

5 PORCENTAJES

Página 94

Resuelve con lo que sabes

1 En cierta población de la antigua Persia, por cada 12 cestos de cereal obtenidos en su cosecha, un agricultor debía pagar uno al templo y dos al Estado.

a) ¿Qué fracción de la cosecha había que entregar en total?

b) El que cosechó 30 sacos de trigo, ¿cuántos sacos entregó al templo? ¿Y al Estado?

a) Había que entregar $\frac{3}{12}$ del total.

b) Templo: $\frac{1}{12}$ de 30 = $\frac{5}{2}$ → Entregó dos cestos y medio al templo.

Estado: $\frac{2}{12}$ de 30 = 5 → Entregó cinco cestos al Estado.

2 En otra población, de cada 10 cestos cosechados, se pagaba uno al templo y dos al Estado.

a) ¿Cuánto se pagarían por una cosecha de 30 cestos de mijo? ¿Y por otra cosecha de 100 cestos de centeno?

b) Seguramente te habrá resultado más fácil resolver este ejercicio que el anterior. ¿Sabrías decir por qué?

a) Por 30 cestos pagarían tres al templo y seis al Estado. Por 100 cestos pagarían diez al templo y 20 al Estado.

b) Porque es más fácil contar en base 10 que en base 12. Los resultados aquí han sido exactos.

Precedentes en la antigua Roma

3 Atendiendo al impuesto del emperador Augusto, ¿cuánto tributaría en una subasta una puja ganadora de 200 monedas?

Tributaría dos monedas.

4 ¿Cuánto tributaría una compra en subasta por un importe de 50 monedas? ¿Y por una compra de 250 monedas?

Por 50 monedas no tributaría y por 250 monedas tributaría dos monedas.

Página 95

Empieza a manejar porcentajes

5 Joanna tenía ahorrados 300 € y ha gastado 60 € en unas zapatillas de deporte. ¿Qué tanto por ciento de sus ahorros ha gastado?

$$\frac{60}{300} = \frac{20}{100}$$

Ha gastado el 20 por ciento de sus ahorros.



6 Paloma ha comprado un robot aspirador de 450 € rebajado un 20 %.

a) ¿Cuánto le han rebajado?

b) ¿Cuánto le han cobrado?

a) Si de cada 100 euros la rebaja es 20 euros, de 450 la rebaja es cuatro veces y media 20, que son $20 \cdot 4,5 = 90$ euros.

b) Le han cobrado $450 - 90 = 360$ euros.

7 En un rebaño de 50 cabezas, hay 15 ovejas negras, y el resto, blancas. ¿Cuál es el porcentaje de ovejas negras? ¿Y el de ovejas blancas?

$\frac{15}{50}$ son negras $\rightarrow \frac{30}{100}$ son negras \rightarrow El 30 % son negras.

Por tanto, el 70 % son blancas.

8 En un cine hay 20 filas de 10 butacas. He llegado un poco pronto y, mientras esperaba que comenzara la película, he contado 79 butacas ocupadas. ¿Qué tanto por ciento del cine estaba ocupado, aproximadamente, en ese momento?

En el cine hay 200 butacas, de las que casi 80 están ocupadas. De cada 100, 40 están ocupadas. Se ha ocupado, aproximadamente, un 40 % de las butacas.

9 Un camión inicia un viaje de 450 km y para a repostar cuando lleva recorrido un 10 % del trayecto. ¿Cuánto lleva recorrido?

10% de 450 = 45

Lleva recorridos 45 km.

10 Según la factura del agua, este mes, en casa de Juanma, han gastado 5,5 metros cúbicos de agua, que es un 10 % más que el mes pasado. ¿Cuánto gastaron el mes pasado?

10% de 5,5 = 0,55

$5,5 - 0,55 = 4,95$

El mes pasado gastaron, aproximadamente, 5 metros cúbicos.

1 ▶ PORCENTAJES. CONCEPTO

Página 97

Para fijar ideas

1 Copia y completa las tablas.

6%	100	200	300	400	50	450
	6					

40%	100	200	300	10	5	15
	40					

6%	100	200	300	400	50	450
	6	12	18	24	3	27

40%	100	200	300	10	5	15
	40	80	120	4	2	6

2 Copia y completa cada uno de los esquemas en los que se calculan porcentajes recurriendo a una regla de tres.

a) Calcula el 15% de 400.

$$\begin{array}{l} \text{TOTAL} \qquad \text{PARTE} \\ 100 \longrightarrow 15 \\ 400 \longrightarrow x \end{array} \left\} \frac{100}{400} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{400 \cdot \dots}{\dots} \rightarrow 15\% \text{ de } 400 = \dots$$

$$\begin{array}{l} \text{TOTAL} \qquad \text{PARTE} \\ 100 \longrightarrow 15 \\ 400 \longrightarrow x \end{array} \left\} \frac{100}{400} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{400 \cdot 15}{100} \rightarrow 15\% \text{ de } 400 = 60$$

b) Calcula el 24% de 675.

$$\begin{array}{l} \text{TOTAL} \qquad \text{PARTE} \\ 100 \longrightarrow 24 \\ 675 \longrightarrow x \end{array} \left\} \frac{100}{\dots} = \frac{\dots}{x}$$

$$x = \frac{\dots \cdot \dots}{100} \rightarrow 24\% \text{ de } 675 = \dots$$

$$\begin{array}{l} \text{TOTAL} \qquad \text{PARTE} \\ 100 \longrightarrow 24 \\ 675 \longrightarrow x \end{array} \left\} \frac{100}{675} = \frac{24}{x}$$

$$x = \frac{675 \cdot 24}{100} \rightarrow 24\% \text{ de } 675 = 162$$

3 Copia y completa tomando cada porcentaje como la fracción de una cantidad.

a) 65% de 340 $\rightarrow \frac{\dots}{100}$ de 340 = $\frac{\dots \cdot 340}{100}$ = ...

65% de 340 = ...

b) 5% de 720 $\rightarrow \frac{\dots}{\dots}$ de 720 = $\frac{\dots \cdot \dots}{\dots}$ = ...

5% de 720 = ...

a) 65% de 340 $\rightarrow \frac{65}{100}$ de 340 = $\frac{65 \cdot 340}{100}$ = 221

65% de 340 = 221

b) 5% de 720 $\rightarrow \frac{5}{100}$ de 720 = $\frac{5 \cdot 720}{100}$ = 36

5% de 720 = 36

4 Copia y completa asociando cada porcentaje a un número decimal.

a) 45% de 980 $\rightarrow 0,45 \cdot \dots = \dots$

b) 8% de 90 $\rightarrow 0,08 \cdot \dots = \dots$

c) 110% de 250 $\rightarrow 1,10 \cdot \dots = \dots$

d) 18% de 75 $\rightarrow 0,\dots \cdot 75 = \dots$

e) 6% de 25 $\rightarrow \dots \cdot 25 = \dots$

f) 125% de 40 $\rightarrow \dots \cdot 40 = \dots$

a) 45% de 980 $\rightarrow 0,45 \cdot 980 = 441$

b) 8% de 90 $\rightarrow 0,08 \cdot 90 = 7,2$

c) 110% de 250 $\rightarrow 1,10 \cdot 250 = 275$

d) 18% de 75 $\rightarrow 0,18 \cdot 75 = 13,5$

e) 6% de 25 $\rightarrow 0,06 \cdot 25 = 1,5$

f) 125% de 40 $\rightarrow 1,25 \cdot 40 = 50$

Para practicar

1 Calcula mentalmente.

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) 20 % de 200 | b) 15 % de 200 | c) 10 % de 200 |
| d) 8 % de 200 | e) 60 % de 50 | f) 30 % de 50 |
| g) 12 % de 50 | h) 8 % de 50 | i) 2 % de 50 |
| a) 40 | b) 30 | c) 20 |
| d) 16 | e) 30 | f) 15 |
| g) 6 | h) 4 | i) 1 |

2 Calcula.

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 12 % de 750 | b) 35 % de 240 | c) 85 % de 360 |
| d) 14 % de 650 | e) 2,5 % de 20 | f) 95 % de 20 |
| g) 150 % de 40 | h) 115 % de 200 | i) 200 % de 10 |
| a) 90 | b) 84 | c) 306 |
| d) 91 | e) 0,5 | f) 19 |
| g) 60 | h) 230 | i) 20 |

3 Copia y completa en tu cuaderno, asociando cada porcentaje con un número decimal.

PORCENTAJE	35 %	24 %		8 %		95 %	120 %	
EXPRESIÓN DECIMAL	0,35		0,52		0,03			1,50

PORCENTAJE	35 %	24 %	52 %	8 %	3 %	95 %	120 %	150 %
EXPRESIÓN DECIMAL	0,35	0,24	0,52	0,08	0,03	0,95	1,20	1,50

4 El 62 % de los cargos directivos de una empresa metalúrgica son varones. ¿Qué porcentaje son mujeres?

El 38 % son mujeres.

