8 SISTEMAS DE ECUACIONES

Página 158

Con ayuda del ingenio

Resuelve, con lo que sabes, las siguientes propuestas.

1 **¿Cuánto ha puesto cada uno?**

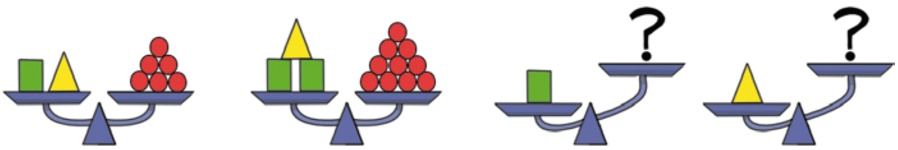
1 450 – 250 = 1 200

1 200 : 2 = 600

600 + 250 = 850

Ella ha puesto 850 € y él, 600 €.

2 **¿Cuántas bolas rojas se necesitan para equilibrar las balanzas?**



Para el cuadrado verde se necesitan 4 bolas rojas.

Para el triángulo amarillo se necesitan 2 bolas rojas.

3 **Busca un valor para *a* y otro para *b* que satisfagan, simultáneamente, estas dos igualdades:**

$$2a + b = 10 \qquad 3b + a = 15$$

¿Tienen que ver estas ecuaciones con el problema de los babilonios?

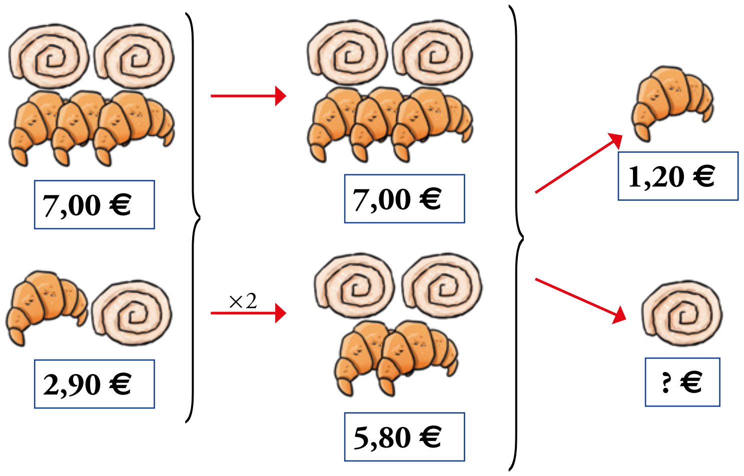
$a = 3$, $b = 4$

Las ecuaciones son la codificación algebraica del problema de los babilonios. La anchura se corresponde con *a,* y la longitud, con *b.*

Página 159

Interpreta y resuelve

4 **Observa la ilustración y explica el proceso que se expone debajo en lenguaje algebraico.**



$$\left\{\begin{array}{l} 3a + 2b = 7{,}00 \\ a + b = 2{,}90 \end{array}\right. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \xrightarrow{\times 2} \end{array} \begin{array}{r} 3a + 2b = 7{,}00 \\ 2a + 2b = 5{,}80 \\ \hline a + 0 = 1{,}20 \end{array}$$

$$a + 0 = 1{,}20 \rightarrow \boxed{a = 1{,}20} \rightarrow \boxed{b = ¿?}$$

a) ¿Cuánto cuesta un cruasán?

b) ¿Y una ensaimada?

Se asigna la letra a al precio de un cruasán y la letra b al de una ensaimada.

Entonces:

— Tres cruasanes y dos ensaimadas cuestan 7 € → $3a + 2b = 7$

— Un cruasán y una ensaimada cuestan 2,90 € → $a + b = 2{,}90$

Se multiplica la segunda ecuación por 2 y se resta miembro a miembro las dos igualdades:

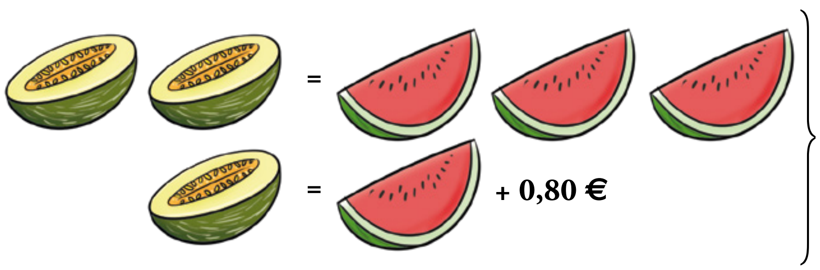
$$a + 0b = 1{,}20 \rightarrow a = 1{,}20$$

Sustituyendo a por 1,20 en la segunda ecuación → $1{,}20 + b = 2{,}90 \rightarrow b = 1{,}70$

a) Un cruasán cuesta 1,20 €.

b) Una ensaimada cuesta 1,70 €.

5 **Resuelve con un proceso similar al de la actividad anterior.**



¿Cuánto cuesta una sandía?

Se asigna la letra a al precio de un melón y la letra b al de una sandía.

$$\left.\begin{array}{l} 2a = 3b \\ a = b + 0{,}80 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times 3} \left.\begin{array}{l} 2a = 3b \\ 3a = 3b + 2{,}40 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{A la segunda ecuación le restamos la primera}} a = 2{,}40 \rightarrow$$

$$b = a - 0{,}80 = 2{,}40 - 0{,}80 = 1{,}60$$

Una sandía cuesta 1,60 €.

