

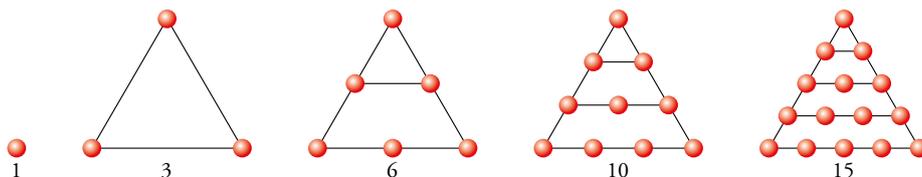
# 1 LOS NÚMEROS NATURALES Y LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 8

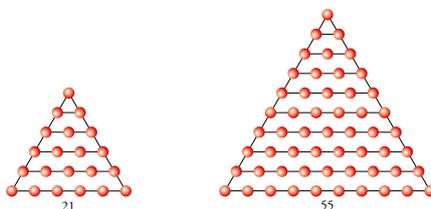
## Los pitagóricos: números y geometría

Los pitagóricos estudiaron los números desde el punto de vista teórico, sacando a la luz curiosas propiedades y clasificaciones.

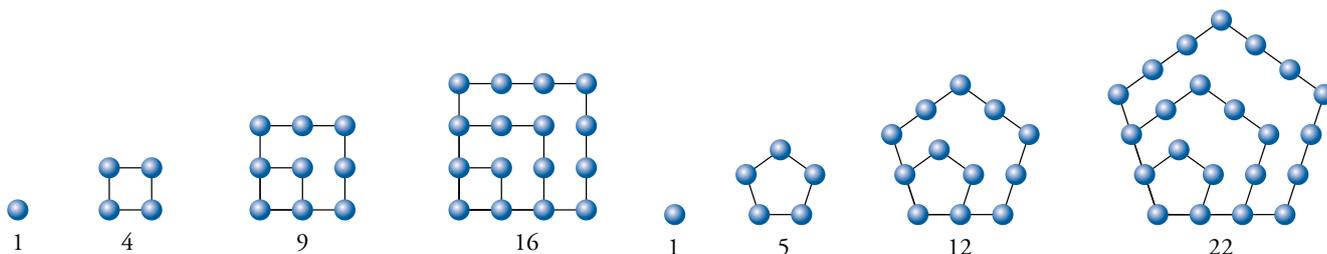
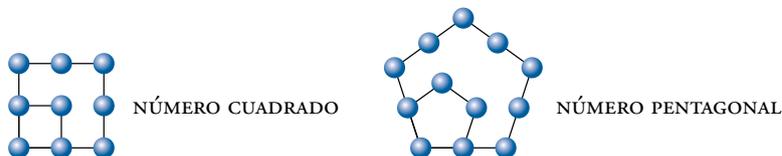
Por ejemplo, a estos números los llamaban triangulares.



1 ¿Serías capaz de dibujar el siguiente? ¿Y el décimo?



2 Teniendo en cuenta lo anterior, dibuja los cuatro primeros números cuadrados y los cuatro primeros pentagonales.



Página 9

## Tener y deber

Una actualización concreta de las dos frases del escrito hindú podría redactarse así:

- a) Si te perdonan una deuda de cinco euros, tienes cinco euros más.
- b) Si compras a crédito algo que cuesta de cinco euros, tienes cinco euros menos...

3 ¿Cuál de las siguientes expresiones asignas a cada una de las frases anteriores?

$$+(+5) = +5 \quad +(-5) = -5 \quad -(+5) = -5 \quad -(-5) = +5$$

- a)  $-(-5) = +5$
- b)  $-(+5) = -5$

## Y tú, ya los usas

Observa las temperaturas que marcan los termómetros analógicos y digitales.

### 4 ¿Qué lectura haces de cada uno?

El analógico marca  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  y el digital marca  $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### 5 Dibuja, en termómetros analógicos y en digitales, las siguientes temperaturas:

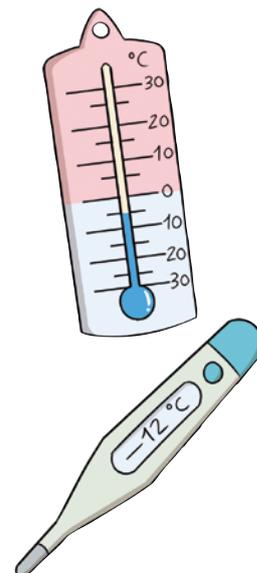
a) Quince grados centígrados.

b) Once grados bajo cero.

Respuesta abierta.

### 6 El número negativo $-2$ se considera mayor que el número negativo $-5$ . ¿Por qué crees que es así? Encuentra una razón para ello.

Respuesta abierta, por ejemplo: Si debemos  $2\text{ €}$  a alguien, tenemos una deuda menor que si le debemos  $5\text{ €}$ .



# 1 EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

Página 11

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

7 Pasa a forma compleja.

a) 257'

$$\begin{array}{r} 257' \quad | \quad 60 \\ 17' \quad 4'' \end{array}$$

$$257' = \dots^\circ \dots'$$

$$\begin{array}{r} a) \quad 257' \quad | \quad 60 \\ 17' \quad 4'' \end{array}$$

$$257' = 4^\circ 17'$$

b) 873 s

$$\begin{array}{r} 873 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ s} \quad \square \text{ min} \end{array}$$

$$873 \text{ s} = \dots \text{ min } \dots \text{ s}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 873 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ 33 \text{ s} \quad 14 \text{ min} \end{array}$$

$$873 \text{ s} = 14 \text{ min } 33 \text{ s}$$

c) 8534 s

$$\begin{array}{r} 8534 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ s} \quad 142 \text{ min} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ min} \quad \square \text{ h} \end{array}$$

$$8534 \text{ s} = \dots \text{ h } \dots \text{ min } \dots \text{ s}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad 8534 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ 14 \text{ s} \quad 142 \text{ min} \quad | \quad 60 \\ 22 \text{ min} \quad 2 \text{ h} \end{array}$$

$$8534 \text{ s} = 2 \text{ h } 22 \text{ min } 14 \text{ s}$$

8 Pasa 2 horas y 24 minutos a forma incompleja (primero a minutos y después a segundos).

a) Paso a minutos:  $2 \text{ h } 24 \text{ min} \rightarrow (2 \cdot 60 + 24) \text{ min} = (\dots + \dots) \text{ min} = \dots \text{ min}$

b) Paso a segundos:  $2 \text{ h } 24 \text{ min} \rightarrow (2 \cdot 3600 + 24 \cdot \dots) \text{ s} = \dots \text{ s}$

a)  $(2 \cdot 60 + 24) \text{ min} = (120 + 24) \text{ min} = 144 \text{ min}$

b)  $(2 \cdot 3600 + 24 \cdot 60) \text{ s} = 8640 \text{ s}$

## 2 ▶ LA RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD

Página 14

### Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

#### 1 Divide, observa y contesta.

$$\begin{array}{r} 173 \overline{)19} \\ 02 \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 228 \overline{)19} \\ \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 516 \overline{)43} \\ \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \overline{)43} \\ \dots \end{array}$$

a) ¿Es 173 múltiplo de 19? ¿Y 228?

b) ¿Es 43 divisor de 516? ¿Y de 743?

$$\begin{array}{r} 173 \overline{)19} \\ 02 \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 228 \overline{)19} \\ 38 \ 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 516 \overline{)43} \\ 86 \ 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \overline{)43} \\ 313 \ 17 \\ 12 \end{array}$$

a) 173 no es múltiplo de 19 porque la división no es exacta. En cambio, 228 sí es múltiplo de 19.

b) 43 es divisor de 516 porque la división es exacta. En cambio, 43 no es divisor de 743.

#### 2 Escribe los ocho primeros múltiplos de 13.

13 - ... - ... - ... - ... - ... - ... - ...

13 - 26 - 39 - 52 - 65 - 78 - 91 - 104

#### 3 Observa y escribe todos los divisores de 42.

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)1} \\ 00 \ 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)2} \\ 02 \ 21 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)3} \\ 12 \ 14 \\ 0 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 42 \overline{)4} \\ 02 \ 10 \\ 2 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 42 \overline{)5} \\ 2 \ 8 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)6} \\ 0 \ 7 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 42 \overline{)42} \\ 00 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)21} \\ 00 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)14} \\ 00 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)7} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

Divisores de 42:

1 ... ..

↓ ↓ ↓ ↓

42 ... ..

Divisores de 42:

1 2 3 6

↓ ↓ ↓ ↓

42 21 14 7

#### 4 Busca todos los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300.

$$\begin{array}{r} 250 \overline{)14} \\ 110 \ 17 \\ 12 \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 14 \cdot 17 = 238 \\ 14 \cdot 18 = \dots \\ 14 \cdot 19 = \dots \\ 14 \cdot \dots = \dots \\ 14 \cdot \dots = \dots \end{array} \right\} \rightarrow \text{Los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300 son: } \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 14 \cdot 17 = 238 \\ 14 \cdot 18 = 252 \\ 14 \cdot 19 = 266 \\ 14 \cdot 20 = 280 \\ 14 \cdot 21 = 294 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300 son: 252, 266, 288 y 294.}$$

## Para practicar

### 1 Escribe:

a) Los cinco primeros múltiplos de 20.

a) 20, 40, 60, 80, 100

b) Todos los divisores de 20.

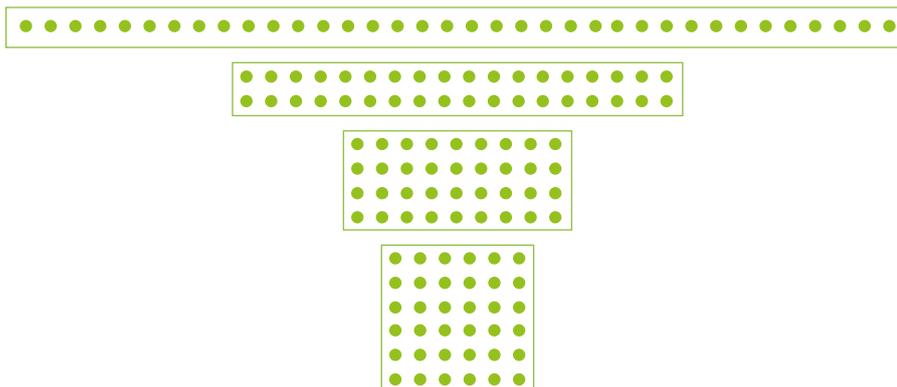
b) 1, 2, 4, 5, 10 y 20

### 2 Dibuja todas las formas de representar 36 como número rectangular.

$$36 = 3 \cdot 12$$



¿Qué relación tienen con los divisores de 36?