5 Unos grandes almacenes anuncian rebajas del 15%. Al comprar un producto rebajado, ¿qué porcentaje se paga?

Se paga el 85 % del precio.

6 Una biblioteca pública adquiere 260 nuevos libros de los que el 25 % son novelas. ¿Cuántas novelas se han adquirido?

$$25 \% \text{ de } 260 = \frac{1}{4} \text{ de } 260 = \frac{260}{4} = 65$$

Se han adquirido 65 novelas.

7 **ODS** Meta 11.c. En una aldea de 875 habitantes solo queda un 12 % de jóvenes. ¿Cuántos jóvenes viven en la aldea?

$$12 \% \text{ de } 875 = \frac{12 \cdot 875}{100} = 105$$

Viven 105 jóvenes.

8 En clase somos treinta y el 90 % hemos aprobado el examen de Matemáticas. ¿Cuántos hemos aprobado?

$$90\% \text{ de } 30 = \frac{90 \cdot 30}{100} = 27$$

Hemos aprobado 27.

9 En un país de quince millones de habitantes el 8 % son inmigrantes extranjeros. ¿Cuántos inmigrantes alberga?

$$8\% \text{ de } 15 = \frac{8 \cdot 15}{100} = 1,2$$

Alberga 1,2 millones de inmigrantes.

10 Un avión transporta 425 viajeros. El 52 % son europeos; el 28 %, americanos; el 12 %, africanos, y el resto, asiáticos. ¿Cuál es el porcentaje de asiáticos? ¿Cuántos asiáticos viajan en el avión?

$$100 - 52 - 28 - 12 = 8 \rightarrow 8\% \text{ asiáticos}$$

$$8\% \text{ de } 425 = \frac{8 \cdot 425}{100} = 34$$

El 8 % de los viajeros son asiáticos. Viajan 34 asiáticos.

Página 98

Para practicar

11 Calcula en el orden en que aparecen siguiendo estrategias similares a la del ejemplo.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ 10 \% de } 160 = 16 \\ \bullet \text{ 5 \% de } 160 = 8 \end{array} \right\} \rightarrow 15\% \text{ de } 160 = 16 + 8 = 24$$

a) 10 % de 60

5 % de 60

15 % de 60

c) 10 % de 400

5 % de 400

15 % de 400

e) 50 % de 60

5 % de 60

45 % de 60

a) $10\% \text{ de } 60 = 6$

$5\% \text{ de } 60 = 3$

$15\% \text{ de } 60 = 6 + 3 = 9$

c) $10\% \text{ de } 400 = 40$

$5\% \text{ de } 400 = 20$

$15\% \text{ de } 400 = 40 + 20 = 60$

e) $50\% \text{ de } 60 = 30$

$5\% \text{ de } 60 = 3$

$45\% \text{ de } 60 = 30 - 3 = 27$

b) 10 % de 140

5 % de 140

15 % de 140

d) 10 % de 40

20 % de 40

30 % de 40

f) 10 % de 80

25 % de 80

35 % de 80

b) $10\% \text{ de } 140 = 14$

$5\% \text{ de } 140 = 7$

$15\% \text{ de } 140 = 14 + 7 = 21$

d) $10\% \text{ de } 40 = 4$

$20\% \text{ de } 40 = 8$

$30\% \text{ de } 40 = 4 + 8 = 12$

f) $10\% \text{ de } 80 = 8$

$25\% \text{ de } 80 = 20$

$35\% \text{ de } 80 = 8 + 20 = 28$

12 Calcula mentalmente.

- | | | |
|----------------|----------------|---------------|
| a) 50 % de 46 | b) 50 % de 120 | c) 25 % de 40 |
| d) 75 % de 40 | e) 25 % de 24 | f) 75 % de 24 |
| g) 10 % de 460 | h) 5 % de 460 | i) 10 % de 70 |
| a) 23 | b) 60 | c) 10 |
| d) 30 | e) 6 | f) 18 |
| g) 46 | h) 23 | i) 7 |

13 Resuelve mentalmente.

- a) Paula tenía ahorrados 280 € y ha gastado el 50 % en un monopatín. ¿Cuánto costaba el monopatín?
- b) En un colegio con 280 alumnos y alumnas, el 75 % se queda al comedor. ¿Cuántos comen en el colegio?
- c) De un depósito lleno, con una capacidad de 600 litros, se ha extraído el 15 %. ¿Cuántos litros se han extraído?
- a) El monopatín costaba 140 €.
- b) En el colegio comen 210 alumnos y alumnas.
- c) Se han extraído 90 litros.

2 ▶ PROBLEMAS CON PORCENTAJES

Página 99

Para fijar ideas

1 Copia y completa resolviendo de dos formas.

En la última sesión de un cine se han ocupado 81 butacas, lo que supone el 45 % del total de la sala. ¿De cuántas butacas dispone la sala?

$$a) \begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 100 \\ x \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{PARTE} \\ 45 \\ 81 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 100 \\ x \end{array}} \right\} \frac{100}{x} = \frac{\dots}{\dots} \rightarrow x = \frac{100 \cdot \dots}{\dots} = \dots$$

Solución: La sala dispone de ... butacas.

b) El 45 % del total de las butacas (x) es 81.

45 % de $x = 81 \rightarrow 0,45 \cdot x = 81 \rightarrow x = 81 : \dots = \dots \rightarrow$ **Solución:** La sala dispone de ... butacas.

$$a) \begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 100 \\ x \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{PARTE} \\ 45 \\ 81 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 100 \\ x \end{array}} \right\} \frac{100}{x} = \frac{45}{81} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 81}{45} = 180$$

Solución: La sala dispone de 180 butacas.

$$b) 45 \% \text{ de } x = 81 \rightarrow 0,45 \cdot x = 81 \rightarrow x = 81 : 0,45 = 180$$

Solución: La sala dispone de 180 butacas.

Página 100

Para fijar ideas

2 Copia y completa resolviendo de dos formas.

En la última sesión de un cine se han ocupado 81 de las 180 butacas que tiene la sala. ¿Cuál ha sido el porcentaje de ocupación?

$$a) \begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 180 \\ \dots \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{PARTE} \\ 81 \\ x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 180 \\ \dots \end{array}} \right\} \frac{180}{\dots} = \frac{81}{x} \rightarrow x = \frac{\dots \cdot \dots}{180} = \dots$$

Solución: Se ha ocupado el ... % de la sala.

b) El porcentaje de ocupación, en forma decimal ($a : 100$), coincide con el cociente entre las butacas ocupadas y el total de butacas.

$81 : 180 = 0, \dots \rightarrow$ **Solución:** Se ha ocupado el ... % de la sala.

$$a) \begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 180 \\ 100 \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{l} \text{PARTE} \\ 81 \\ x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{TOTAL} \\ 180 \\ 100 \end{array}} \right\} \frac{180}{100} = \frac{81}{x} \rightarrow x = \frac{81 \cdot 100}{180} = 45$$

$$b) 81 : 180 = 0,45$$

Solución: Se ha ocupado el 45 % de la sala.

Para practicar

1 Resuelve mentalmente.

- a) ¿Cuál es la cantidad cuyo 50 % vale 15?
 - b) El 10 % de un número es 28. ¿Qué número es?
 - c) ¿Qué total tiene el 75 % igual a 12?
 - d) De 40 tomo 10. ¿Qué porcentaje tomo?
 - e) A 80 le quito 16. ¿Qué porcentaje he quitado?
 - f) ¿Qué tanto por ciento de 160 es igual a 8?
- a) 30 b) 280 c) 16 d) 25 % e) 20 % f) 5 %

2 De un carrete de cinta se han gastado 6 m, que son el 75 % del total. ¿Cuántos metros de cinta tenía el carrete originalmente?

$$75\% \text{ del total} = 6 \rightarrow 6 : 0,75 = 8$$

El carrete original tenía 8 metros.