1 ▶ ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Página 160

Para practicar

1 **Averigua cuáles de los siguientes pares de valores son soluciones de la ecuación $3x - 4y = 8$.**

a) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Son soluciones de la ecuación:

a) $3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 = 8$

c) $3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$

2 **Busca tres soluciones diferentes para la siguiente ecuación:**

$$2x - y = 5$$

Por ejemplo:

x	0	1	2	3	–1	–2
y	–5	–3	–1	1	–7	–9

3 **Copia y completa en tu cuaderno la tabla con soluciones de la ecuación $3x + y = 12$.**

x	**0**		**3**		**5**	**–1**		**–3**
y		**9**		**0**			**18**	

x	0	1	3	4	5	–1	–2	–3
y	12	9	3	0	–3	15	18	21

4 **Reduce a la forma general estas ecuaciones:**

a) $2x - 5 = y$

b) $x - 3 = 2(x + y)$

c) $y = \dfrac{x+1}{2}$

a) $2x - y = 5$

b) $x + 2y = -3$

c) $x - 2y = -1$

Página 161

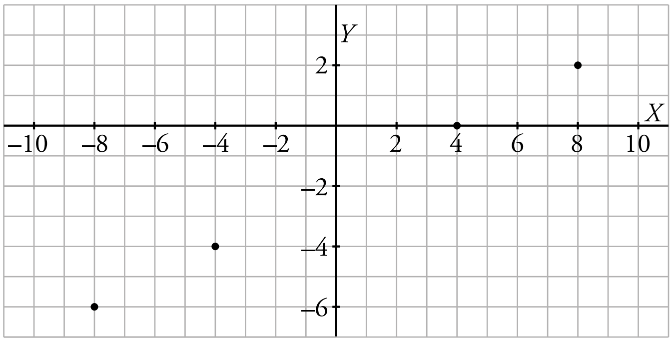
Para fijar ideas

1 **Copia y completa la tabla para la siguiente ecuación:**

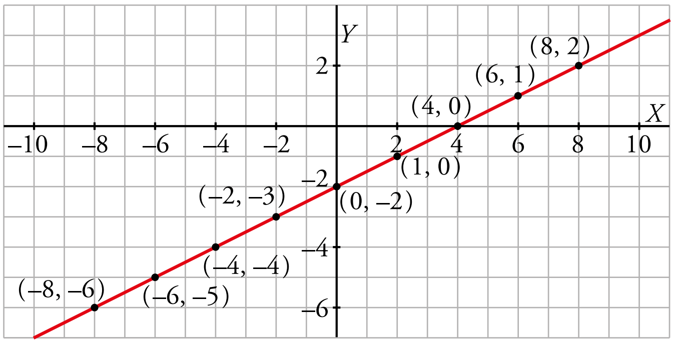
$$x - 2y - 4 = 0 \;\rightarrow\; x - 4 = 2y \;\rightarrow\; y = \frac{x-4}{2}$$

x	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	…
y	–6		–4				0		2	…

Copia la gráfica en tu cuaderno y representa los pares de valores. Dibuja la recta y comprueba que quedan alineados.



x	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	…
y	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	…



Para practicar

5 **Copia y completa la tabla para cada ecuación y representa la recta correspondiente.**

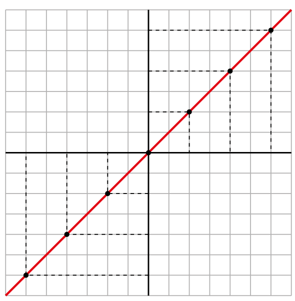
a) $x - y = 0 \rightarrow y = x$

b) $x - 2y = 2 \rightarrow y = \dfrac{x-2}{2}$

x	–6	–4	–2	0	2	4	6	…
y								…

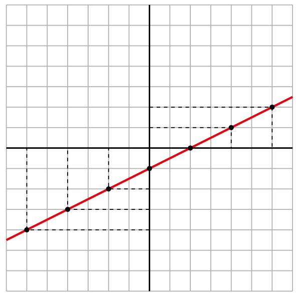
a)

x	–6	–4	–2	0	2	4	6
y	–6	–4	–2	0	2	4	6



b)

x	–6	–4	–2	0	2	4	6
y	–4	–3	–2	–1	0	1	2



6 **Representa gráficamente.**

a) $2x - y = 1$ **b)** $2x + y = 1$ **c)** $y = \dfrac{x}{2} + 3$

a)

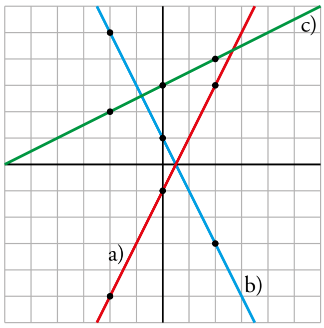
x	–2	0	2
y	–5	–1	3

b)

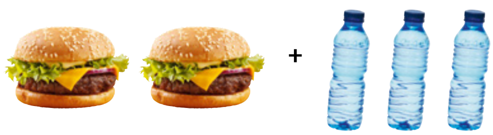
x	–2	0	2
y	5	1	–3

c)

x	–2	0	2
y	2	3	4



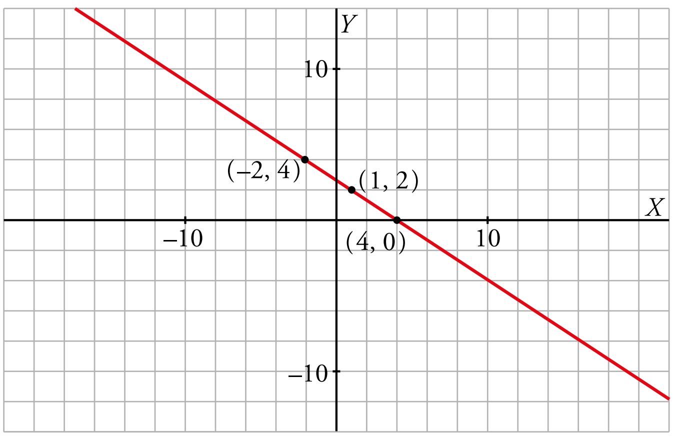
7 **Escribe la ecuación y representa su recta.**