Las dimensiones de los rectángulos son los divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36.

### 3 Escribe todas las parejas de números cuyo producto es 60.

1 · 60, 2 · 30, 3 · 20, 4 · 15, 5 · 12 y 6 · 10

### 4 Busca:

a) Los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 150.

b) El primer múltiplo de 13 después de 1000.

a) 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147

b) 1001

### 5 Copia, rodea los pares y tacha los múltiplos de 3.

45 - 67 - 74 - 96 - 143 - 138 - 251 - 309 - 488

~~45~~ - 67 - ~~74~~ - ~~96~~ - 143 - ~~138~~ - 251 - ~~309~~ - ~~488~~

### 6 Qué valores debe tomar la cifra $a$ para que el número:

5 6  $a$

a) Sea múltiplo de 2.

b) Sea múltiplo de 3.

c) Sea múltiplo de 5.

d) Sea múltiplo de 9.

a)  $a = 0, 2, 4, 6, 8$

b)  $a = 1, 4, 7$

c)  $a = 0, 5$

d)  $a = 7$

### 7 Selecciona, entre estos números, los múltiplos de 11.

286   611   913   1804   2444   3333

Múltiplos de 11: 286, 913, 1 804 y 3 333.

### 8 Observa, copia y completa en tu cuaderno.

a)  $n = 2 \cdot 3 \cdot k = 6 \cdot k \rightarrow$  Si un número,  $n$ , es múltiplo de 2 y de 3, también es múltiplo de 6.

b)  $m = 2 \cdot 5 \cdot k = 10 \cdot k \rightarrow$  Si un número,  $m$ , es múltiplo de 2 y de 5, también es múltiplo de...

c)  $p = 15 \cdot k = 3 \cdot 5 \cdot k \rightarrow$  Si un número,  $p$ , es múltiplo de 15, también lo es de ... y de...

b) Si un número,  $m$ , es múltiplo de 2 y de 5, también es múltiplo de 10.

c) Si un número,  $p$ , es múltiplo de 15, también lo es de 3 y de 5.

## 3 ► NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Página 15

### Para practicar

1 Separa, entre los siguientes números, los primos de los compuestos.

Primos: 29, 83, 101, 113

Compuestos: 39, 57, 91, 111, 243, 341

2 Copia y completa los procesos de descomposición factorial.

2	9	4	2	495	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	165	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	7	55	<input type="text"/>
		<input type="text"/>	7	11	<input type="text"/>
		<input type="text"/>		1	<input type="text"/>

$294 = \square \cdot \square \cdot \square^2$   
 $495 = \square^2 \cdot \square \cdot \square \square$

294	2	495	3
147	3	165	3
49	7	55	5
7	7	11	11
1		1	1

$294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$   
 $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

3 Descompón estos números en factores primos.

- |        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) 84  | b) 130 | c) 160  | d) 594  |
| e) 720 | f) 975 | g) 2340 | h) 5220 |

- |  |  |
|--|--|
| a) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$              | b) $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$              |
| c) $160 = 2^5 \cdot 5$                     | d) $594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11$            |
| e) $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$           | f) $975 = 3 \cdot 5^2 \cdot 13$            |
| g) $2340 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$ | h) $5220 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 29$ |

4 Escribe factorizados sin hacer ninguna operación:

- a) Tres múltiplos de  $12 = 2^2 \cdot 3$ .
- b) Todos los divisores de  $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$ .
- a) Por ejemplo:  $2^2 \cdot 3 \cdot 2$ ;  $2^2 \cdot 3 \cdot 3$ ;  $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
- b)  $3 \cdot 5 \cdot 5$ ;  $5 \cdot 5$ ;  $3 \cdot 5$ ;  $5$ ;  $3$ ;  $1$

5 Teniendo en cuenta que  $m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$  y  $n = 2^3 \cdot 3$ , escribe:

- a) Tres múltiplos comunes de  $m$  y  $n$ .
- b) Tres divisores comunes de  $m$  y  $n$ .
- a) Por ejemplo:  $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ ;  $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ ;  $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
- b) Por ejemplo:  $2$ ;  $3$ ;  $2^2 \cdot 3$

## 4 ▶ MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE DOS O MÁS NÚMEROS

Página 16

### Para practicar

#### 1 Calcula mentalmente.

- |                        |                         |       |       |        |        |
|------------------------|-------------------------|-------|-------|--------|--------|
| a) mín. c. m. (3, 5)   | b) mín. c. m. (6, 11)   |       |       |        |        |
| c) mín. c. m. (10, 15) | d) mín. c. m. (10, 25)  |       |       |        |        |
| e) mín. c. m. (30, 40) | f) mín. c. m. (50, 100) |       |       |        |        |
| a) 15                  | b) 66                   | c) 30 | d) 50 | e) 120 | f) 100 |

#### 2 Calcula.

- |                            |                             |        |        |        |        |
|----------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| a) mín. c. m. (18, 24)     | b) mín. c. m. (21, 35)      |        |        |        |        |
| c) mín. c. m. (72, 90)     | d) mín. c. m. (90, 120)     |        |        |        |        |
| e) mín. c. m. (60, 72, 90) | f) mín. c. m. (50, 75, 100) |        |        |        |        |
| a) 72                      | b) 105                      | c) 360 | d) 360 | e) 360 | f) 300 |

#### 3 Cierta supermercado hace inventario cada 36 días y recoloca los expositores cada 24 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden ambos trabajos en el mismo día?

$$\text{mín. c. m. } (36, 24) = 72$$

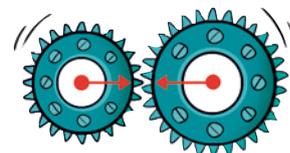
Cada 72 días coinciden ambos trabajos.

#### 4 Dos ruedas, una de 24 dientes y la otra de 32, giran acopladas al poner en marcha un engranaje. ¿Cuántas vueltas dará cada una hasta quedar enfrentadas en la posición inicial?

$$\text{mín. c. m. } (24, 32) = 96$$

$$96 = 24 \cdot 4 = 32 \cdot 3$$

Vuelven a coincidir en la posición inicial después de que la rueda de 24 dientes dé 4 vueltas y la rueda de 32 dientes dé 3 vueltas.



## 5 ▶ MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS

Página 17

---

### Para practicar

#### 1 Calcula mentalmente.

- |                        |                        |      |      |      |       |
|------------------------|------------------------|------|------|------|-------|
| a) máx. c. d. (4, 6)   | b) máx. c. d. (6, 8)   |      |      |      |       |
| c) máx. c. d. (5, 10)  | d) máx. c. d. (15, 20) |      |      |      |       |
| e) máx. c. d. (18, 24) | f) máx. c. d. (50, 75) |      |      |      |       |
| a) 2                   | b) 2                   | c) 5 | d) 5 | e) 6 | f) 25 |

#### 2 Una hortelana destina a semillero una parcela rectangular de $248 \text{ cm} \times 250 \text{ cm}$ . La quiere dividir en cuadrados, todos iguales y lo más grandes posible.

¿Cuáles serán las dimensiones de cada semillero?

$$\text{máx. c. d. } (248, 250) = 2$$

Las dimensiones de cada semillero serán cuadrados de 2 cm de lado.

#### 3 Calcula.

- |                          |                          |      |       |       |       |
|--------------------------|--------------------------|------|-------|-------|-------|
| a) máx. c. d. (24, 36)   | b) máx. c. d. (28, 42)   |      |       |       |       |
| c) máx. c. d. (63, 99)   | d) máx. c. d. (90, 126)  |      |       |       |       |
| e) máx. c. d. (165, 275) | f) máx. c. d. (360, 450) |      |       |       |       |
| a) 12                    | b) 14                    | c) 9 | d) 18 | e) 55 | f) 90 |

#### 4 Un almacenista desea envasar 885 litros de aceite de oliva y 705 litros de aceite de girasol, en garrafas iguales y lo más grandes posible. ¿Cuál debe ser la capacidad de las garrafas para que todas queden llenas y sin que sobre aceite?

$$\text{máx. c. d. } (885, 705) = 15$$

La capacidad de las garrafas debe ser 15 litros.

## 6 ▶ EL CONJUNTO $\mathbb{Z}$ DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 18

---

### Para practicar

#### 1 Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número.

a)  $-3$                       b)  $+8$                       c)  $-11$                       d)  $+23$                       e)  $-37$                       f)  $+60$

a)  $|-3| = 3$ . Opuesto de  $(-3) \rightarrow +3$

b)  $|+8| = 8$ . Opuesto de  $(+8) \rightarrow -8$

c)  $|-11| = 11$ . Opuesto de  $(-11) \rightarrow +11$

d)  $|+23| = 23$ . Opuesto de  $(+23) \rightarrow -23$

e)  $|-37| = 37$ . Opuesto de  $(-37) \rightarrow +37$

f)  $|+60| = 60$ . Opuesto de  $(+60) \rightarrow -60$

#### 2 Ordena de menor a mayor.

$-7, -13, +8, -1, +1, +5, 0, +10, -24$

$-24 < -13 < -7 < -1 < 0 < +1 < +5 < +8 < +10$

#### 3 ¿Verdadero o falso?

a) **Cualquier número entero es también natural.**

b) **Cualquier número natural es entero.**

c) **Solo los negativos tienen opuesto.**

d) **Dos números enteros opuestos tienen el mismo valor absoluto.**

a) Falso. Los números negativos son enteros pero no naturales.

b) Verdadero.

c) Falso. Todos los números tienen opuesto.

d) Verdadero.  $|a| = |-a| = a$

# 7 ▶ OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Página 19

## Para fijar ideas

**1** Lee, reflexiona y completa en tu cuaderno.

a) Si me dan 5 € y después me dan 3 €, tendré 8 € más.

$$+5 + 3 = \dots$$

c) Si me dan 10 € y me quitan 3 €, tendré ... € ...

$$+10 - 3 = \dots$$

b) Si gasto 4 € y después gasto 2 €, tendré ... € menos.

$$-4 - 2 = \dots$$

d) Si me dan 3 € y gasto 7 €, tendré ... € ...

$$+3 - 7 = \dots$$

a) Si me dan 5 € y después me dan 3 €, tendré 8 € más.

$$+5 + 3 = +8$$

b) Si gasto 4 € y después gasto 2 €, tendré 6 € menos.

$$-4 - 2 = -6$$

c) Si me dan 10 € y me quitan 3 €, tendré 7 € más.

