en $x = 10 \text{ m}$?
- Para una posición fija x , ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para $t = 1 \text{ s}$?

Rta.: a) $f = 50 \text{ Hz}$; $k = 0,31 \text{ rad/m}$; $v = 1,0 \times 10^3 \text{ m/s}$; $\lambda = 20 \text{ m}$; b) $x = 10 + 20n$; c) $t = 1,0 + 0,020n$

14. Una onda armónica se propaga en dirección x con velocidad $v = 10 \text{ m/s}$, amplitud $A = 3 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 50 \text{ s}^{-1}$. Calcula:

- La ecuación de la onda.
- La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria.
- Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto $x = 10 \text{ m}$?

Rta.: a) $y = 0,030 \sin(100\pi t - 10\pi x) \text{ [m]}$; b) $v_{\text{máx}} = 9,42 \text{ m/s}$; $a_{\text{máx}} = 2,96 \times 10^3 \text{ m/s}^2$; c) $x' = 10 + 0,2n$

1) $y = 0.1 \sin(2\pi(0.4t - 6.25x))$

a) $\Delta = 0.1 \text{ m}$

$\lambda = \frac{1}{6.25} = 0.16 \text{ m}$

$f = 0.4 \text{ Hz}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 39.3 \text{ m}^{-1}$

b) $y = 0.12\pi \cdot 0.4 \cos(2\pi(0.4t - 6.25x))$

$v = 0.25 \cos(2\pi(0.4t - 6.25x))$

$v(x=0, t=T/2) = -0.25 \text{ m/s}$

$a = -0.1(2\pi \cdot 0.4)^2 \sin(0.8\pi t - 12.5\pi x)$

$a = -0.99 \sin(0.8\pi t - 12.5\pi x)$

$a(x=0, t=T/2) = 0 \text{ m/s}^2$

2) $x=0 \rightarrow y = 0.1 \cos 10\pi t$

$x=0.03 \rightarrow y = 0.1 \cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$

a) $\omega = 10\pi \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

$\rightarrow k = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{k = 26.18 \text{ m}^{-1}} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.24 \text{ m}}$

$\boxed{v = \lambda f = 12 \text{ m/s}}$

b) $y = 0.1 \cos(10\pi t - 26.18x)$

$\downarrow$

$v = -0.1 \cdot 10\pi \sin(10\pi t - 26.18x)$

$= -\pi \sin(10\pi t - 26.18x)$

3) $y = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628t - 19x)$

a) $\omega = 628 \left\{ \Rightarrow \boxed{f = 99.95 \text{ Hz}} \right.$

$k = 19 \left\{ \Rightarrow \boxed{\lambda = 3.31 \text{ m}} \right.$

$\boxed{v = \lambda f = 330.8 \text{ m/s}}$

b) $v = -0.06 \cdot 628 \sin(628t - 19x)$

$v_{\max} = \underline{\underline{37.68 \text{ m/s}}}$

$a = -0.06 \cdot 628^2 \cos(628t - 19x)$

$a_{\max} = \underline{\underline{23663 \text{ m/s}^2}}$

4) $y = 0.5 \sin(4x - 6t)$

a) $k = 4 \text{ m}^{-1} \left\{ \Rightarrow \boxed{\lambda = 1.57 \text{ m}} \right.$

$\omega = 6 \text{ rad/s} \left\{ \Rightarrow \boxed{f = 0.95 \text{ Hz}} \right.$

$\boxed{v = \lambda f = 1.5 \text{ m/s}}$

b) $v = -0.5 \cdot 6 \cos(4x - 6t)$

$v(x=1, t=2) = -3 \cos(2 - 12) = +0.44 \text{ m/s}$

c) $v_{\max} = +0.5 \cdot 6 = 3 \text{ m/s}$

$a_{\max} = 0.5 \cdot 6^2 = 18 \text{ m/s}^2$

5) $y = 2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$

a) $\lambda = 2 \text{ m}$
 $\omega = 8\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 4 \text{ Hz}$
 $k = 4\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m}$
 $V = \lambda f = 2 \text{ m/s}$

b) $V = 2 \cdot 8\pi \cos(8\pi t - 4\pi x)$
 $v = 50.26 \cos(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}$
 $a = -2 \cdot (8\pi)^2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$
 $a = -1263 \sin(8\pi t - 4\pi x) \text{ m/s}^2$