= 8 €

$2x + 3y = 8 \rightarrow y = \dfrac{8 - 2x}{3}$

x	1	–2	4
y	2	4	0



2 ▶ SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Página 162

Para practicar

1 **Representa gráficamente y escribe la solución.**

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 2 + \dfrac{x}{2} \\ y = 4 - \dfrac{x}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$

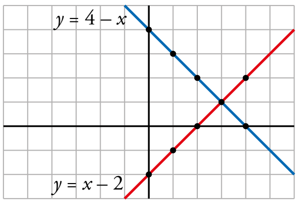
a) $y = 4 - x \rightarrow$

x	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0

$y = x - 2 \rightarrow$

x	0	1	2	3	4
y	–2	–1	0	1	2

Solución: $x = 3$; $y = 1$



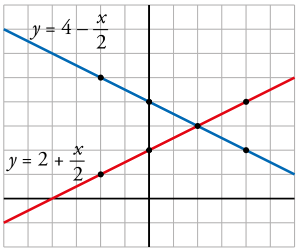
b) $y = 2 + \dfrac{x}{2} \rightarrow$

x	–2	0	2	4
y	1	2	3	4

$y = 4 - \dfrac{x}{2} \rightarrow$

x	–2	0	2	4
y	5	4	3	2

Solución: $x = 2$; $y = 3$



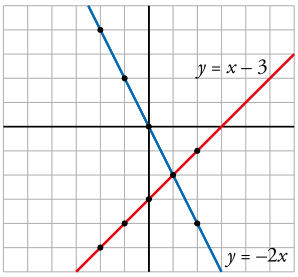
c) $y = x - 3 \rightarrow$

x	–2	–1	0	1	2
y	–5	–4	–3	–2	–1

$y = -2x \rightarrow$

x	–2	–1	0	1	2
y	4	2	0	–2	–4

Solución: $x = 1$; $y = -2$



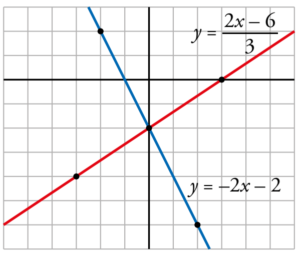
d) $y = \dfrac{2x - 6}{3} \rightarrow$

x	–3	0	3
y	–4	–2	0

$y = -2x - 2 \rightarrow$

x	–2	0	2
y	2	–2	–6

Solución: $x = 0$; $y = -2$



3 ▶ MÉTODOS PARA LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES

Página 163

Para fijar ideas

1 **Copia, completa y resuelve el sistema anterior, pero ahora despejando la incógnita y de la primera ecuación.**

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \rightarrow y = \dots \\ x + 2y = 8 \longrightarrow x + 2\,(\dots) = 8 \end{cases}$$

Resuelve la ecuación obtenida y obtendrás el valor de x: $\boxed{x = \dots}$

Sabiendo el valor de x, calcula el valor de y, que ya tenías despejada: $\boxed{y = \dots}$

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \rightarrow y = 3x - 3 \\ x + 2y = 8 \longrightarrow x + 2\,(3x - 3) = 8 \end{cases}$$

Resuelve la ecuación obtenida y obtendrás el valor de x: $\boxed{x = 2}$

Sabiendo el valor de x, calcula el valor de y, que ya tenías despejada: $\boxed{y = 3}$

Para practicar

1 **Resuelve por sustitución y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan abajo.**

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y = x + 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

Soluciones: **a)** $x = 4$, $y = 2$ **b)** $x = 9$, $y = 10$ **c)** $x = 3$, $y = 4$ **d)** $x = 3$, $y = 5$ **e)** $x = 5$, $y = -2$

a) $2y + 3y = 10 \rightarrow y = 2;\ x = 4$

b) $3x - 2(x + 1) = 7 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 9 + 1 = 10$

c) $x = 11 - 2y \rightarrow 3(11 - 2y) - y = 5 \rightarrow y = 4$
$x = 11 - 2 \cdot 4 \rightarrow x = 3$

d) $y = 2x - 1 \rightarrow 5x - 3(2x - 1) = 0 \rightarrow x = 3$
$y = 2 \cdot 3 - 1 \rightarrow y = 5$

e) $x = 1 - 2y \rightarrow 2(1 - 2y) + 3y = 4 \rightarrow y = -2$
$x = 1 - 2 \cdot (-2) \rightarrow x = 5$

Página 164

Para fijar ideas

2 **Copia y completa para resolver el siguiente sistema, por igualación, despejando la incógnita y.**

$$\begin{cases} 4x + y = 1 \rightarrow y = \square - 4x \\ 3x - y = -15 \rightarrow y = 3x + \square \end{cases} \quad \square - 4x = 3x + \square \rightarrow -7x = \square \rightarrow x = \frac{\square}{-7} \rightarrow \boxed{x = \dots}$$

$$y = 1 - 4\square \rightarrow \boxed{y = \dots}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 1 \rightarrow y = 1 - 4x \\ 3x - y = -15 \rightarrow y = 3x + 15 \end{cases} \quad 1 - 4x = 3x + 15 \rightarrow -7x = 14 \rightarrow$$

$$x = \frac{14}{-7} \rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$y = 1 - 4(-2) \rightarrow \boxed{y = 9}$$

Para practicar

2 **Resuelve por igualación y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan abajo.**

a) $\begin{cases} y = 3x \\ y = 5x - 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 5x - y + 1 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 7 \end{cases}$

Soluciones: a) $x = 2$, $y = 6$ b) $x = 5$, $y = -1$ c) $x = -1$, $y = -4$ d) $x = -2$, $y = 5$ e) Sin solución.

a) $3x = 5x - 4 \to x = 2;\ y = 3 \cdot 2 \to y = 6$

b) $\left.\begin{array}{l} x = 3 - 2y \\ x = 8 + 3y \end{array}\right\}\ 3 - 2y = 8 + 3y \to y = -1 \to x = 3 - 2 \cdot (-1) = 5$

c) $\left.\begin{array}{l} y = -2x - 6 \\ y = \ \ 5x + 1 \end{array}\right\}\ -2x - 6 = 5x + 1 \to x = -1 \to y = 5 \cdot (-1) + 1 = -4$

d) $\left.\begin{array}{l} y = \dfrac{-5x}{2} \\ y = 1 - 2x \end{array}\right\}\ \dfrac{-5x}{2} = 1 - 2x \to x = -2 \to y = 1 - 2 \cdot (-2) = 5$

e) $\left.\begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ y = \dfrac{4x - 7}{2} \end{array}\right\}\ 2x - 3 = \dfrac{4x - 7}{2} \to$ Sin solución.