$$+10 - 3 = +7$$

d) Si me dan 3 € y gasto 7 €, tendré 4 € menos.

$$+3 - 7 = -4$$

**2** Copia y completa para resolver la misma expresión de dos formas diferentes.

$$3 - 7 - 5 + 8 = \square - 5 + 8 = \square + 8 = \dots$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = 3 + 8 - 7 - 5 = +11 - \square = \dots$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = -4 - 5 + 8 = -9 + 8 = -1$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = 3 + 8 - 7 - 5 = +11 - 12 = -1$$

## Para practicar

**1** Calcula mentalmente.

a)  $5 - 7$

b)  $2 - 9$

c)  $-1 - 9$

d)  $-12 + 17$

e)  $-22 + 10$

f)  $-12 - 13$

a)  $-2$

b)  $-7$

c)  $-10$

d)  $5$

e)  $-12$

f)  $-25$

**2** Resuelve.

a)  $10 - 3 + 5$

b)  $2 - 9 + 1$

c)  $16 - 4 - 6$

d)  $7 - 10 - 3$

e)  $-7 - 8 + 5$

f)  $-5 + 8 + 4$

g)  $-8 + 2 + 3$

h)  $-1 - 2 - 3$

i)  $-7 - 3 - 4$

a)  $12$

b)  $-6$

c)  $6$

d)  $-6$

e)  $-10$

f)  $+7$

g)  $-3$

h)  $-6$

i)  $-14$

### 3 Calcula.

a)  $3 - 7 + 2 - 5$

b)  $2 - 6 + 9 - 3 + 4$

c)  $7 - 10 - 5 + 4 + 6 - 1$

d)  $-6 + 4 - 3 - 2 - 8 + 5$

e)  $12 + 5 - 17 - 11 + 20 - 13$

f)  $16 - 22 + 24 - 31 + 12 - 15$

a)  $-7$

b)  $6$

c)  $1$

d)  $-10$

e)  $-4$

f)  $-16$

Página 20

### Para fijar ideas

#### 3 Copia y completa para resolver la misma expresión de dos formas diferentes.

##### a) Quitando primero los paréntesis.

$$(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = 7 - \square - 2 + \square - \square + \square = 7 + 5 + 9 - \square - \square - \square = 21 - \square = \dots$$

##### b) Operando primero dentro de los paréntesis.

$$(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = (-3) - (\square - \square) = (-3) - (-\square) = \dots$$

a)  $(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = 7 - 10 - 2 + 5 - 4 + 9 = 7 + 5 + 9 - 10 - 2 - 4 = 21 - 16 = 5$

b)  $(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = (-3) - (6 - 14) = (-3) - (-8) = -3 + 8 = 5$

### Para practicar

#### 4 Quita paréntesis y calcula.

a)  $(-3) - (+4) - (-8)$

b)  $-(-5) + (-6) - (-3)$

c)  $(+8) - (+6) + (-7) - (-4)$

d)  $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7)$

a)  $(-3) - (+4) - (-8) = -3 - 4 + 8 = 1$

b)  $-(-5) + (-6) - (-3) = 5 - 6 + 3 = 2$

c)  $(+8) - (+6) + (-7) - (-4) = 8 - 6 - 7 + 4 = -1$

d)  $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7) = 3 - 2 - 9 + 7 = -1$

#### 5 Resuelve quitando los paréntesis.

a)  $(4 - 9) - (5 - 8)$

b)  $-(1 - 6) + (4 - 7)$

c)  $4 - (8 + 2) - (3 - 13)$

d)  $12 + (8 - 15) - (5 + 8)$

e)  $22 - (7 - 11 - 3) - 13$

a)  $(4 - 9) - (5 - 8) = 4 - 9 - 5 + 8 = 12 - 14 = -2$

b)  $-(1 - 6) + (4 - 7) = -1 + 6 + 4 - 7 = 10 - 8 = 2$

c)  $4 - (8 + 2) - (3 - 13) = 4 - 8 - 2 - 3 + 13 = 17 - 13 = 4$

d)  $12 + (8 - 15) - (5 + 8) = 12 + 8 - 15 - 5 - 8 = 20 - 28 = -8$

e)  $22 - (7 - 11 - 3) - 13 = 22 - 7 + 11 + 3 - 13 = 36 - 20 = 16$

#### 6 Resuelve operando primero dentro de los paréntesis.

a)  $(2 - 6) + (4 - 8)$

b)  $(8 - 10) - (12 - 7)$

c)  $15 - (2 - 5 + 8) + (6 - 9)$

d)  $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2)$

e)  $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5)$

a)  $(2 - 6) + (4 - 8) = (-4) + (-4) = -4 - 4 = -8$

b)  $(8 - 10) - (12 - 7) = (-2) - (+5) = -2 - 5 = -7$

c)  $15 - (2 - 5 + 8) + (6 - 9) = 15 - (+5) + (-3) = 15 - 5 - 3 = 7$

d)  $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2) = (+2) - (-6) + (-5) = 2 + 6 - 5 = 3$

e)  $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5) = (-11) - (-2) - (-9) = -11 + 2 + 9 = 0$

**7 Resuelve de dos formas, como en el ejemplo.**

•  $10 - (13 - 7) = 10 - (+6) = 10 - 6 = 4$

$10 - (13 - 7) = 10 - 13 + 7 = 17 - 13 = 4$

a)  $15 - (12 - 8)$

b)  $9 - (20 - 6)$

c)  $8 - (15 - 12)$

d)  $6 - (13 - 2)$

e)  $15 - (6 - 9 + 5)$

f)  $21 - (3 - 10 + 11 + 6)$

a)  $15 - (12 - 8) = 15 - (+4) = 15 - 4 = 11$

$15 - (12 - 8) = 15 - 12 + 8 = 23 - 12 = 11$

b)  $9 - (20 - 6) = 9 - (+14) = 9 - 14 = -5$

$9 - (20 - 6) = 9 - 20 + 6 = 15 - 20 = -5$

c)  $8 - (15 - 12) = 8 - (+3) = 8 - 3 = 5$

$8 - (15 - 12) = 8 - 15 + 12 = 20 - 15 = 5$

d)  $6 - (13 - 2) = 6 - (+11) = 6 - 11 = -5$

$6 - (13 - 2) = 6 - 13 + 2 = 8 - 13 = -5$

e)  $15 - (6 - 9 + 5) = 15 - (11 - 9) = 15 - (+2) = 15 - 2 = 13$

$15 - (6 - 9 + 5) = 15 - 6 + 9 - 5 = 24 - 11 = 13$

f)  $21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - (20 - 10) = 21 - (+10) = 21 - 10 = 11$

$21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - 3 + 10 - 11 - 6 = 31 - 20 = 11$

**8 Calcula.**

a)  $7 - [1 + (9 - 13)]$

b)  $-9 + [8 - (13 - 4)]$

c)  $12 - [6 - (15 - 8)]$

d)  $-17 + [9 - (3 - 10)]$

e)  $2 + [6 - (4 - 2 + 9)]$

f)  $15 - [9 - (5 - 11 + 7)]$

a)  $7 - [1 + (9 - 13)] = 7 - [1 + 9 - 13] = 7 - 1 - 9 + 13 = 20 - 10 = 10$

b)  $-9 + [8 - (13 - 4)] = -9 + [8 - (+9)] = -9 + [8 - 9] = -9 + [-1] = -9 - 1 = -10$

c)  $12 - [6 - (15 - 8)] = 12 - [6 - 15 + 8] = 12 - 6 + 15 - 8 = 27 - 14 = 13$

d)  $-17 + [9 - (3 - 10)] = -17 + [9 - (-7)] = -17 + [9 + 7] = -17 + 16 = -1$

e)  $2 + [6 - (4 - 2 + 9)] = 2 + [6 - 4 + 2 - 9] = 2 + 6 - 4 + 2 - 9 = 10 - 13 = -3$

f)  $15 - [9 - (5 - 11 + 7)] = 15 - [9 - (12 - 11)] = 15 - [9 - (+1)] = 15 - [9 - 1] =$   
 $= 15 - [+8] = 15 - 8 = 7$

**9 Resuelve.**

a)  $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7]$

b)  $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)]$

c)  $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)]$

d)  $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15]$

e)  $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)]$

f)  $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)]$

a)  $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7] = (2 - 9) - [5 + (-4) - 7] = (2 - 9) - [5 - 4 - 7] =$   
 $= (-7) - [5 - 11] = -7 - [-6] = -7 + 6 = -1$

b)  $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)] = 13 - [15 - 6 + 8 + 5 - 9] = 13 - 15 + 6 - 8 - 5 + 9 = 28 - 28 = 0$

c)  $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)] = 8 - [(-5) + (-3) - (-3)] = 8 - [-5 - 3 + 3] =$   
 $= 8 - [-8 + 3] = 8 - [-5] = 8 + 5 = 13$

d)  $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15] = (13 - 21) - [12 + 6 - 9 + 2 - 15] =$   
 $= 13 - 21 - 12 - 6 + 9 - 2 + 15 = 37 - 41 = -4$

e)  $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)] = [4 + (6 - 22)] - [5 - (10 - 18)] =$   
 $= [4 - 16] - [5 + 8] = -12 - 13 = -25$

f)  $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)] = [10 - 21 + 14] - [5 + 17 - 11 + 6] =$   
 $= 10 - 21 + 14 - 5 - 17 + 11 - 6 = 35 - 49 = -14$

Página 21

Para practicar

10 Multiplica.

- a)  $(+10) \cdot (-2)$                       b)  $(-4) \cdot (-9)$                       c)  $(-7) \cdot (+5)$                       d)  $(+11) \cdot (+7)$   
a)  $-20$                                       b)  $36$                                       c)  $-35$                                       d)  $77$

11 Observa los ejemplos y multiplica de las dos formas que se indican.

•  $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (-5) = +30$

$(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-3) \cdot (-10) = +30$

- a)  $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4)$                       b)  $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5)$                       c)  $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2)$                       d)  $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5)$   
a)  $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (+6) \cdot (+4) = +24$                       b)  $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-2) \cdot (-5) = +10$   
 $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (-2) \cdot (-12) = +24$                        $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-1) \cdot (-10) = +10$   
c)  $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (-12) \cdot (+2) = -24$                       d)  $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (+12) \cdot (-5) = -60$   
 $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (+4) \cdot (-6) = -24$                        $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (+10) = -60$

12 Divide.

- a)  $(-18) : (+3)$                                       b)  $(-15) : (-5)$                                       c)  $(+36) : (-9)$   
d)  $(-30) : (-10)$                                       e)  $(-52) : (+13)$                                       f)  $(+22) : (+11)$   
a)  $-6$     b)  $+3$     c)  $-4$   
d)  $+3$     e)  $-4$     f)  $+2$

13 Copia, completa y compara. ¿Qué observas?

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = \square$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [\square] : (-2) = \square$

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = +4$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [-2] : (-2) = +1$

Se observa que la división no es asociativa.