3 Este año, en el mes de abril, ha llovido en 12 días. ¿Qué tanto por ciento de los días ha llovido?

$$x\% \text{ de } 30 = 12 \rightarrow x = 12 : 30 = 0,4 \rightarrow 40\%$$

Supone el 40 % de los días.

4 Rafael ha gastado el 90 % del dinero que llevaba en la compra de un jersey que le ha costado 45 €. ¿Cuánto dinero llevaba?

$$90\% \text{ del total} = 45 \rightarrow 45 : 0,9 = 50$$

Llevaba 50 €.

5 Dos de cada cinco de las ovejas de un rebaño han tenido esta primavera un corderito. ¿Qué porcentaje supone eso?

$$x\% \text{ de } 5 = 2 \rightarrow x = 2 : 5 = 0,4 \rightarrow 40\%$$

Supone el 40 %.

6 En un bidón vacío se han vertido 18 litros de aceite, ocupando el 60 % de su capacidad. ¿Cuántos litros caben en el bidón?

$$60\% \text{ del total} = 18 \rightarrow 18 : 0,6 = 30$$

Caben 30 litros.

7 En una aldea con un censo de 380 personas se contaron 266 votos en la última consulta electoral. ¿Qué tanto por ciento votó?

$$x\% \text{ de } 380 = 266 \rightarrow x = 266 : 380 = 0,7 \rightarrow 70\%$$

Votó el 70 %.

8 Un arquero deportivo, entrenando, ha acertado 24 veces en el blanco, lo que supone el 96 % del total de flechas lanzadas. ¿Cuántos disparos ha hecho en total?

$$96\% \text{ del total} = 24 \rightarrow 24 : 0,96 = 25$$

Ha hecho 25 disparos.

9 Una agricultora, debido a la sequía, ha recogido este año 14 t de cebada, lo que supone, solo, un 28 % de lo que estima como una cosecha normal. ¿Cuántas toneladas recoge en un año normal?

$$28\% \text{ del total} = 14 \rightarrow 14 : 0,28 = 50$$

En un año normal recoge 50 toneladas.

Página 101

Para fijar ideas

3 Copia y completa en tu cuaderno.

- a) Un viticultor ha recogido 216 toneladas de uva, lo que representa un 20 % más que el año pasado. ¿Cuántas toneladas recogió el año pasado?

$$\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 120 \\ x & \longrightarrow & 216 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 120 \\ x & \longrightarrow & 216 \end{array}} \right\} \frac{\dots}{x} = \frac{120}{\dots} \rightarrow x = \frac{\dots \cdot \dots}{120} = \dots$$

Solución: El año pasado recogió ... toneladas.

- b) Un viticultor recogió, el año pasado, 180 toneladas de uva, y este año, 216 toneladas. ¿En qué porcentaje ha aumentado su producción?

$$\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 180 & \longrightarrow & 216 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 180 & \longrightarrow & 216 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \frac{180}{\dots} = \frac{\dots}{x} \rightarrow x = \frac{\dots \cdot \dots}{180} = 120$$

Cada 100 toneladas del año pasado se han convertido en 120 toneladas.

Solución: La producción ha aumentado en un ... %.

a)

$$\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 120 \\ x & \longrightarrow & 216 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 120 \\ x & \longrightarrow & 216 \end{array}} \right\} \frac{100}{x} = \frac{120}{216} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 216}{120} = 180$$

Solución: El año pasado recogió 180 toneladas.

b)

$$\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 180 & \longrightarrow & 216 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{COSECHA} & & \text{COSECHA} \\ \text{PASADA} & & \text{ACTUAL} \\ \hline 180 & \longrightarrow & 216 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \frac{180}{100} = \frac{216}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 216}{180} = 120$$

Cada 100 toneladas del año pasado se han convertido en 120 toneladas.

Solución: La producción ha aumentado en un 120 %.

Página 102

Para fijar ideas

4 Copia y completa en tu cuaderno.

- a) Hemos pagado 527 € por una bicicleta rebajada un 15 %. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

$$\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 85 \\ x & \longrightarrow & 527 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ \hline 100 & \longrightarrow & 85 \\ x & \longrightarrow & 527 \end{array}} \right\} \frac{100}{x} = \frac{\dots}{\dots} \rightarrow x = \frac{\dots \cdot \dots}{\dots} = \dots$$

Solución: La bicicleta costaba ... €.

- b) Una bicicleta que costaba 620 € se ha vendido en las rebajas por 527 €. ¿Qué porcentaje se ha rebajado?

$$\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 620 & \longrightarrow & 527 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 620 & \longrightarrow & 527 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \frac{\dots}{100} = \frac{\dots}{x} \rightarrow x = \frac{\dots \cdot 100}{\dots} = \dots$$

De cada 100 €, hemos pagado 85 €, luego nos han rebajado 15 €.

Solución: Se ha aplicado un descuento del ... %.

a)

$$\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 100 & \longrightarrow & 85 \\ x & \longrightarrow & 527 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 100 & \longrightarrow & 85 \\ x & \longrightarrow & 527 \end{array}} \right\} \frac{100}{x} = \frac{85}{527} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 527}{85} = 620$$

Solución: La bicicleta costaba 620 €.

b)

$$\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 620 & \longrightarrow & 527 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{PRECIO} & & \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} & & \text{FINAL} \\ 620 & \longrightarrow & 527 \\ 100 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \frac{620}{100} = \frac{527}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 527}{620} = 85$$

Solución: Se ha aplicado un descuento del 15 %.

3 ▶ INTERÉS BANCARIO

Página 103

Para fijar ideas

1 Copia y completa en tu cuaderno.

- a) ¿Qué interés debo pagar por un préstamo de 3 000 € al 8 % que devuelvo al cabo de 2 años?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Capital} \rightarrow C = 3\,000 \text{ €} \\ \text{Rédito} \rightarrow r = 8\% \\ \text{Tiempo} \rightarrow t = 2 \text{ años} \end{array} \right\} \text{Interés} \rightarrow I = \frac{\dots \cdot 8 \cdot \dots}{100} = \dots \text{ €}$$

- b) ¿Qué interés producirá un depósito de 1 500 € colocado al 3 % durante 2 años y 3 meses?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Capital} \rightarrow C = \dots \text{ €} \\ \text{Rédito} \rightarrow r = \dots\% \\ \text{Tiempo} \rightarrow t = 2 + \frac{3}{12} = 2,25 \text{ años} \end{array} \right\} \text{Interés} \rightarrow I = \frac{\dots \cdot \dots \cdot \dots}{100} = \dots \text{ €}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Capital} \rightarrow C = 3\,000 \text{ €} \\ \text{Rédito} \rightarrow r = 8\% \\ \text{Tiempo} \rightarrow t = 2 \text{ años} \end{array} \right\} \text{Interés} \rightarrow I = \frac{3\,000 \cdot 8 \cdot 2}{100} = 480 \text{ €}$$

Debo pagar 480 €.

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) Capital} \rightarrow C = 1\,500 \text{ €} \\ \text{Rédito} \rightarrow r = 3\% \\ \text{Tiempo} \rightarrow t = 2 + \frac{3}{12} = 2,25 \text{ años} \end{array} \right\} \text{Interés} \rightarrow I = \frac{1\,500 \cdot 3 \cdot 2,25}{100} = 101,25 \text{ €}$$

Producirá un interés de 101,25 €.

4 ▶ OTROS PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Página 104

Para fijar ideas

1 Copia, completa y resuelve.

- a) Un almacenista mezcla 80 kilos de café, clase A, a 15 €/kg, con 120 kilos de otro café inferior, clase B, a 9 €/kg. ¿A cómo sale el kilo de la mezcla?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	VALOR (€)
CAFÉ A	80		
CAFÉ B	120		
MEZCLA	200		

- b) ¿Cuántos kilos de café de clase B, a 9 €/kg, se han de mezclar con 80 kilos de otro café de clase A, a 15 €/kg, para que el kilo de la mezcla resulte a 11,40 €?

- Valor que pierden en la mezcla 80 kilos de café A:

$$(15 - \dots) \cdot 80 = \dots$$

- Valor que ganan en la mezcla x kilos de café B:

$$(11,40 - \dots) \cdot x = \dots$$

a)

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	VALOR (€)
CAFÉ A	80	15	$80 \cdot 15 = 1200$
CAFÉ B	120	9	$120 \cdot 9 = 1080$
MEZCLA	200	x	$1200 + 1080 = 2280$

Coste de 200 kg \rightarrow 2280 €

Coste de un kilo \rightarrow $2280 : 200 = 11,4$ €/kg

La mezcla sale a 11,40 €/kg.