Página 165

Para fijar ideas

3 **Copia, completa y sigue las instrucciones para resolver los siguientes sistemas por reducción.**

a) **Suma las ecuaciones para eliminar y.**

$$\begin{cases} 7x + 2y = 6 \\ x - 2y = 10 \end{cases} \to \begin{array}{r} 7x + 2y = 6 \\ +\ \ x - 2y = 10 \\ \hline 8x + 0y = \square \end{array} \to \boxed{x = ...}$$

$$7x + 2y = 6 \to 7 \cdot \square + 2y = 6 \to$$

$$2y = -\square \to y = \frac{-\square}{2} \to \boxed{y = ...}$$

b) **Multiplica la primera ecuación por –2 y la segunda por 3 para eliminar x.**

$$\begin{cases} 3x - 5y = 5 \xrightarrow{\times(-2)} \\ 2x - 3y = 4 \xrightarrow{\times 3} \end{cases} \begin{array}{r} -6x + \square y = -\square \\ +\ \ 6x - \square y = \ \square \\ \hline 0x + \square y = \ \square \end{array} \to \boxed{y = ...}$$

$$2x - 3y = 4 \to 2x - 3 \cdot \square = 4 \to 2x = \square \to$$

$$\to x = \frac{\square}{2} \to \boxed{x = ...}$$

a) Suma las ecuaciones para eliminar y.

$$\begin{cases} 7x + 2y = 6 \\ x - 2y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} 7x + 2y = 6 \\ + \quad x - 2y = 10 \\ \hline 8x + 0y = 16 \end{array} \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$7x + 2y = 6 \rightarrow 7 \cdot 2 + 2y = 6 \rightarrow 2y = -8 \rightarrow y = \frac{-8}{2} \rightarrow \boxed{y = -4}$$

b) Multiplica la primera ecuación por –2 y la segunda por 3 para eliminar x.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 5 \xrightarrow{\times(-2)} \\ 2x - 3y = 4 \xrightarrow{\times 3} \end{cases} \begin{array}{r} -6x + 10y = -10 \\ + \quad 6x - 9y = 12 \\ \hline 0x + 1y = 2 \end{array} \rightarrow \boxed{y = 2}$$

$$2x - 3y = 4 \rightarrow 2x - 3 \cdot 2 = 4 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow \boxed{x = 5}$$

Para practicar

3 **Resuelve por reducción siguiendo las instrucciones.**

a) $\begin{cases} 4x + y = 1 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$ **(Multiplica la 1.ª ecuación por +3)**

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$ **(Multiplica la 1.ª ecuación por +5 y la 2.ª por +3).**

a) $\left.\begin{array}{r} 12x + 3y = 3 \\ x - 3y = 10 \end{array}\right\} \rightarrow 13x = 13 \rightarrow x = 1;\ 12 \cdot 1 + 3y = 3 \rightarrow y = -3$

b) $\left.\begin{array}{r} 10x + 15y = 35 \\ 9x - 15y = 3 \end{array}\right\} \rightarrow 19x = 38 \rightarrow x = 2;\ 10 \cdot 2 + 15y = 35 \rightarrow y = 1$

4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON AYUDA DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Página 166

Para fijar ideas

1 Observa y resuelve: ¿Cuánto pesa cada caja?

$$\begin{cases} x = y + 175 \\ \square y = x + \square \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} x = y + 175 \\ 3y = x + 125 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 325 \\ y = 150 \end{array}$$

La caja grande pesa 325 kg, y la pequeña, 150 kg.

2 Pepa tiene 5 años más que su hermano Enrique, y entre los dos suman 21 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

$$\begin{cases} \text{EDAD DE PEPA} = \text{EDAD DE ENRIQUE} + 5 \\ \text{EDAD DE PEPA} + \text{EDAD DE ENRIQUE} = 21 \end{cases}$$

EDAD DE PEPA → x EDAD DE ENRIQUE → y

$$\left.\begin{array}{r} x = y + 5 \\ x + y = 21 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 13 \\ y = 8 \end{array}$$ → Pepa tiene 13 años, y Enrique, 8 años.

3 En una clase hay 29 alumnos y alumnas, pero el número de chicas supera en tres al de chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

$$\begin{cases} \text{CHICAS} = \text{CHICOS} + 3 \\ \text{CHICOS} + \text{CHICAS} = 29 \end{cases}$$

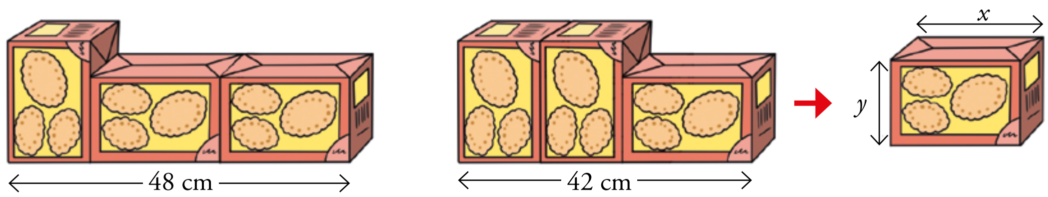
CHICOS → x CHICAS → y

$$\left.\begin{array}{r} y = x + 3 \\ x + y = 29 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 13 \\ y = 16 \end{array}$$ → En la clase hay 13 chicos y 16 chicas.