14 Calcula el valor de  $x$  en cada caso.

- a)  $(-18) : x = +6$                       b)  $(+4) \cdot x = -36$                       c)  $x \cdot (-13) = +91$                       d)  $x : (-11) = +5$   
a)  $x = -3$                                       b)  $x = -9$                                       c)  $x = -7$                                       d)  $x = -55$

Página 22

Para fijar ideas

4 Copia y completa para obtener el valor de la siguiente expresión:

$(6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4 =$   
 $= (\square) \cdot (-5) + 3 \cdot (\square) + 4 =$   
 $= (\square) + (\square) + 4 = \square - \square + 4 = \square$

$(6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4$   
 $(\square) \cdot (-5) + 3 \cdot (\square) + 4$   
 $(\square) + (\square) + 4$   
 $\square - \square + 4 = \square$

$(6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4 = (-1) \cdot (-5) + 3 \cdot (-4) + 4 = (+5) + (-12) + 4 = 5 - 12 + 4 = -3$

Para practicar

**15** Calcula como en los ejemplos.

•  $15 - 8 \cdot 3 = 15 - 24 = -9$

•  $18 : 6 - 5 = 3 - 5 = -2$

a)  $18 - 5 \cdot 3$       b)  $6 - 4 \cdot 2$       c)  $7 \cdot 2 - 16$       d)  $18 - 15 : 3$       e)  $5 - 30 : 6$       f)  $20 : 2 - 11$

a)  $18 - 5 \cdot 3 = 18 - 15 = 3$

b)  $6 - 4 \cdot 2 = 6 - 8 = -2$

c)  $7 \cdot 2 - 16 = 14 - 16 = -2$

d)  $18 - 15 : 3 = 18 - 5 = 13$

e)  $5 - 30 : 6 = 5 - 5 = 0$

f)  $20 : 2 - 11 = 10 - 11 = -1$

**16** Calcula como en el ejemplo.

•  $21 - 4 \cdot 6 + 12 : 3 = 21 - 24 + 4 = 25 - 24 = 1$

a)  $20 - 4 \cdot 7 + 11$

b)  $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2$

c)  $15 - 20 : 5 - 3$

d)  $6 - 10 : 2 - 14 : 7$

e)  $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6$

f)  $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6$

a)  $20 - 4 \cdot 7 + 11 = 20 - 28 + 11 = 31 - 28 = 3$

b)  $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 12 - 30 + 8 = 20 - 30 = -10$

c)  $15 - 20 : 5 - 3 = 15 - 4 - 3 = 15 - 7 = 8$

d)  $6 - 10 : 2 - 14 : 7 = 6 - 5 - 2 = 6 - 7 = -1$

e)  $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 15 - 16 + 12 = 27 - 16 = 11$

f)  $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6 = 21 - 20 + 3 = 24 - 20 = 4$

**17** Observa el ejemplo y calcula.

•  $(-3) \cdot (-4) + (-6) \cdot 3 = (+12) + (-18) = 12 - 18 = -6$

a)  $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4$

b)  $32 : (-8) - (-20) : 5$

c)  $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4)$

d)  $(+25) : (-5) + (-16) : (+4)$

e)  $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2)$

f)  $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3)$

a)  $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4 = (-40) - (+36) = -40 - 36 = -76$

b)  $32 : (-8) - (-20) : 5 = (-4) - (-4) = -4 + 4 = 0$

c)  $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4) = (+18) + (-20) = 18 - 20 = -2$

d)  $(+25) : (-5) + (-16) : (+4) = (-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$

e)  $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2) = (-42) + (+25) = -42 + 25 = -17$

f)  $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3) = (-7) - (-36) = -7 + 36 = 29$

**18** Copia, calcula y completa.

a)  $18 - 5 \cdot (3 - 8) = 18 - 5 \cdot (\square) = 18 + \square = \square$

b)  $4 \cdot (8 - 11) - 6 \cdot (7 - 9) = 4 \cdot (\square) - 6 \cdot (\square) = \square$

c)  $(4 - 5) \cdot (-3) - (8 - 2) : (-3) = \square$

a)  $18 - 5 \cdot (3 - 8) = 18 - 5 \cdot (-5) = 18 - (-25) = 18 + 25 = 43$

b)  $4 \cdot (8 - 11) - 6 \cdot (7 - 9) = 4 \cdot (-3) - 6 \cdot (-2) = (-12) - (-12) = -12 + 12 = 0$

c)  $(4 - 5) \cdot (-3) - (8 - 2) : (-3) = (-1) \cdot (-3) - (+6) : (-3) = (+3) - (-2) = 3 + 2 = 5$

**19** Ejercicio resuelto.

**20**  Calcula.

a)  $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)]$

b)  $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7)$

a)  $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)] = (-4) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (5)] = -4 + 6 \cdot [23 - 25] =$   
 $= -4 + 6 \cdot [-2] = -4 + (-12) = -16$

b)  $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7) = (-2) \cdot (-4) - [12 - (-2)] : (-7) = 8 - [12 + 2] : (-7) =$   
 $= 8 - [14] : (-7) = 8 - (-2) = 8 + 2 = 10$

## 8 ► POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Página 24

### Para practicar

#### 1 Escribe en forma de producto y calcula.

- a)  $(-5)^2$                       b)  $(-10)^5$                       c)  $(-8)^3$   
a)  $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$   
b)  $(-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -100\,000$   
c)  $(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$

#### 2 Calcula con ayuda de la calculadora de cuatro operaciones como en el ejemplo.

•  $12^5 \rightarrow \boxed{1} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \rightarrow \boxed{248832}$

- a)  $(-11)^3$     b)  $17^5$     c)  $(-27)^4$   
a)  $(-11)^3 = -1\,331$     b)  $17^5 = 1\,419\,857$     c)  $(-27)^4 = 531\,441$

#### 3 Reduce a una sola potencia como en los ejemplos.

- $2^5 \cdot (-3)^5 = [2 \cdot (-3)]^5 = (-6)^5$   
•  $(-15)^4 : (+3)^4 = [(-15) : (+3)]^4 = (-5)^4 = 5^4$

- a)  $3^2 \cdot 4^2$     b)  $(-2)^3 \cdot 4^3$     c)  $(-5)^2 \cdot (+3)^2$   
d)  $(+15)^3 : (-5)^3$     e)  $(-20)^2 : (-4)^2$     f)  $(-18)^4 : (+6)^4$   
a)  $3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2$     b)  $(-2)^3 \cdot 4^3 = [(-2) \cdot 4]^3 = (-8)^3$   
c)  $(-5)^2 \cdot (+3)^2 = [(-5) \cdot (+3)]^2 = (-15)^2$     d)  $(+15)^3 : (-5)^3 = [(15) : (-5)]^3 = (-3)^3 = -3^3$   
e)  $(-20)^2 : (-4)^2 = [(-20) : (-4)]^2 = 5^2$     f)  $(-18)^4 : (+6)^4 = [(-18) : (+6)]^4 = (-3)^4 = 3^4$

#### 4 Reduce aplicando la propiedad $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .

- a)  $x^2 \cdot x^3$     b)  $a^4 \cdot a^4$     c)  $z^5 \cdot z$   
a)  $x^2 \cdot x^3 = x^5$     b)  $a^4 \cdot a^4 = a^8$     c)  $z^5 \cdot z = z^6$

#### 5 Reduce a una sola potencia.

- a)  $(-2)^5 \cdot 2^7$     b)  $(-2)^3 \cdot (+2)^6$     c)  $(-12)^2 \cdot (+12)^2$     d)  $(+9)^4 \cdot (-9)^2$   
a)  $(-2)^5 \cdot 2^7 = (-2)^{12} = 2^{12}$     b)  $(-2)^3 \cdot (+2)^6 = (-2)^9$   
c)  $(-12)^2 \cdot (+12)^2 = 12^4$     d)  $(+9)^4 \cdot (-9)^2 = 9^6$

#### 6 Reduce aplicando la propiedad $a^m : a^n = a^{m-n}$ .

- a)  $x^7 : x^4$     b)  $a^7 : a^2$     c)  $z^8 : z^3$   
a)  $x^7 : x^4 = x^3$     b)  $a^7 : a^2 = a^5$     c)  $z^8 : z^3 = z^5$

#### 7 Reduce a una potencia única.

- a)  $(-7)^8 : (-7)^5$     b)  $10^9 : (-10)^4$     c)  $12^4 : (-12)$     d)  $(-4)^{10} : (+4)^6$   
a)  $(-7)^8 : (-7)^5 = -7^3$     b)  $10^9 : (-10)^4 = 10^5$     c)  $12^4 : (-12) = -12^3$     d)  $(-4)^{10} : (+4)^6 = 4^4$

#### 8 Aplica la propiedad $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ , y reduce.

- a)  $(x^3)^2$     b)  $(a^3)^3$     c)  $(z^6)^3$   
a)  $(x^3)^2 = x^6$     b)  $(a^3)^3 = a^9$     c)  $(z^6)^3 = z^{18}$

**9 Copia y completa en tu cuaderno.**

a)  $(3^2)^4 = 3^{\square}$

b)  $[(-2)^4]^3 = (-2)^{\square}$

c)  $[(+5)^2]^2 = (+5)^{\square}$

d)  $[(-6)^3]^5 = (-6)^{\square}$

a)  $(3^2)^4 = 3^8$

b)  $[(-2)^4]^3 = (-2)^{12}$

c)  $[(+5)^2]^2 = (+5)^4$

d)  $[(-6)^3]^5 = (-6)^{15}$

**10 Reduce como en el ejemplo.**

•  $(a^6 \cdot a^4) : a^7 = a^{10} : a^7 = a^3$

a)  $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

b)  $m^7 : (m^2 \cdot m^3)$

c)  $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4)$

d)  $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2)$

a)  $(x^5 \cdot x^2) : x^4 = x^3$

b)  $m^7 : (m^2 \cdot m^3) = m^7 : m^5 = m^2$

c)  $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4) = a^7 : a^6 = a$

d)  $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2) = z^8 : z^6 = z^2$

**11 Opera y calcula.**

a)  $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$

b)  $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5]$

c)  $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$

d)  $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$

a)  $10^6 : (5^4 \cdot 2^4) = 10^6 : (5 \cdot 2)^4 = 10^6 : (10)^4 = 10^2 = 100$

b)  $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5] = (-12)^7 : [(-3) \cdot 4]^5 = (-12)^7 : (-12)^5 = (-12)^2 = 144$

c)  $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4 = [(-9) \cdot (-2)]^5 : 18^4 = 18^5 : 18^4 = 18$

d)  $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4 = [5 \cdot (-4)]^7 : 20^4 = (-20)^7 : 20^4 = (-20)^3 = -8000$