- b) • $(15 - 11,40) \cdot 80 = 288$

- $(11,40 - 9) \cdot x = 2,4x$

$$288 = 2,4x \rightarrow x = \frac{288}{2,4} = 120 \text{ kg}$$

Se han de mezclar 120 kilos de clase B.

Página 105

Para practicar

- 1 La población M dista 96 km de la población N. Un tren de mercancías sale de M hacia N a 50 km/h. A la vez, sale de N hacia M, por una vía paralela, uno de viajeros a 110 km/h. ¿Cuánto tardan en cruzarse?

Velocidad de acercamiento \rightarrow $110 + 50 = 160$ km/h

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{96}{160} = 0,6 \text{ h} = 36 \text{ min}$$

Tardan 36 minutos en cruzarse.

- 2 Un señor sale a dar un paseo en bicicleta avanzando a 8 km/h. Veinte minutos después, sale a entrenar su nieta, también en bicicleta y siguiendo el mismo camino, a 18 km/h. ¿Cuánto tarda la nieta en alcanzarle?**

Velocidad de acercamiento $\rightarrow 18 - 8 = 10$ km/h

Ventaja del abuelo $\rightarrow e = v \cdot t \rightarrow 8 \text{ km/h} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{8}{3} = 2,6$ km

En recorrer 2,6 km a 10 km/h se tarda:

$$\frac{2,6 \text{ km}}{10 \text{ km/h}} = 0,26 \text{ h} = 15,6 \text{ min} = 15 \text{ min } 36 \text{ s}$$

La nieta tardará 15 minutos y 36 segundos en alcanzar a su abuelo.

Página 106

- 3 Una bomba, que saca agua de un pozo, llena un pilón de riego en 5 horas. Una segunda bomba llena el mismo pilón en 7 horas. ¿Cuánto tardarían en llenar el mismo pilón trabajando juntas?**

Una bomba llena $\frac{1}{5}$ del pilón en una hora; y una segunda bomba llena $\frac{1}{7}$ del pilón en una hora. Por tanto, juntas llenan en una hora:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35} \text{ del pilón}$$

Llenan $\frac{1}{35}$ del pilón en $\frac{1}{12}$ de hora, o lo que es lo mismo, en 5 minutos.

Llenan $\frac{35}{35}$ del pilón en $35 \cdot 5 = 175 \text{ min} = 2 \text{ h } 55 \text{ min}$.

Trabajando juntas tardarían 2 horas y 55 minutos.

- 4 Una piscina tiene dos desagües. Si abrimos el primero, la piscina se vacía en 2 horas, y si abrimos el segundo, se vacía en 4 horas. ¿Cuánto tardará en vaciarse si abrimos simultáneamente ambos desagües?**



El primer desagüe vacía $\frac{1}{2}$ piscina en una hora.

El segundo desagüe vacía $\frac{1}{4}$ de la piscina en una hora.

Los dos juntos vacían $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ de la piscina en una hora.

Por tanto, vacían $\frac{1}{4}$ de la piscina en $\frac{1}{3}$ de hora = 20 minutos.

Es decir, vacían $\frac{4}{4}$ de la piscina en $4 \cdot 20$ minutos = 80 minutos.

Tardará 1 hora y 20 minutos en vaciarse.

- 5 Una cuadrilla de segadores corta un campo de heno en 3 horas. Una segunda cuadrilla tardaría 6 horas en segar el mismo campo. ¿Cuánto tardarían en segar el campo las dos cuadrillas a la vez?**

La primera cuadrilla corta $\frac{1}{3}$ del campo en una hora; y la segunda cuadrilla corta $\frac{1}{6}$ del campo en una hora.

Juntas cortan $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ del campo en una hora.

Tardarían 2 horas.

- 6 El ciclista que sale de A tarda 50 minutos en llegar a B, y el que sale de B tarda 30 minutos en llegar a A. Si salen a la vez, ¿cuánto tardarán en encontrarse?**



Si d es la distancia que separa A y B, el ciclista A recorre $\frac{1}{50}$ parte de d al minuto, y el ciclista B recorre $\frac{1}{30}$ de d al minuto.

Por tanto, en un minuto recorren $\frac{1}{50} + \frac{1}{30} = \frac{3+5}{150} = \frac{8}{150}$ de la distancia entre A y B.

Así, recorren $\frac{1}{150}$ de d en $\frac{1}{8}$ minutos.

Recorrerán $\frac{150}{150}$ de d en $\frac{150}{8}$ minutos = 18,75 min = 18 min 45 s.

Tardarán en encontrarse 18 minutos y 45 segundos.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Cálculo con porcentajes

1  **Calcula mentalmente.**

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 50 % de 220 | b) 50 % de 82 |
| c) 50 % de 12 | d) 25 % de 800 |
| e) 75 % de 800 | f) 25 % de 280 |
| a) 110 | b) 41 |
| c) 6 | d) 200 |
| e) 600 | f) 70 |

2  **Calcula mentalmente.**

- a) 50 % de 30 → 150 % de 30
 b) 10 % de 40 → 110 % de 40
 c) 25 % de 600 → 125 % de 600
- | | | |
|------------|-----------|--------------|
| a) 15 → 45 | b) 4 → 44 | c) 150 → 750 |
|------------|-----------|--------------|

3  **Obtén mentalmente el valor de x en cada caso.**

- | | |
|----------------------|--------------------|
| a) 50 % de $x = 150$ | b) 50 % de $x = 7$ |
| c) 25 % de $x = 120$ | d) 25 % de $x = 6$ |
| e) 75 % de $x = 150$ | f) 75 % de $x = 9$ |
| a) $x = 300$ | b) $x = 14$ |
| c) $x = 480$ | d) $x = 24$ |
| e) $x = 200$ | f) $x = 12$ |

4  **Obtén, mentalmente, el valor de x en cada caso.**

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) 10 % de $x = 31$ | b) 10 % de $x = 4$ |
| c) 20 % de $x = 18$ | d) 20 % de $x = 86$ |
| e) 5 % de $x = 35$ | f) 5 % de $x = 2$ |
| a) $x = 310$ | b) $x = 40$ |
| c) $x = 90$ | d) $x = 430$ |
| e) $x = 700$ | f) $x = 40$ |

5  **Calcula.**

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) 15 % de 160 | b) 13 % de 700 |
| c) 12 % de 3 625 | d) 4 % de 75 |
| e) 76 % de 1 200 | f) 5 % de 182 |
| g) 2,4 % de 350 | h) 1,7 % de 2 500 |
| a) 24 | b) 91 |
| c) 435 | d) 3 |
| e) 912 | f) 9,1 |
| g) 8,4 | h) 42,5 |

6  **Copia y completa en tu cuaderno.**

- a) Para calcular el 30 % se divide entre 10 y se multiplica por...
 b) Para calcular el 70 %, se divide entre ... y se multiplica por 7.
 c) Para calcular el 75 %, se divide entre 4 y se multiplica por...
 d) Para calcular el 40 %, se divide entre 10 y se multiplica por...
 e) Para calcular el 5 %, de divide primero entre 10 y luego entre...
- a) Para calcular el 30 %, se divide entre 10 y se multiplica por 3.
 b) Para calcular el 70 %, se divide entre 10 y se multiplica por 7.
 c) Para calcular el 75 %, se divide entre 4 y se multiplica por 3.
 d) Para calcular el 40 %, se divide entre 10 y se multiplica por 4.
 e) Para calcular el 5 %, se divide primero entre 10 y luego entre 2.