Página 167

Para fijar ideas

4 Observa y resuelve: ¿Qué trozo de la estantería ocupa una de estas cajas cuando está tumbada? ¿Y de pie?



$$\begin{cases} \square x + \quad y = \square \\ x + \square y = \square \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 48 \\ x + 2y = 42 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 18 \\ y = 12 \end{array}$$

Cuando está tumbada ocupa 18 cm, y cuando está de pie, 12 cm.

5 **He comprado tres bolígrafos y un rotulador por 6 €. Mi amiga Rosa ha pagado 9,25 € por dos bolígrafos y tres rotuladores. ¿Cuánto cuesta un bolígrafo? ¿Y un rotulador?**

 $\rightarrow$ ***x* €**

 $\rightarrow$ ***y* €**

$$\begin{cases} \square x + \ \ y = \square \\ \square x + \square y = \square \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3x + \ \ y = 6 \\ 2x + 3y = 9,25 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 1,25 \\ y = 2,25 \end{array}$$ $\rightarrow$ Un bolígrafo cuesta 1,25 €, y un rotulador, 2,25 €.

6 **En la frutería, un cliente ha pagado 3,90 € por un kilo de naranjas y dos de manzanas. Otro cliente ha pedido tres kilos de naranjas y uno de manzanas, y ha pagado 5,70 €. ¿Cuánto cuesta un kilo de naranjas? ¿Y uno de manzanas?**

1 KG DE NARANJAS $\rightarrow$ ***x* €** **1 KG DE MANZANAS** $\rightarrow$ ***y* €**

$$\begin{cases} x + \square y = \square \\ \square x + \ \ y = \square \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 3,90 \\ 3x + \ \ y = 5,70 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 1,50 \\ y = 1,20 \end{array}$$ $\rightarrow$ Un kilo de naranjas cuesta 1,50 €, y uno de manzanas, 1,20 €.

7 **La semana pasada, dos entradas para el cine y una caja de palomitas nos costaron 10 €. Hoy, por cuatro entradas y tres cajas de palomitas hemos pagado 22 €. ¿Cuánto cuesta una entrada? ¿Y una caja de palomitas?**

$$\begin{cases} \square x + \ \ y = \square \\ \square x + \square y = \square \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x + \ \ y = 10 \\ 4x + 3y = 22 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \end{array}$$ $\rightarrow$ Una entrada para el cine cuesta 4 €, y una caja de palomitas, 2 €.

Página 168

Para fijar ideas

8 **Completa y resuelve en tu cuaderno.**

a) **Ahora, la edad de Cristina triplica la de su prima María, pero dentro de 10 años solo la doblará. ¿Cuál es la edad de cada una?**

	EDAD AHORA	DENTRO DE 10 AÑOS
CRISTINA	x	$x + 10$
MARÍA	y	$y + 10$

La edad de Cristina es el triple que la de María. $\longrightarrow x = \square y$

Dentro de 10 años, la edad de Cristina será el doble que la de María. $\rightarrow x + 10 = \square(y + 10)$

b) **Rafael, en la actualidad, multiplica por seis la edad de su nieta Adela, pero hace 2 años, la multiplicaba por siete. ¿Cuántos años tiene Rafael? ¿Y Adela?**

	EDAD AHORA	HACE 2 AÑOS
RAFAEL	x	$x - \square$
ADELA	y	$y - \square$

ECUACIONES

$x = \square y$

$x - \square = \square(y - \square)$

a) La edad de Cristina es el triple que la de María. $\longrightarrow x = 3y$

Dentro de 10 años, la edad de Cristina será el doble que la de María. $\rightarrow x + 10 = 2(y + 10)$

$$\left.\begin{array}{l} x - 3y = 0 \\ x - 2y = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 30 \\ y = 10 \end{array}$$

Cristina tiene 30 años, y María, 10.

b) Rafael, en la actualidad, multiplica por seis la edad de su nieta Adela, pero hace 2 años, la multiplicaba por siete. ¿Cuántos años tiene Rafael? ¿Y Adela?

	EDAD AHORA	HACE 2 AÑOS
RAFAEL	x	$x-2$
ADELA	y	$y-2$

ECUACIONES

$x = 6y$

$x - 2 = 7(y-2)$

$$\left.\begin{array}{r} x - 6y = 0 \\ x - 7y = -12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 72 \\ y = 12 \end{array}$$

Rafael tiene 72 años, y Adela, 12.

Página 169

Para fijar ideas

9 Copia, completa y resuelve en tu cuaderno.

a) ¿Qué cantidades de café, uno de calidad superior, A, a 13 €/kg, y otro de calidad inferior, B, a 8 €/kg, hay que utilizar para conseguir 30 kg de mezcla que resulte a 10 €/kg?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
CAFÉ SUPERIOR (A)	x	13	$13x$
CAFÉ INFERIOR (B)	y	8	$\square y$
MEZCLA	$\square$	10	$30 \cdot 10$

Cantidad de café A + Cantidad de café B = Cantidad de la mezcla $\rightarrow$ $x + y = \square$

Coste de café A + Coste del café B = Coste de la mezcla $\longrightarrow$ $13x + \square y = 300$

b) ¿Qué cantidades de oro, a 8 €/g, y de plata, a 1,70 €/g, se necesitan para obtener 1 kg de aleación que resulte a 4,22 €/g?