## 9 ▶ RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO ENTERO

Página 25

### Para practicar

#### 1 Calcula, si existen, estas raíces.

- |                    |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{(+1)}$   | b) $\sqrt{(-1)}$   | c) $\sqrt{(+25)}$  | d) $\sqrt{(-36)}$  | e) $\sqrt{(+100)}$ |
| f) $\sqrt{(-100)}$ | g) $\sqrt{(-169)}$ | h) $\sqrt{(+400)}$ | i) $\sqrt{(-900)}$ |                    |
| a) $\pm 1$         | b) No existe.      | c) $\pm 5$         | d) No existe.      | e) $\pm 10$        |
| f) No existe.      | g) No existe.      | h) $\pm 20$        | i) No existe.      |                    |

#### 2 Reflexiona y calcula, si existen.

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$  | b) $\sqrt[3]{-27}$ | c) $\sqrt[4]{16}$  |
| d) $\sqrt[4]{-16}$ | e) $\sqrt[5]{32}$  | f) $\sqrt[4]{-32}$ |
| g) $\sqrt[7]{-1}$  | h) $\sqrt[8]{-1}$  | i) $\sqrt[6]{+64}$ |
| a) 3               | b) -3              | c) $\pm 2$         |
| d) No existe.      | e) 2               | f) No existe.      |
| g) -1              | h) No existe.      | i) $\pm 2$         |

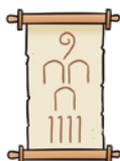
Página 26

### EJERCICIOS Y PROBLEMAS

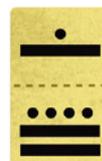
#### Sistemas de numeración

#### 1 Observa un número escrito en dos sistemas de numeración diferente:

Sistema de numeración egipcio.



Sistema de numeración maya.



a) Explica el significado de los signos en cada caso.

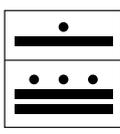
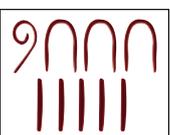
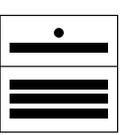
b) Escribe en ambos sistemas el número anterior y el posterior.

a)  $\text{𐦢} = 100 \text{ unidades}$   $\text{𐦎} = 10 \text{ unidades}$   $| = 1 \text{ unidad}$

Egipcio  El número es  $100 + 30 + 4 = 134$

Maya  $\bullet = 1 \text{ unidad}$   $\text{—} = 5 \text{ unidades}$   
  $20 \cdot (5 + 1)$   
 $5 \cdot 2 + 4$  El número es  $120 + 14 = 134$

b)

	Egipcio	Maya
133 →		
	Egipcio	Maya
135 →		

2  En la siguiente serie puedes ver los diez primeros números naturales, escritos en el sistema binario (solo utiliza los signos 1 y 0):

0 - 1 - 10 - 11 - 100 - 101 - 110 - 111 - 1000 - 1001

Escribe los diez siguientes.

1010 - 1011 - 1100 - 1101 - 1110 - 1111 - 10000 - 10001 - 10010 - 10011

3  Copia, calcula y completa.

a) 23 min 45 s → ... s

b) 1 h 13 min 27 s → ... s

c) 587 min → ... h ... min

d) 6542 s → ... h ... min ... s

a) 1 425 s

b) 4 407 s

c) 9 h 47 min

d) 1 h 49 min 2 s

### Múltiplos y divisores

4  Responde y justifica tu respuesta.

a) ¿Es 132 múltiplo de 11?

b) ¿Es 11 divisor de 132?

c) ¿Es 574 múltiplo de 14?

d) ¿Es 27 divisor de 1 542?

a) Sí,  $132 = 12 \cdot 11$

b) Sí,  $132 : 11 = 12$

c) Sí,  $574 = 41 \cdot 14$

d) No,  $1\ 542 = 57 \cdot 27 + 3 \rightarrow$  división con resto

5  Calcula.

a) Los cinco primeros múltiplos de 10.

b) Los cinco primeros múltiplos de 31.

c) Todos los divisores de 23.

d) Todos los divisores de 32.

a) 10, 20, 30, 40 y 50

b) 31, 62, 93, 124 y 155

c) 1 y 23

d) 1, 2, 4, 8, 16 y 32

6  Copia estos números y selecciona:

66	71	90	103	105
156	220	315	421	825
1 000	2 007	4 829	5 511	6 005

a) Los múltiplos de 2.

b) Los múltiplos de 3.

c) Los múltiplos de 5.

d) Los múltiplos de 11.

a) 66, 90, 156, 220, 1 000

b) 66, 90, 105, 156, 315, 825, 2 007, 5 511

c) 90, 105, 220, 315, 825, 1 000, 6 005

d) 66, 220, 4 829, 5 511

## Números primos y compuestos

7  Escribe.

- Los diez primeros números primos.
- Los números primos comprendidos entre 50 y 60.
- Los números primos comprendidos entre 80 y 100.
- Los tres primeros primos mayores que 100.

- a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29                      b) 53 y 59  
c) 83, 89 y 97    d) 101, 103 y 107

8  Copia y completa para descomponer los siguientes números en factores primos.

$\begin{array}{r l} 1 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & 0 & & 2 \\ \square & \square & \square & & 2 \\ \square & \square & \square & & \square \\ & \square & \square & & \square \\ & & \square & & \square \\ & & & & \square \\ & & & & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1 & 4 & 8 & 5 & \square \\ \square & \square & \square & & \square \\ \square & \square & \square & & \square \\ & \square & \square & & \square \\ & \square & \square & & 11 \\ & & \square & & \square \end{array}$
---	--

$1400 = 2^{\square} \cdot \square^{\square} \cdot \square$                        $1485 = \square^{\square} \cdot \square \cdot 11$

$\begin{array}{r l} 1 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & 0 & & 2 \\ 3 & 5 & 0 & & 2 \\ 1 & 7 & 5 & & 5 \\ & 3 & 5 & & 5 \\ & & 7 & & 7 \\ & & & & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1 & 4 & 8 & 5 & 3 \\ 4 & 9 & 5 & & 3 \\ 1 & 6 & 5 & & 3 \\ & 5 & 5 & & 5 \\ & 1 & 1 & & 1 & 1 \\ & & 1 & & & \end{array}$
--	---

$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$                        $1485 = 3^3 \cdot 5 \cdot 11$

9  Descompón en el máximo número de factores.

- |                                |                                   |                                    |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) 378                         | b) 1144                           | c) 1872                            |
| a) $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$ | b) $1144 = 2^3 \cdot 11 \cdot 13$ | c) $1872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13$ |

## Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

10  Calcula mentalmente.

- |                            |                            |                             |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) mín. c. m. (2, 3)       | b) mín. c. m. (6, 9)       | c) mín. c. m. (4, 10)       |
| d) mín. c. m. (6, 10)      | e) mín. c. m. (6, 12)      | f) mín. c. m. (12, 18)      |
| a) mín. c. m. (2, 3) = 6   | b) mín. c. m. (6, 9) = 18  | c) mín. c. m. (4, 10) = 20  |
| d) mín. c. m. (6, 10) = 30 | e) mín. c. m. (6, 12) = 12 | f) mín. c. m. (12, 18) = 36 |

11  Calcula.

- |                         |                           |                           |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) mín. c. m. (12, 15)  | b) mín. c. m. (24, 60)    | c) mín. c. m. (48, 54)    |
| d) mín. c. m. (90, 150) | e) mín. c. m. (6, 10, 15) | f) mín. c. m. (8, 12, 18) |
| a) 60                   | c) 432                    | e) 30                     |
| b) 120                  | d) 450                    | f) 72                     |

**12**  **Calcula mentalmente.**

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) máx. c. d. (4, 8)   | b) máx. c. d. (6, 9)   | c) máx. c. d. (10, 15) |
| d) máx. c. d. (12, 16) | e) máx. c. d. (16, 24) | f) máx. c. d. (18, 24) |
| a) 4                   | b) 3                   | c) 5                   |
| d) 4                   | e) 8                   | f) 6                   |

**13**  **Calcula.**

- |                          |                           |                             |
|--------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) máx. c. d. (36, 45)   | b) máx. c. d. (48, 72)    | c) máx. c. d. (105, 120)    |
| d) máx. c. d. (135, 180) | e) máx. c. d. (8, 12, 16) | f) máx. c. d. (45, 60, 105) |
| a) 9                     | b) 24                     | c) 15                       |
| d) 45                    | e) 4                      | f) 15                       |

**Página 27**

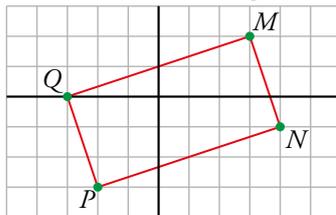
**Los números enteros**

**14**  **Ordena de menor a mayor.**

$$-6, +8, -16, -3, +12, -7, +4, +15, -11$$

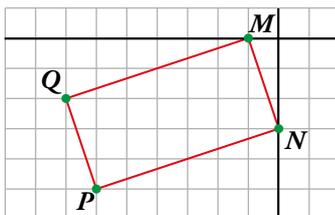
$$-16 < -11 < -7 < -6 < -3 < +4 < +8 < +12 < +15$$

**15**  **Escribe las coordenadas de los vértices de este rectángulo.**



$$P = (-2, -3) \quad Q = (-3, 0) \quad M = (3, 2) \quad N = (4, -1)$$

**16**  **Dibuja un rectángulo igual que el anterior, con el vértice  $M$  en el punto  $(-1, 0)$ , y escribe las coordenadas de los otros tres.**



$$N = (0, -3) \quad P = (-6, -5) \quad Q = (-7, -2)$$

**Suma y resta de números enteros**

**17**  **Calcula.**

- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $5 - 8 - 4 + 3 - 6 + 9$        | b) $10 - 11 + 7 - 13 + 15 - 6$     |
| c) $9 - 2 - 7 - 11 + 3 + 18 - 10$ | d) $-7 - 15 + 8 + 10 - 9 - 6 + 11$ |
| a) -1                             | b) 2                               |
| c) 0                              | d) -8                              |