Relaciones porcentajes-fracciones-decimales

7  **Completa en tu cuaderno.**

PORCENTAJE	20%	85%	5%	2%	115%
FRACCIÓN	1/5				
N.º DECIMAL	0,20				

PORCENTAJE	20%	85%	5%	2%	115%
FRACCIÓN	1/5	17/20	1/20	1/50	23/20
N.º DECIMAL	0,20	0,85	0,05	0,02	1,15

8  **Calcula como se hace en el ejemplo.**

- 15 % de 280 = $280 \cdot 0,15 = 42$
- a) 18 % de 1 350 b) 57 % de 2 400
 c) 8 % de 125 d) 6 % de 40
- a) $1\,350 \cdot 0,18 = 243$ b) $2\,400 \cdot 0,57 = 1\,368$
 c) $125 \cdot 0,08 = 10$ d) $40 \cdot 0,06 = 2,4$

9  **Calcula x como en el ejemplo.**

- 15 % de $x = 42 \rightarrow x \cdot 0,15 = 42 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 42 : 0,15 = 280$
- a) 20 % de $x = 27$
 b) 17 % de $x = 595$
 c) 5 % de $x = 3,2$
 d) 7 % de $x = 17,5$
- a) $x \cdot 0,20 = 27 \rightarrow x = 27 : 0,20 = 135$
 b) $x \cdot 0,17 = 595 \rightarrow x = 595 : 0,17 = 3\,500$
 c) $x \cdot 0,05 = 3,2 \rightarrow x = 3,2 : 0,05 = 64$
 d) $x \cdot 0,07 = 17,5 \rightarrow x = 17,5 : 0,07 = 250$

10  Calcula el valor de n en cada caso.

a) 40 % de $n = 66$

c) 85 % de $n = 40,8$

e) 8 % de $n = 4,4$

a) $66 : 0,4 = 165$

c) $40,8 : 0,85 = 48$

e) $4,4 : 0,08 = 55$

b) 15 % de $n = 69$

d) 16 % de $n = 14,40$

f) 6 % de $n = 28,5$

b) $69 : 0,15 = 460$

d) $14,40 : 0,16 = 90$

f) $28,5 : 0,06 = 475$

11  Observa el ejemplo y calcula el tanto por ciento que corresponde en cada caso.

• $t\%$ de 180 = 63 $\rightarrow 180 \cdot \frac{t}{100} = 63$

$$\frac{t}{100} = 63 : 180 = 0,35 \rightarrow t\% = 35\%$$

a) $t\%$ de 165 = 66

c) $t\%$ de 48 = 40,8

a) $165 \cdot \frac{t}{100} = 66 \rightarrow t = 40\%$

c) $48 \cdot \frac{t}{100} = 40,8 \rightarrow t = 85\%$

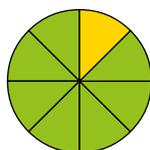
b) $t\%$ de 460 = 69

d) $t\%$ de 90 = 14,40

b) $460 \cdot \frac{t}{100} = 69 \rightarrow t = 15\%$

d) $90 \cdot \frac{t}{100} = 14,40 \rightarrow t = 16\%$

12   El gráfico representa la relación entre la población autóctona y la inmigrante en un pueblo agrícola del sur de España.



 AUTÓCTONOS

 INMIGRANTES

a) ¿Qué fracción de la población es inmigrante?

b) ¿Cuántas de cada 1 000 personas son inmigrantes?

c) ¿Cuántas de cada 100 personas son inmigrantes?

d) ¿Cuál es el porcentaje de inmigrantes?

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{8} = \frac{x}{1000} \rightarrow x = 125$

c) 12,5

d) 12,5 %

Problemas con porcentajes

13  Un empleado gana 1 700 euros al mes y gasta el 40 % en pagar la hipoteca de su vivienda. ¿Cuánto le queda para afrontar el resto de sus gastos?

Queda el 60 % de 1 700 € = $1 700 \cdot 0,6 = 1 020$. Le quedan 1 020 €.

14  Un colegio tiene una matrícula de 425 alumnos y alumnas. El 8 % se ha apuntado al taller de ajedrez. ¿Cuántos y cuántas hay en el taller de ajedrez?

$$8\% \text{ de } 425 = \frac{80 \cdot 425}{100} = 34$$

En el taller de ajedrez hay 34 alumnos y alumnas.

Página 108

- 15**  De una clase de 35 alumnos y alumnas, han ido de excursión 28. ¿Qué tanto por ciento de la clase ha faltado a la excursión?

$$\left. \begin{array}{l} 35 \text{ alumnos y alumnas} \rightarrow 35 - 28 = 7 \text{ han faltado} \\ 100 \text{ alumnos y alumnas} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{7 \cdot 100}{35} = 20$$

De cada 100 alumnos y alumnas, 20 han faltado. Ha faltado un 20 % de la clase.

- 16**  Un embalse tenía, a principios de verano, 775 decímetros cúbicos de agua. Durante el estío, sus reservas han disminuido en un 68 %. ¿Cuáles son las reservas actuales ahora, al final del verano?

$$100\% - 68\% = 32\% \text{ de } 775 \text{ dam}^3 = 0,32 \cdot 775 = 248 \text{ dam}^3$$

Quedan 248 dam³.

- 17**  Una familia con unos ingresos mensuales de 2450 € ha gastado este mes 343 € en ocio. ¿Qué tanto por ciento de los ingresos ha dedicado al ocio?

$$\frac{343}{2450} = 0,14$$

Ha dedicado un 14 % de los ingresos al ocio.

- 18**  En el último partido de baloncesto de mi equipo, los cinco titulares que salieron de entrada consiguieron los siguientes resultados:

	INTENTOS	CANASTAS
ROGER	14	7
LUISMA	3	3
GORKA	10	7
MILLER	18	15
O'BRIAN	11	10

Averigua los porcentajes de acierto de cada jugador.

$$\text{Roger} \rightarrow \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0,5 \rightarrow 50\%$$

$$\text{Luisma} \rightarrow \frac{3}{3} = 1 \rightarrow 100\%$$

$$\text{Gorka} \rightarrow \frac{7}{10} = 0,7 \rightarrow 70\%$$

$$\text{Miller} \rightarrow \frac{15}{18} = \frac{5}{6} = 0,8\hat{3} \rightarrow 83,3\%$$

$$\text{O'Brian} \rightarrow \frac{10}{11} = 0,9\hat{0} \rightarrow 91\%$$

- 19**  Un hotel tiene 187 habitaciones ocupadas, lo que supone el 85 % del total. ¿De cuántas habitaciones dispone el hotel?

$$85\% \text{ de } x = 187 \rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \rightarrow x = 187 : 0,85 = 220 \text{ habitaciones}$$

Dispone de 220 habitaciones.

- 20**  Un embalse está al final del verano al 23 % de su capacidad. Si en ese momento contiene 92 dam³ de agua, ¿cuál es la capacidad total del embalse?

$$23\% \text{ de } x = 92 \text{ dam}^3 \rightarrow 0,23 \cdot x = 92 \rightarrow x = 92 : 0,23 = 400 \text{ dam}^3$$

La capacidad del embalse es de 400 dam³.

- 21**  Luisa tiene de tarea resolver 18 problemas de matemáticas de los que ya ha solucionado más del 65 %, pero menos del 70 %. ¿Cuántos problemas le quedan por resolver?

$$\left. \begin{array}{l} 65\% \text{ de } 18 = 0,65 \cdot 18 = 11,7 \\ 70\% \text{ de } 18 = 0,7 \cdot 18 = 12,6 \end{array} \right\} \text{ Ha terminado 12 problemas } \rightarrow \text{ Le quedan } 18 - 12 = 6$$

Le quedan por resolver 6 problemas.

- 22**  Un depósito de agua está al 93 % de su capacidad. Si se añaden 1 400 litros, quedará completo. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

$$100\% - 93\% = 7\% \rightarrow 7\% \text{ de } x = 1400 \rightarrow x = 1400 : 0,07 = 20000 \text{ L}$$

La capacidad es de 200 000 L.

- 23**  Olga ha comprado una blusa que costaba 45 € pero le han hecho una rebaja del 15 %. ¿Cuánto ha pagado?

$$15\% \text{ de } 45 \text{ €} = \frac{15 \cdot 45}{100} = 6,75 \text{ €}$$

$$45 - 6,75 = 38,25 \text{ €}$$

Ha pagado 38,25 €.

- 24**  Un jersey que costaba 45 € se vende en las rebajas por 36 €. ¿Qué tanto por ciento se ha rebajado?

<u>PR. INICIAL</u>	→	<u>REBAJADO</u>	}	$x = \frac{36 \cdot 100}{45} = 80 \text{ €}$
45 €	→	36 €		
100 €	→	x		

De cada 100 € se pagan 80 €, es decir, se rebajan 20 €, un 20 %.

- 25**  Hace cinco años compré un piso por 240 000 €. En este tiempo, la vivienda ha subido un 37 %. ¿Cuánto vale ahora mi piso?

$$137\% \text{ de } 240000 \text{ €} = 1,37 \cdot 240000 = 328800 \text{ €}$$

El piso cuesta ahora 328 800 €.