6) $y = 4 \sin[2\pi(330t - x)]$

a) $f = 330 \text{ Hz}$
 $\lambda = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} V = \lambda f = 330 \text{ m/s} \end{array} \right.$

b) $V = 4 \cdot 2\pi \cdot 330 \cdot \cos[2\pi(330t - x)]$
 $V_{\text{max}} = 8294 \text{ m/s}$

7)

$A = 5 \text{ cm}$ a) $T = \frac{1}{f} = 0.02 \text{ s}$
 $f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$
 $V = 20 \text{ m/s} \Rightarrow V = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{20}{50} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi$

$\Rightarrow y = 0.05 \sin(100\pi t - 5\pi x) \text{ m}$

b) $y_{\text{max}}(x=1) = 0.05 \Rightarrow 0.05 = 0.05 \sin(100\pi t - 5\pi)$

Se repite la posición y_{max} cada $T = 0.055 + n \cdot 0.028$
 $\Rightarrow 100\pi t - 5\pi = \frac{\pi}{2}$
 $T = 0.055 \text{ s}$

8)

$y = 10 \sin[2\pi(50t - 0.2x)]$

a) $\omega = 100\pi \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$
 $k = 0.4\pi \Rightarrow \lambda = 5 \text{ m}$
 $V = \lambda f = 250 \text{ m/s}$

b) $V = 1000\pi \cos(100\pi t - 0.4\pi x)$
 $V_{\text{max}} = 3141.6 \text{ m/s}$

para $x = 50 \text{ cm} \rightarrow V_{\text{max}}$

$1000\pi = 1000\pi \cos(100\pi t - 0.4\pi \cdot 0.5)$

$\Rightarrow 100\pi t - 0.2\pi = 0$

$T = 0.002 \text{ s}$

$T = 0.002 + 0.028 \text{ s}$



$T = \frac{1}{f} = 0.02 \text{ s}$

9

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta = 0.1 \text{ m}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$a) v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0.4 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$y = 0.1 \sin(100\pi t + 5\pi x)$$

$$b) y(x=2, t=0.1) = 0 \text{ m}$$

$$a = -\omega^2 y = 0 \text{ m/s}^2$$

c) Oposición de fase:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.2 \text{ m}$$

10

$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$\phi_0 = 0$$

$$\Delta = 5 \text{ cm}$$

$$a) v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 3.4 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1.85 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 200\pi \text{ rad/s}$$

$$y = 0.05 \sin(200\pi t - 1.85x)$$

$$b) \Delta \phi = \frac{2\pi}{3}$$

$$kx_2 - kx_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$k(\Delta x) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Delta x = \frac{2\pi}{3} \frac{\lambda}{2\pi} = 1.13 \text{ m}$$

11

$$y(x,t) = 2 \cos(4\pi(5t-x))$$

$$a) \omega = 20\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

$$k = 4\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0.5 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 5 \text{ m/s}$$

$$b) \Delta x = 0.25 \text{ m} \Rightarrow \Delta \phi = k\Delta x = \pi \text{ rad}$$

12

$$y(x,t) = 0.05 \cos(5t - 2x)$$

$$a) y(x=10, t) = 0.05 \cos(5t - 20)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -0.25 \sin(5t - 20) \rightarrow v_{\max} \Rightarrow \sin(5t - 20) = \pm 1 \Rightarrow 5t - 20 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{\pi/2 + 20}{5} + \frac{n\pi}{5}$$

$$t = 4.3 + 0.63n \text{ s}$$

b) De la ecuación:

$$\omega = 5 \text{ rad/s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 0.796 \text{ Hz}$$

$$k = 2 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 3.14 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{3\lambda}{v} = \frac{3 \cdot 3.14}{2.5} = 3.77 \text{ s}$$

c) No es estacionaria puesto que la amplitud no depende de la distancia.

13

$$y(x,t) = 0.2 \sin \pi(100t - 0.1x)$$

$$a) \omega = 100\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

$$k = 0.1\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = \lambda f = 1000 \text{ m/s}$$

$$b) x = 10 + n\lambda \Rightarrow x = 10 + 20n$$

$$c) t = 1 + nT \Rightarrow t = 1 + 0.02n$$