**18**  **Opera.**

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| a) $8 - [(6 - 9) - (7 - 13)]$             | b) $(6 - 15) - [1 - (1 - 5 - 4)]$     |
| c) $(2 - 12 + 7) - [(4 - 10) - (5 - 15)]$ | d) $[9 - (5 - 17)] - [11 - (6 - 13)]$ |
| a) 5                                      | b) -18                                |
| c) -7                                     | d) 3                                  |

## Multiplicación y división de números enteros

**19**  Opera aplicando la regla de los signos.

- |                       |                   |                      |                     |
|-----------------------|-------------------|----------------------|---------------------|
| a) $(-4) \cdot (+7)$  | b) $(-21) : (+3)$ | c) $(-6) \cdot (-8)$ | d) $(+30) : (+5)$   |
| e) $(+10) \cdot (+5)$ | f) $(-63) : (-9)$ | g) $(-9) \cdot (-5)$ | h) $(+112) : (-14)$ |
| a) $-28$              | b) $-7$           | c) $+48$             | d) $+6$             |
| e) $+50$              | f) $+7$           | g) $+45$             | h) $-8$             |

**20**  Calcula.

- |                                   |                                       |      |      |          |      |      |      |
|-----------------------------------|---------------------------------------|------|------|----------|------|------|------|
| a) $(-2) \cdot [(+3) \cdot (-2)]$ | b) $[(+5) \cdot (-3)] \cdot (+2)$     |      |      |          |      |      |      |
| c) $(+6) : [(-30) : (-15)]$       | d) $[(+40) : (-4)] : (-5)$            |      |      |          |      |      |      |
| e) $(-5) \cdot [(-18) : (-6)]$    | f) $[(-8) \cdot (+3)] : (-4)$         |      |      |          |      |      |      |
| g) $[(-21) : 7] \cdot [8 : (-4)]$ | h) $[6 \cdot (-10)] : [(-5) \cdot 6]$ |      |      |          |      |      |      |
| a) 12                             | b) $-30$                              | c) 3 | d) 2 | e) $-15$ | f) 6 | g) 6 | h) 2 |

## Operaciones combinadas con números enteros

**21**  Calcula.

- |                            |                                      |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $5 - 4 \cdot 3$         | b) $2 \cdot 9 - 7$                   | c) $4 \cdot 5 - 6 \cdot 3$           |
| d) $2 \cdot 8 - 4 \cdot 5$ | e) $16 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 - 19$ | f) $5 \cdot 6 - 21 - 3 \cdot 7 + 12$ |
| a) $-7$                    | b) 11                                | c) 2                                 |
| d) $-4$                    | e) $-21$                             | f) 0                                 |

**22**  Calcula y observa que el resultado varía según la posición de los paréntesis.

- |                             |                             |                               |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $17 - 6 \cdot 2$         | b) $(17 - 6) \cdot 2$       | c) $(-10) - 2 \cdot (-3)$     |
| d) $[(-10) - 2] \cdot (-3)$ | e) $(-3) \cdot (+5) + (-2)$ | f) $(-3) \cdot [(+5) + (-2)]$ |
| a) $17 - 12 = 5$            | b) $11 \cdot 2 = 22$        | c) $-10 + 6 = -4$             |
| d) $(-12) \cdot (-3) = 36$  | e) $-15 - 2 = -17$          | f) $(-3) \cdot (+3) = -9$     |

**23**  Opera.

- |  |  |
|--|--|
| a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot (11 - 7)]$   | b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (5 - 8)]$                                 |
| c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot (9 - 4)] - 13$  | d) $4 - (-2) \cdot [-8 - 3 \cdot (5 - 7)]$                             |
| e) $24 - (-3) \cdot [13 - 4 - (10 - 5)]$   | f) $6 \cdot (7 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)]$ |
| a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot 4] = 5 \cdot [11 - 16] = 5 \cdot (-5) = -25$   |  |
| b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (-3)] = (-4) \cdot [12 - 9] = (-4) \cdot 3 = -12$                                       |  |
| c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot 5] - 13 = 6 \cdot [18 - 20] - 13 = 6 \cdot (-2) - 13 = -12 - 13 = -25$                  |  |
| d) $4 + 2 \cdot [-8 - 3 \cdot (-2)] = 4 + 2 \cdot [-8 + 6] = 4 + 2 \cdot [-2] = 4 - 4 = 0$                           |  |
| e) $24 + 3 \cdot [13 - 4 - 5] = 24 + 3 \cdot 4 = 24 + 12 = 36$   |  |
| f) $6 \cdot (-4) + (-5) \cdot [5 \cdot 6 - 4 \cdot 5] = -24 - 5 \cdot [30 - 20] = -24 - 5 \cdot 10 = -24 - 50 = -74$ |  |

## Potencias de números enteros

**24**  Calcula.

- |             |             |                    |
|-------------|-------------|--------------------|
| a) $(-5)^4$ | b) $(+4)^5$ | c) $(-6)^3$        |
| d) $(+7)^3$ | e) $(-8)^2$ | f) $(-10)^7$       |
| a) 625      | b) 1024     | c) $-216$          |
| d) 343      | e) 64       | f) $-10\,000\,000$ |

**25**  **Expresa como potencia de un único número.**

- a)  $10^4 : 5^4$                       b)  $12^7 : (-4)^7$                       c)  $(-9)^6 : 3^6$   
d)  $2^6 \cdot 2^6$                       e)  $(-4)^5 \cdot (-2)^5$                       f)  $2^4 \cdot (-5)^4$

- a)  $10^4 : 5^4 = (2 \cdot 5)^4 : 5^4 = (2^4 \cdot 5^4) : 5^4 = 2^4$   
b)  $12^7 : (-4)^7 = (3 \cdot 4)^7 : (-4)^7 = (3^7 \cdot 4^7) : (-4)^7 = -3^7$   
e)  $(-9)^6 : 3^6 = 3^{12} : 3^6 = 3^6$   
d)  $2^6 \cdot 2^6 = 2^{12}$   
e)  $(-4)^5 \cdot (-2)^5 = -(4^5) \cdot (-2)^5 = 4^5 \cdot 2^5 = 2^{10} \cdot 2^5 = 2^{15}$   
f)  $2^4 \cdot (-5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$

**26**  **Reduce a una sola potencia.**

- a)  $(x^2)^5$                       b)  $(m^4)^3$                       c)  $[a^{10} : a^6]^2$   
d)  $(a \cdot a^3)^3$                       e)  $(x^5 : x^2) \cdot x^4$                       f)  $(x^6 \cdot x^4) : x^7$   
a)  $(x^2)^5 = x^{10}$                       b)  $(m^4)^3 = m^{12}$                       c)  $[a^{10} : a^6]^2 = a^8$   
d)  $(a \cdot a^3)^3 = a^{12}$                       e)  $(x^5 : x^2) \cdot x^4 = x^7$                       f)  $(x^6 \cdot x^4) : x^7 = x^3$

**Raíz cuadrada de números enteros**

**27**  **Calcula.**

- a)  $\sqrt{49}$                       b)  $\sqrt{7^2}$                       c)  $\sqrt{-49}$   
d)  $\sqrt{15^2}$                       e)  $\sqrt{225}$                       f)  $\sqrt{-225}$   
g)  $\sqrt{2\,500}$                       h)  $\sqrt{50^2}$                       i)  $\sqrt{-2\,500}$   
a)  $\pm 7$                       b)  $\pm 7$                       c) No existe.  
d)  $\pm 15$                       e)  $\pm 15$                       f) No existe.  
g)  $\pm 50$                       h)  $\pm 50$                       i) No existe.

**28**  **Observa el ejemplo y reduce.**

- $\sqrt{x^6} = \sqrt{x^{3 \cdot 2}} = \sqrt{(x^3)^2} = x^3$
- a)  $\sqrt{(x^2)^2}$                       b)  $\sqrt{(m^3)^2}$                       c)  $\sqrt{(a^4)^2}$   
d)  $\sqrt{x^4}$                       e)  $\sqrt{m^6}$                       f)  $\sqrt{a^8}$   
a)  $\sqrt{(x^2)^2} = x^2$                       b)  $\sqrt{(m^3)^2} = m^3$                       c)  $\sqrt{(a^4)^2} = a^4$   
d)  $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$                       e)  $\sqrt{m^6} = \sqrt{(m^3)^2} = m^3$                       f)  $\sqrt{a^8} = \sqrt{(a^4)^2} = a^4$

**Página 28**

**Raíces de índice superior a dos**

**29**  **Observa el ejemplo y calcula.**

- $\sqrt[3]{-125} = -5 \rightarrow$  porque  $(-5)^3 = -125$
- a)  $\sqrt[3]{1}$                       b)  $\sqrt[3]{-1}$                       c)  $\sqrt[3]{27}$   
d)  $\sqrt[3]{-27}$                       e)  $\sqrt[3]{216}$                       f)  $\sqrt[3]{-216}$   
a)  $\sqrt[3]{1} = 1 \rightarrow$  porque  $(1)^3 = 1$                       b)  $\sqrt[3]{-1} = -1 \rightarrow$  porque  $(-1)^3 = -1$   
c)  $\sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow$  porque  $(3)^3 = 27$                       d)  $\sqrt[3]{-27} = -3 \rightarrow$  porque  $(-3)^3 = -27$   
e)  $\sqrt[3]{216} = 6 \rightarrow$  porque  $(6)^3 = 216$                       f)  $\sqrt[3]{-216} = -6 \rightarrow$  porque  $(-6)^3 = -216$

Reflexiona, decide, aplica

**30**  Marta ha comprado varios balones por 69 €. El precio de un balón era un número exacto de euros, sin decimales. ¿Cuántos balones ha comprado y cuánto costaba cada balón?

Descomponemos 69 en factores primos, para ver cuántos balones compró y cuánto pagó por cada balón:

$$69 = 3 \cdot 23$$

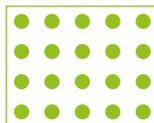
Así, Marta pudo comprar 3 balones a 23 € cada balón, o pudo comprar 23 balones a 3 € cada uno.

**31**  Una tienda de ropa pone a la venta una partida de camisetas, todas del mismo precio. El primer día vende unas cuantas por valor de 221 € y el segundo día unas pocas más por valor de 272 €. ¿Cuál crees que es el precio de una camiseta?

$$\text{máx. c. d. } (272, 221) = 17$$

El precio de una camiseta es de 17 € ya que 17 es el único divisor que tienen en común 272 y 221, a parte del 1.