	CANTIDAD (g)	PRECIO (€/g)	COSTE (€)
ORO	x	8	$\square x$
PLATA	y	1,7	$\square y$
ALEACIÓN	1 000	4,22	…

ECUACIONES

$x + y = \square$

$\square x + \square y = \square$

a) ¿Qué cantidades de café, uno de calidad superior, A, a 13 €/kg, y otro de calidad inferior, B, a 8 €/kg, hay que utilizar para conseguir 30 kg de mezcla que resulte a 10 €/kg?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
CAFÉ SUPERIOR (A)	x	13	$13x$
CAFÉ INFERIOR (B)	y	8	$8y$
MEZCLA	30	10	300

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ 13x + 8y = 300 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 12 \\ y = 18 \end{array}$$

Se necesitan 12 kilos del café de calidad superior y 18 kilos del de calidad inferior.

b) ¿Qué cantidades de oro, a 8 €/g, y de plata, a 1,70 €/g, se necesitan para obtener 1 kg de aleación que resulte a 4,22 €/g?

	CANTIDAD (g)	PRECIO (€/g)	COSTE (€)
ORO	x	8	$8x$
PLATA	y	1,7	$1{,}7y$
ALEACIÓN	1 000	4,22	4 220

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 1\,000 \\ 8x + 1{,}7y = 4\,220 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 400 \\ y = 600 \end{array}$$

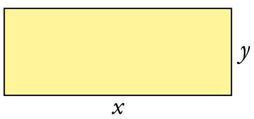
Se necesitan 400 gramos de oro y 600 gramos de plata.

Página 170

Para fijar ideas

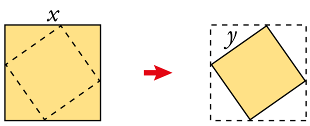
10 **Copia y resuelve en tu cuaderno.**

a) Un rectángulo es 7 cm más largo que ancho y ocupa una superficie de 98 m^2. Calcula la longitud de sus lados.



$$\rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = y + \square \\ x \cdot y = \square \;\rightarrow\; (y + \square) \cdot y = \square \;\rightarrow\; \ldots \end{array}\right.$$

b) Observa la figura. Cortando cuatro esquinas iguales de un cuadrado se obtiene otro cuadrado con 2 cm menos de lado y 24 cm^2 menos de superficie. ¿Cuál es el lado del cuadrado primitivo? ¿Y el lado del cuadrado resultante?



$$\rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = y + \square \\ x^2 - y^2 = \square \;\rightarrow\; (y + \square)^2 - y^2 = \square \;\rightarrow\; \ldots \end{array}\right.$$

a) $$\left.\begin{array}{r} x = y + 7 \\ x \cdot y = 98 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 14 \\ y = 7 \end{array}$$

El largo del rectángulo es 14 cm, y su ancho, 7 cm.

b) $$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ x^2 - y^2 = 24 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 12 \\ y = 10 \end{array}$$

El lado del cuadrado primitivo es 12 cm, y el del cuadrado resultante, 10 cm.

Página 171

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ecuaciones lineales

1 **¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son lineales? Justifica tu respuesta.**

a) $3x + 5y = 1$

b) $x^2 - y^2 = 6$

c) $y = 5x - 1$

d) $x = 4 - 3y$

e) $xy - 4 = 8$

f) $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{5}$

a) Es lineal por ser x e y de primer grado.

b) No es lineal, ya que es una ecuación de segundo grado.

c) Es lineal por ser x e y de primer grado.

d) Es lineal por ser x e y de primer grado.

e) No es lineal, ya que es una ecuación de segundo grado.

f) Es lineal por ser x e y de primer grado.

2 **¿Cuáles de los siguientes pares de valores son soluciones de la ecuación?**

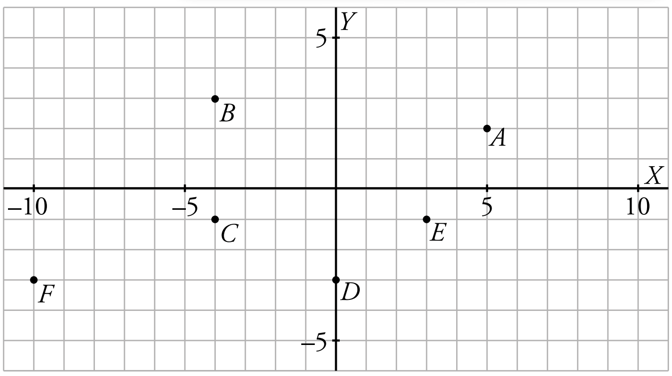
$x + 2y = 5 \rightarrow$ $\boxed{x = 5,\ y = 0}$ $\boxed{x = 2,\ y = 5}$ $\boxed{x = 1,\ y = 2}$ $\boxed{x = -1,\ y = 3}$ $\boxed{x = 0,\ y = -4}$ $\boxed{x = 7,\ y = -1}$

$x + 2y = 5 \rightarrow$ $\boxed{x = 5,\ y = 0}$ $\cancel{\boxed{x = 2,\ y = 5}}$ $\boxed{x = 1,\ y = 2}$ $\boxed{x = -1,\ y = 3}$ $\cancel{\boxed{x = 0,\ y = -4}}$ $\boxed{x = 7,\ y = -1}$

3 **Completa la tabla en tu cuaderno y representa la ecuación en el plano.**

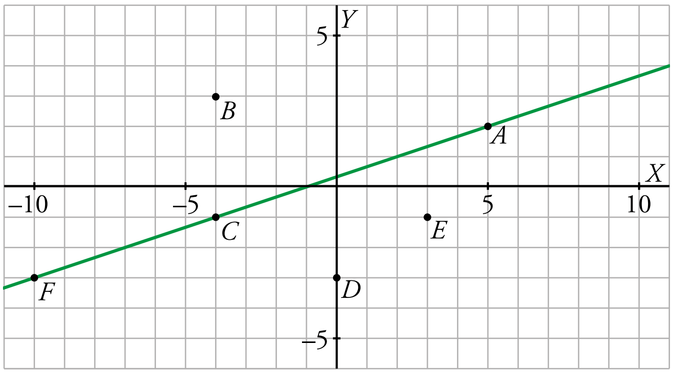
$y = \dfrac{x+1}{3} \rightarrow$

x	–7	–4	–1	2	5	8
y	–2					3



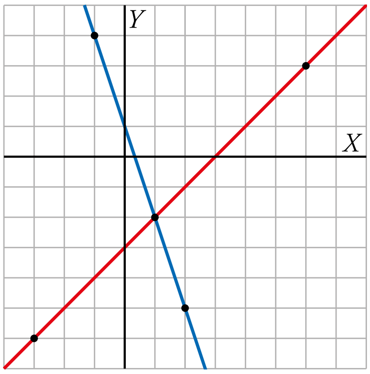
¿Cuáles de los puntos representados son soluciones de la ecuación?

x	–7	–4	–1	2	5	8
y	–2	–1	0	1	2	3



Son solución los puntos A, C y F.