- 26**  El billete de autobús ha subido un 8 % y ahora cuesta 2,70 €. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

$$\frac{270}{1,08} = 2,50$$

El billete costaba 2,50 € antes de la subida.

- 27**  Un hortelano tiene un campo de 3 500 m² y desea plantar un 45 % de ellos con tomates. ¿Cuántas plantas debe comprar si coloca 9 por metro cuadrado y siempre compra un 10 % más?

- 45 % de 3 500 m² = 1 575 m² para tomates

- 9 · 1 575 = 14 175 plantas

- 10 % de 14 175 = 1 417,5 → 1 418 plantas extra

Total = 14 175 + 1 418 = 15 593 plantas

Debe comprar 15 593 plantas.

28  **Calcula el interés producido por un capital de 3 500 euros, colocado al 5 % anual durante 3 años.**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3500 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 525 \text{ €}$$

29  **Si pido un préstamo de 4 500 euros, al 6,5 %, y lo devuelvo en 4 años, ¿qué intereses debo pagar?**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{4500 \cdot 6,5 \cdot 4}{100} = 1170 \text{ €}$$

30  **Problema resuelto.**

31  **¿Qué interés producen 800 euros al 6 % durante un año? ¿Y durante un mes? ¿Y durante 7 meses?**

- 1 año: $I_{\text{AÑO}} = \frac{800 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 48 \text{ €}$
- 1 mes: $I_{\text{MES}} = I_{\text{AÑO}} : 12 = 48 : 12 = 4 \text{ €}$
- 7 meses: $I_{7 \text{ MESES}} = 4 \cdot 7 = 28 \text{ €}$

32  **Calcula el interés que produce en 5 meses un capital de 9 000 € colocado al 4 % anual.**

$$\text{Interés en un año} \rightarrow I_{\text{AÑO}} = \frac{9000 \cdot 4 \cdot 1}{100} = 360 \text{ €}$$

$$\text{Interés en un mes} \rightarrow I_{\text{MES}} = 360 : 12 = 30 \text{ €}$$

$$\text{Interés en 5 meses} \rightarrow I_{5 \text{ MESES}} = 30 \cdot 5 = 150 \text{ €}$$

33  **Calcula los intereses que genera un préstamo de 6 000 euros al 4,5 % durante 2 meses y 13 días.**

$$1 \text{ año} \rightarrow I = \frac{6000 \cdot 4,5 \cdot 1}{100} = 270 \text{ €}$$

$$1 \text{ mes} \rightarrow 270 : 12 = 22,50 \text{ €}$$

$$1 \text{ día} \rightarrow 22,5 : 30 = 0,75 \text{ €}$$

$$\text{El interés generado en dos meses y trece días es de } 2 \cdot 22,50 + 13 \cdot 0,75 = 54,75 \text{ €}.$$

34  **Tres compañeros de oficina gastan 20 € en una quiniela. Adrián pone 9 €, Patricia, 6 €, y Esteban, el resto. La quiniela resulta premiada con 740 €. ¿Cómo repartirán el premio?**

$$\text{Adrián pone } \frac{9}{20} = 0,45 = 45 \% \rightarrow 45 \% \text{ de } 740 \text{ €} = \frac{45 \cdot 740}{100} = 333 \text{ €}$$

$$\text{Patricia pone } \frac{6}{20} = 0,3 = 30 \% \rightarrow 30 \% \text{ de } 740 \text{ €} = \frac{30 \cdot 740}{100} = 222 \text{ €}$$

$$\text{Esteban el resto: } 740 - 333 - 222 = 185 \text{ €}$$

Adrián gana 333 €, Patricia, 222 € y Esteban, 185 €.

- 35**  Un mayorista ha pagado 1 275 € a tres hortelanos a los que ha comprado, respectivamente, 400 kg, 300 kg y 800 kg de nectarinas. ¿Cuánto ha cobrado cada hortelano?

$400 + 300 + 800 = 1\,500$ kg en total

$$\frac{400}{1500} \cdot 100 = 26,7\% \rightarrow 26,7\% \text{ de } 1\,275 \text{ €} = 340 \text{ €}$$

$$\frac{300}{1500} \cdot 100 = 20\% \rightarrow 20\% \text{ de } 1\,275 \text{ €} = 255 \text{ €}$$

$$\frac{800}{1500} \cdot 100 = 53,3\% \rightarrow 53,4\% \text{ de } 1\,275 \text{ €} = 680 \text{ €}$$

Los hortelanos han cobrado 340 €, 255 € y 680 €, respectivamente.

- 36**  Un comerciante mezcla 80 kg de café de 10,50 €/kg con 60 kg de otro café de calidad superior, que cuesta a 14 €/kg. ¿A cuánto sale el kilo de mezcla?

En total tendrá $80 \text{ kg} + 60 \text{ kg} = 140 \text{ kg}$

$$80 \text{ kg} \cdot 10,50 \text{ €/kg} + 60 \text{ kg} \cdot 14 \text{ €/kg} = 840 \text{ €} + 840 \text{ €} = 1\,680 \text{ €}$$

$$\text{En total tiene } 140 \text{ kg por } 1\,680 \text{ €} \rightarrow \frac{1\,680}{140} = 12 \text{ €/kg}$$

El kilo de mezcla sale a 12 €.

- 37**  Un coche, que avanza por una carretera a 85 km/h, se cruza con una furgoneta que circula en sentido contrario a 65 km/h. ¿Qué distancia los separará pasados 4 minutos?

Veamos cuánto avanza cada uno en un minuto:

$$\text{El coche avanza a } 85 \text{ km/h} = \frac{85}{60} \text{ km/min} = 1,41\widehat{6} \text{ km/min}$$

$$\text{La furgoneta avanza a } 65 \text{ km/h} = \frac{65}{60} \text{ km/min} = 1,08\widehat{3} \text{ km/min}$$

Veamos cuanto avanza cada uno en 4 minutos:

$$\text{El coche avanza } 4 \cdot 1,41\widehat{6} = 5,7 \text{ km}$$

$$\text{La furgoneta avanza } 4 \cdot 1,08\widehat{3} = 4,3 \text{ km}$$

$$5,7 + 4,3 = 10 \text{ km}$$

Los separará una distancia de 10 km.

Página 109

- 38**  Un tren sale de A hacia B a 70 km/h. Simultáneamente, por una vía paralela, sale de B hacia A otro tren a 80 km/h. Si la distancia de A a B es de 230 km, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

Velocidad de acercamiento $\rightarrow 70 + 80 = 150 \text{ km/h}$

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{230}{150} = 1,5\widehat{3} \text{ h} = 1 \text{ h } 32 \text{ min}$$

Tardarán 1 hora y 32 minutos en cruzarse.

- 39**  Un ciclista sale de cierta población a una velocidad de 15 km/h. Veinte minutos después sale en su persecución una moto a 45 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo?

Velocidad de acercamiento $\rightarrow 45 - 15 = 30$ km/h

Ventaja del ciclista en 20 min = $\frac{1}{3}$ de hora $\rightarrow e = v \cdot t \rightarrow e = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5$ km

En recorrer 5 km a 30 km/h se tarda $\frac{5}{30} = 0,17$ h = 10 min.

La moto tardará 10 minutos en alcanzar al ciclista.

- 40**  Una fuente tiene dos caños, A y B. El primero llena cierto cántaro en 6 minutos y el segundo hace lo mismo en 10 minutos. ¿Cuánto tardará en llenarse el cántaro si se conectan ambos caños simultáneamente?

El primer caño llena $\frac{1}{6}$ del cántaro por minuto, y el segundo $\frac{1}{10}$ del cántaro por minuto.

Juntos, en un minuto, llenarán $\frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ del cántaro.

Para llenar $\frac{15}{15}$ del cántaro tardarán $\frac{15}{4} = 3,75$ min = 3 min 45 s.

Tardará en llenarse 3 minutos y 45 segundos.

- 41**  Un grifo llena un depósito en 3 horas y un desagüe lo vacía en 4 h. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abre el grifo y, por descuido, no se cierra el desagüe?

El grifo en una hora llena $\frac{1}{3}$ del depósito, y el desagüe vacía $\frac{1}{4}$ del depósito en el mismo tiempo, así en una hora se llena $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ del depósito.

Para llenar el depósito entero $\frac{12}{12}$ se tardará $\frac{12}{7}$ horas = 1,71 h = 1 h 42,6 min = 1 h 42 min 36 s.