**32**  Un grupo de 20 personas se pueden organizar en un número exacto de filas y columnas. Por ejemplo, cuatro filas y cinco columnas.



Sin embargo, no se puede hacer lo mismo con un grupo de 13 personas, que solo se pueden poner en una única fila.



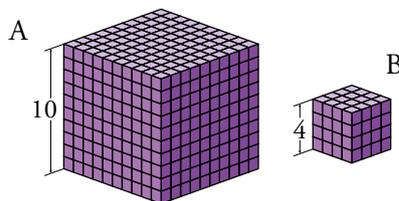
Busca todos los números comprendidos entre 150 y 170 que solo se puedan organizar en una única fila.

El problema nos está pidiendo los números primos que hay entre 150 y 170.

Estos son: 151 - 157 - 163 - 167

Interpreta, describe, exprésate

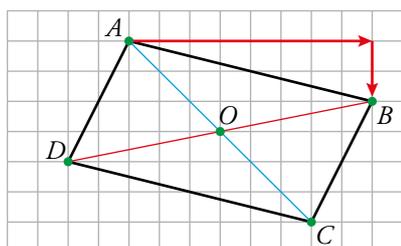
**33**  Piensa en dos cubos, uno de arista 10, y otro de arista 4, contruidos con cubitos unitarios de arista 1.



Indica cuál o cuáles de las siguientes expresiones responde a la pregunta: ¿Cuántos cubos como el B se podrían formar con los cubitos del A?

- a)  $10^4 : 4^4$       b)  $10^3 : 4^3$       c)  $(10 : 4)^4$       d)  $(10 : 4)^3$   
 b)  $10^3 : 4^3$  y d)  $(10 : 4)^3$

- 34**  En el siguiente paralelogramo definimos, con dos números enteros, el desplazamiento que nos lleva desde el punto  $A$  al punto  $B$ .



Desplazamiento desde  $A$  hasta  $B$



$[+8, -2]$

- ¿Cómo definiríamos, con el mismo código, el desplazamiento desde  $B$  hasta  $A$ ?
- ¿De qué vértice a qué vértice irías con el desplazamiento  $[-2, -4]$ ?
- Expresa, con el mismo código, los desplazamientos que llevan desde el centro  $O$  a cada uno de los vértices.
  - Desplazamiento desde  $B$  hasta  $A \rightarrow [-8, +2]$
  - Nos desplazaríamos desde  $A$  hasta  $D$  y, también, desde  $B$  hasta  $C$ .
  - Desplazamiento desde  $O$  hasta  $A \rightarrow [-3, +3]$   
 Desplazamiento desde  $O$  hasta  $B \rightarrow [+5, +1]$   
 Desplazamiento desde  $O$  hasta  $C \rightarrow [+3, -3]$   
 Desplazamiento desde  $O$  hasta  $D \rightarrow [-5, -1]$

### Resuelve problemas con números naturales

- 35**  Una compañía de danza de 156 bailarines y bailarinas hace una coreografía formando filas y columnas. Si en una fila hay 20 más que en una columna, ¿cuántas filas y cuántas columnas son?

DIVISORES DE 156	1	2	3	4	6	12
	156	78	52	39	26	13

Buscando los divisores de 156, vemos que los únicos que difieren en 20 unidades son 6 y 26, por lo que habrá 6 filas y 26 columnas.

- 36**  Los miembros de un equipo de atletismo acuerdan regalar a su entrenadora un cronómetro que cuesta 130 €. ¡Lástima que no participen los lanzadores de peso, disco y jabalina! –comenta la capitana–, siendo tres más, nos habría tocado poner 3 € menos a cada uno. ¿Cuántos son para el regalo, sabiendo que a cada uno le toca poner una cantidad entera de euros, sin céntimos?

Sabemos que el cronómetro vale 130 €.

Si  $n$  es el número de atletas, y  $a$  son los euros que pone cada atleta podemos escribir:

$$n \cdot a = 130 \rightarrow 130 : n = a$$

Es decir, que queremos encontrar dos divisores de 130 que multiplicados den 130.

$$130 = 130 \cdot 1 = 65 \cdot 2 = 26 \cdot 5 = 13 \cdot 10$$

De entre todas las parejas de divisores tenemos que escoger una, y sabemos que si fueran 3 más pagarían 3 euros menos.

Por tanto:

Son 10 y pagarán 13 € cada uno.

Si fueran 13, pagarían 10 € cada uno.

- 37**  Se apilan, en una torre, cubos de 30 cm de arista y, al lado, en otra torre, cubos de 36 cm de arista. ¿A qué altura coinciden las cimas de ambas torres?

$$\text{mín. c. m. } (30, 36) = 180$$

Las cimas de las torres coincidirán a una altura de 180 cm.

- 38**  Se desea dividir un terreno rectangular, de 100 m de ancho por 120 m de largo, en parcelas cuadradas lo más grandes posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela?

$$\text{máx. c. d. } (100, 120) = 20$$

El lado de cada parcela debe medir 20 m.

- 39**  Un rollo de cable mide más de 150 m y menos de 200 m. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 m y también en trozos de 18 m sin desperdiciar nada?

$$\text{mín. c. m. } (15, 18) = 90 \rightarrow \text{El primer múltiplo de 90 comprendido entre 150 y 200 es 180.}$$

La longitud del rollo es de 180 m.

- 40**  Julia ha formado el cuadrado más pequeño posible uniendo piezas rectangulares de cartulina, de 12 cm por 18 cm. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado? ¿Cuántas piezas ha empleado?

$$\text{mín. c. m. } (12, 18) = 36$$

$$(36 \text{ cm}) : (12 \text{ cm}) = 3 \rightarrow \text{Cablen 3 anchos del rectángulo en el lado del cuadrado.}$$

$$(36 \text{ cm}) : (18 \text{ cm}) = 2 \rightarrow \text{Cablen 2 largos del rectángulo en el lado del cuadrado.}$$

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ piezas.}$$

El lado del cuadrado mide 36 cm y se han empleado 6 piezas.

## Página 29

- 41**  En un horno se han fabricado 2 400 magdalenas y 2 640 mantecados, que se desean comercializar en bolsas con el mismo número de unidades y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas magdalenas o cuántos mantecados se pueden poner en cada bolsa, teniendo en cuenta que el número debe ser superior a 15 e inferior a 30?

$$2400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$2640 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

Los divisores comunes de 2 400 y 2 640 que son mayores que 15 y menores que 30 son:

$$2^4 = 16 \quad 2^3 \cdot 3 = 24 \quad 2^2 \cdot 5 = 20$$

Se pueden poner 16, 20 o 24 unidades en cada bolsa.

- 42**  Se han apilado tablones de un grosor de 50 mm y al lado otros tablones de 65 mm. ¿Cuántas tablas van en cada pila si la segunda, con una tabla menos, es un poco más alta?

$$2 \cdot 50 = 100$$

$$1 \cdot 65 = 65$$

$$3 \cdot 50 = 150$$

$$2 \cdot 65 = 130$$

$$4 \cdot 50 = 200$$

$$3 \cdot 65 = 195$$

$$5 \cdot 50 = 250$$

$$4 \cdot 65 = 260$$

Debemos apilar 5 tablones de 50 mm y 4 tablones de 65 mm. Entonces la segunda pila medirá 10 mm más que la primera.

### Resuelve problemas con números enteros

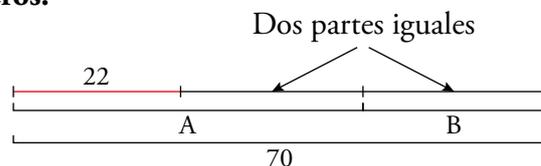
**43**  La suma de dos números enteros es menos cinco ( $-5$ ) y su diferencia diecinueve ( $+19$ ).

¿Cuáles son esos números?

Problema resuelto.

**44**  La suma de dos números enteros es  $-22$ , y la suma de sus valores absolutos,  $70$ .

¿Cuáles son esos números?



$$70 - 22 = 48 \text{ y } 48 : 2 = 24$$

$$B = 24 \text{ y } A = -(24 + 22) = -46$$

Los dos números son  $24$  y  $-46$ .

**45**  Si escribes todos los números enteros desde  $-50$  hasta  $+50$ , ¿cuántas veces habrás utilizado la cifra  $7$ ? ¿Y la cifra  $5$ ? ¿Y la cifra  $3$ ?

– La cifra  $7$  se ha utilizado  $10$  veces.

– La cifra  $5$  se ha utilizado  $12$  veces.

– La cifra  $3$  se ha utilizado  $30$  veces.

### Problemas «+»

**46**  En el obrador de bollería han horneado magdalenas. Las empaquetan en bolsas de media docena y sobran dos.

Si las hubieran empaquetado en bolsas de  $5$ , habrían sobrado tres, y si las bolsas hubieran sido de  $8$ , habrían quedado justas.

Sabiendo que han llenado poco más de  $40$  bolsas, ¿cuántas magdalenas han salido del horno?

Sabemos que, si las empaquetan con media docena de magdalenas en cada bolsa sobran  $2$ , entonces:

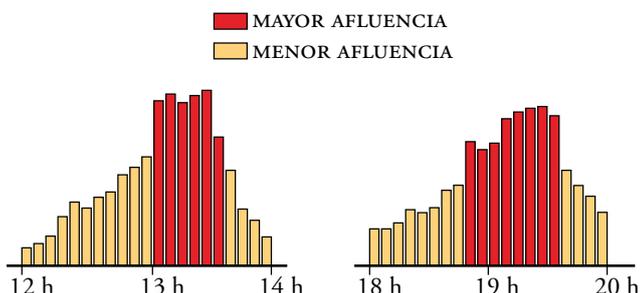
$$40 \cdot 6 + 2 = 242$$

Probando con los siguientes números hasta encontrar el que cumpla todas las condiciones expuestas en el problema encontramos el  $248$ , que es múltiplo de  $8$ , si le quitamos  $3$  ( $245$ ) es múltiplo de  $5$  y, si le quitamos  $2$  ( $246$ ) es múltiplo de  $6$ .

Entonces, se han llenado  $41$  bolsas con  $6$  magdalenas y han sobrado  $2$ .

Del horno han salido  $248$  magdalenas.

**47**  Un museo decide editar un vídeo para pasarlo de forma ininterrumpida en los tramos horarios de mayor afluencia de visitantes.