4 **Completa en tu cuaderno y responde.**



Ⓐ $y = x - 3$

x	–3	0	3	6
y				

Ⓑ $y = 1 - 3x$

x	–1	0	1	2
y				

a) ¿Qué recta corresponde a cada ecuación?

b) ¿Qué punto pertenece a ambas rectas?

c) ¿Qué par de valores para (x, y) satisface a la vez a ambas ecuaciones?

x	–3	0	3	6
y	–6	–3	0	3

x	–1	0	1	2
y	4	1	–2	–5

a) La recta roja corresponde a la ecuación de A, y la azul, a la de B.

b) El punto de cruce de las dos rectas, (1, –2).

c) $x = 1$; $y = -2$

Sistemas de ecuaciones. Resolución gráfica

5 **Resuelve gráficamente.**

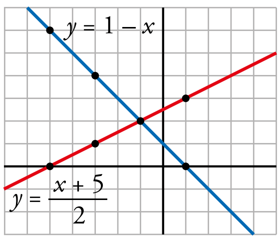
a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$

a) $y = 1 - x$

x	–5	–3	–1	1
y	6	4	2	0

$y = \dfrac{x+5}{2}$

x	–5	–3	–1	1
y	0	1	2	3



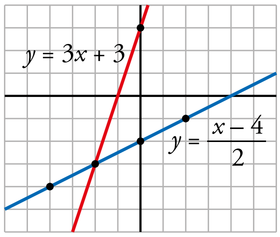
Solución del sistema: $x = -1$; $y = 2$

b) $y = \dfrac{x-4}{2}$

x	–4	–2	0	2
y	–4	–3	–2	–1

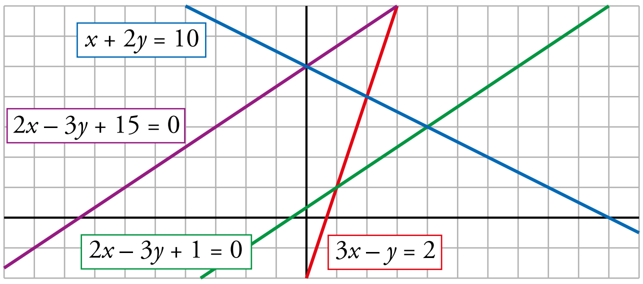
$y = 3x + 3$

x	–4	–2	0	2
y	–9	–3	3	9



Solución del sistema: $x = -2$; $y = -3$

6 **Observa el gráfico y responde.**



a) Escribe un sistema cuya solución sea $x = 2$, $y = 4$.

b) Escribe un sistema cuya solución sea $x = 0$, $y = 5$.

c) Escribe un sistema sin solución.

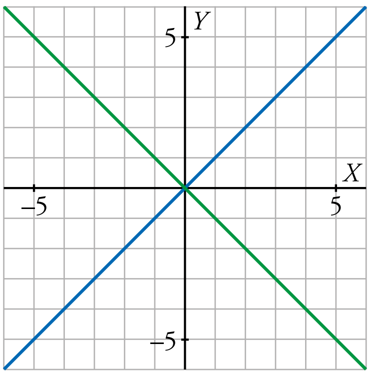
a) $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - 3y + 15 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y + 15 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$

7 **Representa gráficamente y escribe la solución.**

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$$



Solución del sistema: $x = 0$; $y = 0$

Sistemas de ecuaciones. Resolución algebraica

8 **Resuelve por sustitución despejando la incógnita más adecuada.**

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x - y = -7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} y = 5x - 3 \\ 2x + 3(5x - 3) = 8 \end{array}\right\} \to x = 1;\ y = 2$

b) $\left.\begin{array}{l} x = 7 + 2y \\ 2(7 + 2y) - 3y = 13 \end{array}\right\} \to y = -1;\ x = 5$

c) $\left.\begin{array}{l} x = 1 - 4y \\ 2(1 - 4y) - y = -7 \end{array}\right\} \to y = 1;\ x = -3$

d) $\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{2y - 5}{5} \\ 4 \cdot \dfrac{2y - 5}{5} - 3y = 3 \end{array}\right\} \to x = -3;\ y = -5$

9 **Resuelve por igualación.**

a) $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = 5x - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 3x + 5y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = 0 \end{cases}$

a) $3x - 5 = 5x - 1 \to x = -2;\ y = -11$

b) $\left.\begin{array}{l} x = 7 - y \\ x = y - 3 \end{array}\right\} \to 7 - y = y - 3 \to y = 5;\ x = 2$

c) $\left.\begin{array}{l} x = 8 + 3y \\ x = \dfrac{10 - 5y}{3} \end{array}\right\} \to 8 + 3y = \dfrac{10 - 5y}{3} \to y = -1;\ x = 5$

d) $\left.\begin{array}{l} y = \dfrac{1 - 5x}{2} \\ y = \dfrac{-7x}{3} \end{array}\right\} \to \dfrac{1 - 5x}{2} = \dfrac{-7x}{3} \to x = 3;\ y = -7$