Tardará una hora, 42 minutos y 36 segundos.

- 42**  Un camión hace el trayecto de A hacia B en 5 horas. Un coche cubre el trayecto inverso, de B hacia A en 3 horas. Si salen simultáneamente, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

El camión hace $\frac{1}{5}$ del trayecto en una hora.

El coche hace $\frac{1}{3}$ del trayecto en una hora.

Por tanto, cubren $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ del trayecto en una hora.

Tardarán $\frac{15}{8}$ horas en cruzarse.

$\frac{15}{8} = 1,875 = 1$ h 52 min 30 s

Tardarán una hora, 52 minutos y 30 segundos en cruzarse.

Interpreta, describe, exprésate

- 43**  Eva, Juan y Sara han resuelto este problema de diferentes formas. Explica lo que ha hecho cada uno.

Una oficina tiene 45 empleados y en agosto se va de vacaciones el 80%. ¿Cuántos empleados trabajan en agosto?

Resolución de Eva

$$100\% - 80\% = 20\% \rightarrow 20\% \text{ de } 45 = 45 \cdot \frac{20}{100} = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Juan

$$80\% \text{ de } 45 = \frac{45 \cdot 80}{100} = 36 \rightarrow 45 - 36 = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Sara

TOTAL	→	DE VACACIONES	+	TRABAJANDO
100	→	80	+	20
10	→	8	+	2
5	→	4	+	1
40	→	32	+	8
45	→	36	+	9

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Eva

Calcula primero el porcentaje de empleados que trabajan ($100\% - 80\% = 20\%$) y, después, el número de empleados que trabajan ($20\% \text{ de } 45 = 9$).

Resolución de Juan

Calcula el número de empleados que se va de vacaciones ($80\% \text{ de } 45 = 36$) y se lo resta al total para obtener el número de los que trabajan ($45 - 36 = 9$).

Resolución de Sara

Sigue un proceso de elaboración personal:

- De cada 100, hay 80 de vacaciones y 20 trabajando.
- De cada 10, hay la décima parte de las cantidades anteriores; es decir, 8 de vacaciones y 2 trabajando.
- De cada cinco (la mitad), hay 4 en vacaciones y uno en el trabajo.
- De cada 40 (el cuádruplo de 10), están $8 \cdot 4 = 32$ de vacaciones y $2 \cdot 4 = 8$ en el trabajo.
- De cada 45 ($40 + 5$) hay $32 + 4 = 36$ de vacaciones y $8 + 1 = 9$ en el trabajo.

44  Bea y Alberto han resuelto el siguiente problema, pero una de las dos soluciones es errónea. Di cuál y explica por qué.

Unas zapatillas deportivas, rebajadas un 20 %, cuestan ahora 80 €. ¿Cuánto costaban sin la rebaja?



Resolución de Bea

$$\text{Rebaja} \rightarrow 20\% \text{ de } 80 = 80 \cdot 0,20 = 16$$

$$\text{Precio sin rebaja} \rightarrow 80 + 16 = 96 \text{ €}$$

Solución: Las deportivas, sin rebaja, costaban 96 €.

Resolución de Alberto

$$100\% - 20\% = 80\%$$

$$0,80\% \text{ de } x = 80 \rightarrow x = 80 : 0,80 = 100$$

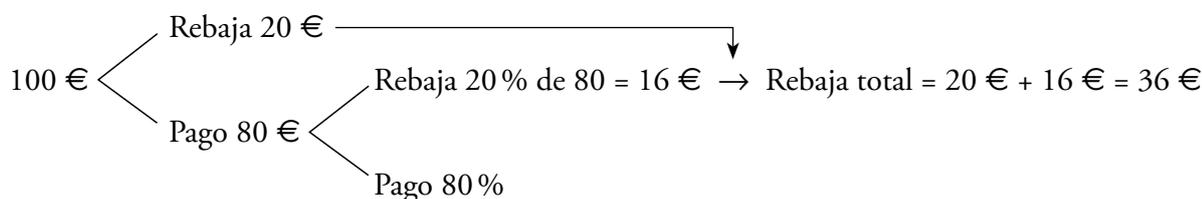
Solución: Las deportivas, sin rebaja, costaban 100 €.

La resolución errónea es la de Bea, ya que ha aplicado el 20% de descuento al precio que ha pagado, en lugar de encontrar el precio inicial al que aplicarle el 20% de descuento.

Problemas «+»

- 45**  En unos grandes almacenes, rebajan un abrigo un 20% en las primeras rebajas y, sobre ese precio, vuelven a hacer otro 20% de descuento en las segundas rebajas. ¿Qué porcentaje del precio original se ha rebajado el abrigo?

 Supón que el abrigo costaba inicialmente 100 euros.



Se ha rebajado un 36% sobre el precio original.

- 46**  Un pantano perdió durante el mes de agosto el 20% del agua que tenía embalsada y en septiembre recuperó el nivel anterior. ¿En qué porcentaje aumentó durante septiembre?

	AGOSTO	SEPTIEMBRE
SI FUESEN 100 LITROS	80 litros	100 litros
	100 litros	x

$$x = \frac{100 \cdot 100}{80} = 125$$

Durante septiembre el nivel aumentó un 25%.

- 47**  Un tren de carga sale de A hacia B a las ocho de la mañana a 90 km/h. A las ocho y veinte sale de B hacia A, por una vía paralela, un tren rápido a 150 km/h. Sabiendo que la distancia entre A y B es de 102 km, ¿a qué distancia de A se cruzan y a qué hora ocurre?

El tren de carga en 20 minutos ($1/3$ de hora) recorre $90 \text{ km/h} \cdot 1/3 \text{ h} = 30 \text{ km}$.

Así, cuando sale el tren rápido, la distancia que les separa es de $102 - 30 = 72 \text{ km}$.

Velocidad conjunta $\rightarrow 90 + 150 = 240 \text{ km/h}$

$$t = \frac{e}{v} = \frac{72 \text{ km}}{240 \text{ km/h}} = 0,3 \text{ h} = 20 \text{ min}$$

Se encontrarán al cabo de 20 minutos de haber salido el tren rápido, es decir, a las ocho y cuarenta de la mañana.

Cuando se encuentren, el tren de carga habrá avanzado 30 km en solitario y 30 km cuando avanzan los dos, y se cruzarán a 60 km de A.

- 48**  Un comerciante pacta con su banco un préstamo de 18 000 €, a recibir el uno de junio y devolver el veinte de septiembre, a un interés anual del 7,3%. ¿Cuánto le costará el préstamo si todo se desarrolla según las condiciones pactadas?

El préstamo de 18 000 € al 7,3% durante un año tendría unos intereses:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{18\,000 \cdot 7,3 \cdot 1}{100} = 1\,314 \text{ €}$$

Los intereses de un día serían los de un año divididos por 365:

$$1\,314 : 365 = 3,60 \text{ €}$$

El préstamo dura:

$$30 \text{ (junio)} + 31 \text{ (julio)} + 31 \text{ (agosto)} + 20 \text{ (septiembre)} = 112 \text{ días}$$

En esos 112 días los intereses serán:

$$3,6 \cdot 112 = 403,20 \text{ €}$$

El préstamo, en las condiciones pactadas, le costará 403,20 €.

- 49**  Alejandra ingresa en su banco un capital de 400 € en una cuenta retribuida con un interés del 5% anual. Los beneficios se ingresan en la cuenta al final de cada año. ¿Cuál será el saldo al final del tercer año?

$$1.^{\text{er}} \text{ año} \rightarrow I = \frac{400 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 20 \text{ €} \rightarrow \text{Al final del primer año tendrá } 420 \text{ €.}$$

$$2.^{\text{o}} \text{ año} \rightarrow I = \frac{420 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 21 \text{ €} \rightarrow \text{Al final del segundo año tendrá } 441 \text{ €.}$$

$$3.^{\text{er}} \text{ año} \rightarrow I = \frac{441 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 22,05 \text{ €} \rightarrow \text{Al final del tercer año tendrá } 463,05 \text{ €.}$$

INVESTIGA

¡Tres por dos!

Habrás visto ofertas como esta en supermercados. ¿Podrías decir qué porcentaje de rebaja implica?

Observa estas dos opiniones y piensa cuál es la correcta.

Pablo

Si pago dos y me regalan uno, es como si me regalaran medio artículo por cada uno que pago. → La rebaja es del 50%.

Laura

Supón que compras un artículo que cuesta 1 €.