**¿Cuál es la máxima duración que puede tener cada pase, para que las sucesivas repeticiones ocupen exactamente los tramos de mayor afluencia, tanto en el horario de la mañana como en el de la tarde?**

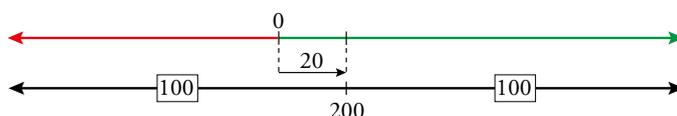
El tramo horario de máxima audiencia de la mañana va de las 13 h a las 13:36 h, y dura 36 minutos.

El tramo horario de máxima audiencia de la tarde va de las 18:48 h a las 19:36 h, y dura 48 minutos.

máx. c. d.  $(36, 48) = 12$

Por tanto, debe durar 12 minutos.

**48**  **Tengo dos cuentas en el mismo banco. En la primera hay 200 € más que en la segunda, pero si pasara dinero de una a la otra, dejándolas igualadas, cada una quedaría con 20 €. ¿Cuánto hay en cada cuenta?**



Sabemos que, una vez igualado el saldo de las dos cuentas, ambas tendrán 20 €. Así el saldo de las dos cuentas sumadas será 40 €.

Eso nos indica que la segunda cuenta está en números rojos antes de pasar dinero de una a otra.

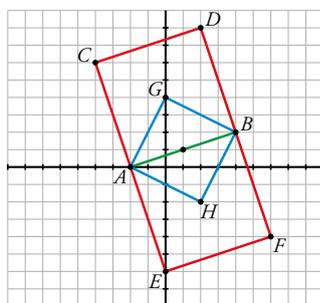
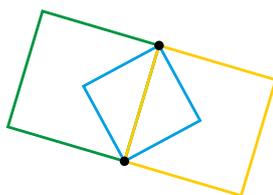
Como en la primera cuenta hay 200 € más que en la segunda cuenta, pasaremos 100 € de una a la otra y las dos quedarán con 20 €.

Es decir, la primera cuenta había  $20 € + 100 € = 120 €$  y en la segunda cuenta había  $20 € - 100 € = -80 €$ .

**49**   **Dibuja unos ejes de coordenadas y los puntos  $A(-2, 0)$  y  $B(4, 2)$ .**

**Traza todos los cuadrados que tienen dos vértices en esos puntos (son tres distintos).**

**Por último, escribe las coordenadas de los vértices de cada uno de esos cuadrados.**



$C(-4, 6)$

$D(2, 8)$

$E(0, -6)$

$F(6, -4)$

$G(0, 4)$

$H(2, -2)$

## INVESTIGA

### Números perfectos

- **Entre 25 y 30 hay otro número perfecto. ¿Serás capaz de encontrarlo?**

Es el número 28, cuyos divisores propios son 1, 2, 4, 7 y 14.

Efectivamente,  $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ .

### Números amigos

- **El número 220 tiene un amigo. ¿Serás capaz de encontrarlo?**

El número 284 es amigo de 220.

Divisores propios de 220: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110

Divisores propios de 284: 1, 2, 4, 71 y 142

La suma de los divisores propios de 220 es 284 y la suma de los divisores propios de 284 es 220.

## ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

### No es como parece

- **Tres peregrinos se encuentran en un cruce de caminos y se sientan a comer. Uno aporta 5 tortas; otro, 4 tortas, y el tercero, que no tiene tortas, paga a sus compañeros con 9 monedas. ¿Cómo deben distribuirse las monedas?**

Se comen 9 tortas entre los tres, es decir, 3 tortas cada uno.

El peregrino que no aporta comida paga 9 monedas por las 3 tortas que se comió. Es decir, 3 monedas por cada torta.

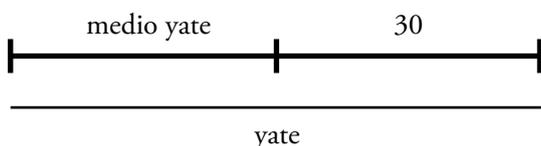
Quien puso 4 tortas se comió 3 y cedió una, por lo que debe cobrar 3 monedas.

Quien puso 5 tortas se comió 3 y cedió dos, por lo que debe cobrar 6 monedas.

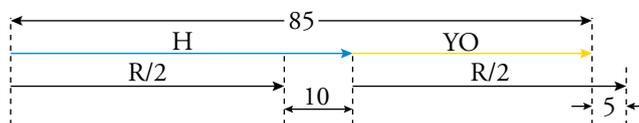
### Haz un gráfico

- **El yate que estoy viendo entrar en el puerto mide 30 metros más la mitad de su propia longitud. ¿Cuánto mide el yate?**

El yate mide 60 metros.



- **Voy con mi hermano a comprar el regalo que hemos elegido para nuestra madre. Mi hermano dice que después de poner su parte, aún le sobrarán 10 €. Yo le pido un préstamo, porque me faltan 5 € para poner la mía. ¿Cuánto cuesta el regalo, sabiendo que entre los dos tenemos 85 €?**



El regalo cuesta 80 €. Cada uno debía poner 40 €. Un hermano tenía 50 € (le sobran 10 €) y el otro 35 € (le faltaban 5 €).

## AUTOEVALUACIÓN

### 1 Escribe.

a) Los cuatro primeros múltiplos de 17.

b) Todos los divisores de 72.

a) 17, 34, 51, 68

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 y 72

### 2 Busca el primer múltiplo de 17 después de 1 000.

El resto que resulta al dividir 1 000 entre 17 es 14. Por tanto, si añadimos 3 unidades al 1 000, el número que resulte, 1 003, será múltiplo de 17.

### 3 Escribe los números primos comprendidos entre 20 y 40.

23, 29, 31 y 37

### 4 Razona si el número 143 es primo o compuesto.

143 es compuesto, ya que  $143 = 11 \cdot 13$ .

### 5 Indica cuáles de estos números son múltiplos de 2, cuáles de 3, cuáles de 5 y cuáles de 10:

897 - 765 - 990 - 2713 - 6077 - 6324 - 7005

Múltiplos de 2: 990 - 6324

Múltiplos de 5: 765 - 990 - 7005

Múltiplos de 3: 897 - 765 - 990 - 6324 - 7005

Múltiplos de 10: 990

### 6 Descompón en factores primos los números 150 y 225.

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$225 = 3^2 \cdot 5^2$$

### 7 Calcula.

a) máx. c. d. (150, 225)

$$a) \text{ máx. c. d. } (150, 225) = 3 \cdot 5^2 = 75$$

b) mín. c. m. (150, 225)

$$b) \text{ mín. c. m. } (150, 225) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$$

### 8 Calcula.

a)  $6 - 11 + (9 - 13)$

c)  $(7 - 15) - (6 - 2)$

$$a) 6 - 11 + (9 - 13) = 6 - 11 + (-4) = -5 - 4 = -9$$

$$c) (7 - 15) - (6 - 2) = (-8) - (4) = -12$$

b)  $2 - (5 - 8)$

d)  $5 - [2 - (3 - 2)]$

$$b) 2 - (5 - 8) = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

$$d) 5 - [2 - (3 - 2)] = 5 - [2 - 1] = 5 - 1 = 4$$

### 9 Calcula.

a)  $4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3)$

b)  $(10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)]$

c)  $10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)]$

$$a) 4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3) = 20 + 6 - 40 + 12 = 38 - 40 = -2$$

$$b) (10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)] = (10 - 18) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (-3)] = -8 - 2 \cdot [5 - 9] = -8 - 2 \cdot [-4] = -8 + 8 = 0$$

$$c) 10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)] = 10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (0)] = 10 - 10 \cdot (-6) = 10 + 60 = 70$$

**10 Reduce a una sola potencia.**

a)  $a^3 : b^3$

b)  $a^5 : b^5$

c)  $a^4 \cdot a^2$

d)  $x^6 \cdot x^4$

e)  $(x^3)^3$

f)  $(-5)^7 : (-5)^5$

a)  $a^3 : b^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^3$

b)  $a^5 : b^5 = \left(\frac{a}{b}\right)^5$

c)  $a^4 \cdot a^2 = a^6$

d)  $x^6 \cdot x^4 = x^{10}$

e)  $(x^3)^3 = x^9$

f)  $(-5)^7 : (-5)^5 = (-5)^2 = 5^2$

**11 Opera y calcula.**

a)  $10^4 : (5^3 \cdot 2^3)$

b)  $(-15)^6 : [(-5)^4 \cdot 3^4]$

c)  $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 6^5$

d)  $[(-5)^9 \cdot 4^9] : 20^6$

a)  $10^4 : (5^3 \cdot 2^3) = 10^4 : 10^3 = 10$

b)  $(-15)^6 : [(-5)^4 \cdot 3^4] = 15^6 : [15^4] = 15^2 = 225$

c)  $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 6^5 = 18^5 : 6^5 = 3^5 = 243$

**12 Calcula, si existen, estas raíces:**

a)  $\sqrt{(+9)}$

b)  $\sqrt{(-100)}$

c)  $\sqrt{(-2)^2}$

d)  $\sqrt[3]{-8}$

e)  $\sqrt[4]{-16}$

f)  $\sqrt[3]{(+5)^3}$

a)  $\pm 3$

b) No existe.

c)  $\pm 2$

d)  $-2$

e) No existe.

f)  $+5$

**13 Se desea poner un rodapié en dos de las paredes de una habitación rectangular de 420 cm × 540 cm. Para no tener que cortar, se van a encargar en la carpintería tramos de listón, todos iguales y lo más largos posible, que encajen en número exacto en ambas paredes. ¿Cuánto debe medir cada uno de los trozos a encargar en la carpintería?**

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

máx. c. d. (420, 540) =  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Cada trozo debe medir 60 cm.

**14 En una fábrica se oye el escape de una válvula de gas cada 45 segundos, y el golpe de un martillo pilón cada 60 segundos. Si se acaban de oír ambos sonidos simultáneamente, ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?**

$45 = 3^2 \cdot 5$

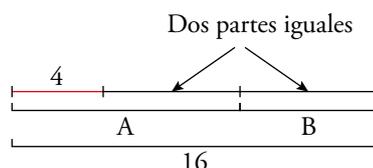
$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

mín. c. m. (45, 60) =  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

Tardarán 180 segundos = 3 minutos en coincidir de nuevo.

**15 La suma de dos números enteros es 4, y la suma de sus valores absolutos, 16. ¿Qué números son?**

Llamamos A y B a los números enteros. Con los datos que nos da el enunciado elaboramos el siguiente gráfico:



$16 + 4 = 20$  y  $20 : 2 = 10$

$B = 10$  y  $A = -(10 - 4) = -6$

Los dos números son 10 y  $-6$ .