Dos unidades cuestan 2 € y tres unidades, 3 €.

Por tanto, si pagas dos y te llevas tres, ¿cuánto pagas si te llevas 100?

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 100}{3} = 66,666\dots$$

Pagas el 66,66%. → La rebaja es del 33,33%.

La respuesta correcta es la de Laura.

Supongamos que el objeto que se compra vale 100.

Si te llevas 3 objetos, pagas 200 → Cada objeto cuesta $200 : 3 = 66,67$

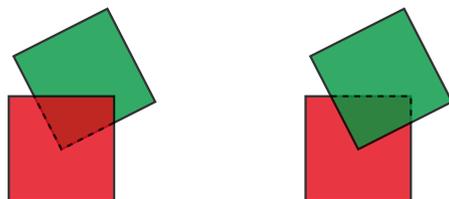
Puesto que lo que valía 100 cuesta 66,67, la rebaja es 33,33%.

Es decir, la oferta supone una rebaja del 33,33%.

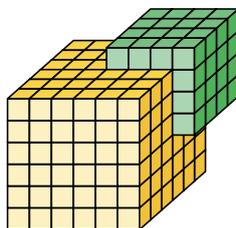
ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Imagina el espacio

- ¿Qué tanto por ciento del cuadrado verde está tapado por el rojo? ¿Qué tanto por ciento del rojo está tapado por el verde?



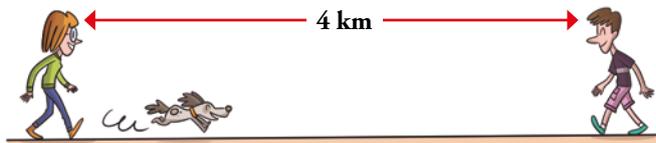
- ¿Qué tanto por ciento del cubo amarillo coincide con el verde? ¿Qué tanto por ciento del cubo verde coincide con el amarillo?



- Ambos cuadrados son iguales.
Dos rectas perpendiculares, por el centro de un cuadrado, lo dividen en cuatro partes iguales.
Cada cuadrado tapa la cuarta parte, es decir, el 25 % del otro.
- Ambos cubos tienen en común un cubo de $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubitos.
El volumen de cubo amarillo es $6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ u}^3$, y el del verde, $4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ u}^3$.
Parte del cubo amarillo que coincide con el verde $\rightarrow \frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 0,125 \rightarrow 12,5 \%$
Parte del cubo verde que coincide con el amarillo $\rightarrow \frac{27}{64} = 0,422 \rightarrow 42,2 \%$

Utiliza la lógica

- **Tres hermanos, Ana, Bego y Ciro, van a la misma clase y comparten las tareas escolares. También comparten las tareas domésticas. Ayer debían hacer 12 problemas de matemáticas. Ana hizo 4 y Bego 8.**
Ciro los copió, pero en compensación se comprometió a hacer 6 veces la cama para sus hermanas.
¿Cuántas veces debe hacerle la cama a Ana y cuántas a Bego?
- **Rosa y Pablo caminan a 4 km/h. El perro escapa y corre a 10 km/h hasta encontrar a Pablo. Entonces vuelve hacia ella y repite la operación hasta que los tres se encuentran juntos. ¿Qué distancia habrá recorrido el perro en total?**



- Eran 12 problemas y cada uno debía hacer 4.
Ana hizo los 4 suyos y Bego hizo los 4 suyos y los 4 de Ciro.
Por tanto, Ciro debe hacerle la cama a Bego 6 veces.
- Caminando a 4 km/h, Rosa y Pablo tardan media hora en recorrer los 4 km que los separan.
El perro, a 10 km/h, recorre en 5 km en esa media hora.

AUTOEVALUACIÓN

1 Calcula mentalmente.

a) 50 % de 220

c) 75 % de 40

e) 20 % de 500

a) 110

c) 30

e) 100

b) 25 % de 60

d) 10 % de 370

f) 5 % de 40

b) 15

d) 37

f) 2

2 Completa la tabla en tu cuaderno.

PORCENTAJE	25 %				140 %
FRACCIÓN			3/20		
N.º DECIMAL		0,80		0,07	

PORCENTAJE	25 %	80 %	15 %	7 %	140 %
FRACCIÓN	1/25	4/5	3/20	7/100	7/5
N.º DECIMAL	0,25	0,80	0,15	0,07	1,40

3 Calcula.

a) 65 % de 80

c) 16 % de 160

$$a) 65 \% \text{ de } 80 = \frac{65 \cdot 80}{100} = 52$$

$$c) 16 \% \text{ de } 160 = \frac{16 \cdot 160}{100} = 25,6$$

b) 4 % de 3 200

d) 150 % de 38

$$b) 4 \% \text{ de } 3\,200 = \frac{4 \cdot 3\,200}{100} = 128$$

$$d) 150 \% \text{ de } 38 = \frac{150 \cdot 38}{100} = 57$$

4 De un pilón de agua que contenía 36 000 litros, se ha gastado un 15 %. ¿Cuántos litros quedan?

Queda un 85 % de lo que contenía, $36\,000 \cdot 0,85 = 30\,600$ litros.

5 En una clase de 30 alumnos y alumnas, hoy han faltado 6. ¿Qué porcentaje ha faltado?

Ha faltado $\frac{6}{30} = 0,2 \rightarrow 20\%$ de alumnos y alumnas.

6 ¿Cuánto pagaremos por una camisa que costaba 40 € si se ha rebajado un 15 %?

$$85\% \text{ de } 40 = \frac{85 \cdot 40}{100} = 34$$

Pagaremos 34 €.

7 Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que supone el 84 % de las camas disponibles. ¿De cuántas camas dispone el hospital?

$$84\% \text{ de } x = 210 \rightarrow 0,84 \cdot x = 210 \rightarrow x = 210 : 0,84 = 250 \text{ camas}$$

- 8 La hogaza de pan ha subido hoy un 4% y ahora cuesta 2,60 €. ¿Cuánto costaba ayer?**

$$96\% \text{ de } 2,60 = \frac{96 \cdot 260}{100} = 2,49$$

Ayer costaba 2,49 €.

- 9 Calcula el interés producido por un capital de 5500 €, colocado al 3,6% durante 4 años.**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5500 \cdot 3,6 \cdot 4}{100} = 792 \text{ €}$$

- 10 ¿Cuántos litros de aceite de oliva a 3,20 €/L hay que mezclar con 150 litros de aceite de girasol, a 1,60 €/L, para que la mezcla salga a 2,60 €/L?**

$$\text{Aceite de oliva: } 3,20 \text{ €/L} \cdot x \text{ litros} = 3,2x \text{ €}$$

$$\text{Aceite de girasol: } 1,60 \text{ €/L} \cdot 150 \text{ litros} = 240 \text{ €}$$

$$\text{Mezcla: } 2,60 \text{ €/L} \cdot (150 + x) \text{ litros} = (240 + 3,2x) \text{ €}$$

$$2,60 \cdot 150 + 2,60x = 240 + 3,2x \rightarrow 390 - 240 = 3,2x - 2,60x \rightarrow 0,6x = 150 \rightarrow x = \frac{150}{0,6} = 250$$

Hay que mezclar 250 litros de aceite de oliva.

- 11 Una furgoneta sale de cierta población a 60 km/h. Diez minutos después sale en su persecución una moto a 90 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance?**

En diez minutos la furgoneta avanza:

$$60 \text{ km/h} = \frac{60}{60} \text{ km/min} = 1 \text{ km/min} \rightarrow \text{En diez minutos avanza } 10 \text{ km.}$$

Velocidad de acercamiento $\rightarrow 90 - 60 = 30 \text{ km/h}$

En recorrer 10 km a 30 km/h se tarda:

$$\frac{10}{30} \text{ h} = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$$

Tardará 20 minutos en darle alcance.

- 12 Un grifo llena un depósito en 5 horas. Otro grifo llena el mismo depósito en 3 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse si se abren ambos simultáneamente?**

El primer grifo en una hora llena $\frac{1}{5}$ del depósito.

El segundo grifo en una hora llena $\frac{1}{3}$ del depósito.

Los dos juntos en una hora llenan $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$ del depósito.

Y tardarán $\frac{15}{8}$ h en llenarlo: $\frac{15}{8} = 1,875 \text{ h} = 1 \text{ h } 52 \text{ min } 30 \text{ s}$

Tardará en llenarse una hora, 52 minutos y 30 segundos.