10 **Resuelve por reducción.**

a) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{array}{rrcl} & 2x + y & = & 6 \\ + & 5x - y & = & 1 \\ \hline & 7x & = & 7 \end{array} \to x = 1$

$2 \cdot 1 + y = 6 \to y = 4$

b) $\begin{array}{rrcl} & 3x + 4y & = & 1 \\ + & -3x + y & = & -11 \\ \hline & 5y & = & -10 \end{array} \to y = -2$

$3x + 4 \cdot (-2) = 1 \to x = 3$

c) $\begin{array}{rrcl} & 2x + 3y & = & 8 \\ + & 12x - 3y & = & 6 \\ \hline & 14x & = & 14 \end{array} \to x = 1$

$2 \cdot 1 + 3y = 8 \to y = 2$

d) $\begin{array}{rrcl} & 6x - 10y & = & 18 \\ + & -6x + 9y & = & -15 \\ \hline & -y & = & 3 \end{array} \to y = -3$

$6x - 10 \cdot (-3) = 18 \to x = -2$

Página 172

11 **Resuelve por el método que te parezca más adecuado.**

a) $\begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$

a) Sustitución:

$2(2x + 10) = x + 8 \to x = -4$

$y = 2 \cdot (-4) + 10 \to y = 2$

b) Reducción:

$$\begin{array}{rl} & 2x + y = -1 \\ + & -x - y = 4 \\ \hline & x = 3;\ 2 \cdot 3 + y = -1 \to y = -7 \end{array}$$

c) Sustitución:

$x = -5 - 2y$

$(-5 - 2y) - 3y = 5 \to y = -2$

$x = -5 - 2 \cdot (-2) \to x = -1$

d) Reducción:

$$\begin{array}{rl} & 6x - 2y = 2 \\ + & 5x + 2y = 9 \\ \hline & 11x = 11 \to x = 1 \end{array}$$

$5 + 2y = 9 \to y = 2$

e) Reducción:

$$\begin{array}{rl} & 6x - 2y = 0 \\ + & -6x + 10y = -24 \\ \hline & 8y = -24 \to y = -3 \end{array}$$

$6x - 2 \cdot (-3) = 0 \to x = -1$

f) Igualación:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{10 + 5y}{7} \\ x = \dfrac{3y - 5}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \dfrac{10 + 5y}{7} = \dfrac{3y - 5}{2} \to y = 5 \\ x = \dfrac{10 + 5 \cdot 5}{7} \to x = 5 \end{array}$$

12 Ejercicio resuelto.

13 **Resuelve los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} 2(3x + y) + x = 4(x + 1) \\ 6(x - 2) + y = 2(y - 1) + 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5(2x + 1) = 4(x - y) - 1 \\ \dfrac{x - y}{2} = \dfrac{x + 5}{3} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x - 4}{2} - \dfrac{y - 5}{3} = 0 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 2x - y \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 4 \\ 6x - y = 13 \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \end{array}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = -3 \\ x - 3y = 10 \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -3 \end{array}$

c) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 2 \\ 4x - 3y = 0 \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} x = 6 \\ y = 8 \end{array}$

14 **Resuelve.**

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2 + y \\ (2 + y)^2 - y^2 = 24 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 12 \\ y = 10 \end{array}$

b) $\left.\begin{array}{l} x = 3 + y \\ (3 + y)^2 + y^2 = 5 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 2;\ y = -1 \\ x = 1;\ y = -2 \end{array}$

Resuelve problemas con sistemas de ecuaciones

15 **La suma de dos números es 57, y su diferencia, 9. ¿Cuáles son esos números?**

$\left.\begin{array}{l} x + y = 57 \\ x - y = 9 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 33 \\ y = 24 \end{array}\right\}$ Los números son 33 y 24.

16 **Calcula dos números sabiendo que su diferencia es 16 y que el doble del menor sobrepasa en cinco unidades al mayor.**

$\left.\begin{array}{l} x - y = 16 \\ 2y = x + 5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 37 \\ y = 21 \end{array}\right\}$ Los números son 37 y 21.

17 **Entre Alejandro y Palmira llevan 15 euros. Si él le diera a ella 1,50 €, ella tendría el doble. ¿Cuánto lleva cada uno?**

Alejandro $\rightarrow x$

Palmira $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 15 \\ 2(x - 1{,}5) = y + 1{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 6{,}5 \\ y = 8{,}5 \end{array}\right\}$ Alejandro tiene 6,50 €, y Palmira, 8,50 €.

18 **Una caña de bambú, de 4,80 m de altura, se quiebra por la acción del viento, y el extremo superior, ahora apuntando hacia el suelo, queda a una altura de 60 cm. ¿A qué altura se ha quebrado la caña?**

Parte que se ha quebrado $\rightarrow x$

Parte que se mantiene en pie $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 4{,}8 \\ x + 0{,}6 = y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 2{,}1 \\ y = 2{,}7 \end{array}\right\}$ La caña se ha quebrado a 2,70 m del suelo.

19 **Un ciclista sube un puerto y, después, desciende por el mismo camino. Sabiendo que en la subida ha tardado 23 minutos más que en la bajada y que la duración total del paseo ha sido de 87 minutos, ¿cuánto ha tardado en subir? ¿Y en bajar?**

Tiempo de subida $\rightarrow x$

Tiempo de bajada $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{l} x + y = 87 \\ x = 23 + y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 55 \\ y = 32 \end{array}\right\}$ La subida ha durado 55 minutos, y la bajada, 32 minutos.

20 **En cierta cafetería, por dos cafés y un refresco nos cobraron el otro día 3,80 €. Hoy hemos tomado un café y tres refrescos, y nos han cobrado 5,90 €. ¿Cuánto cuesta un café? ¿Y un refresco?**

Coste del café $\rightarrow x$

Coste del refresco $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3,80 \\ x + 3y = 5,90 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 1,1 \\ y = 1,6 \end{array}\right\}$$

El café cuesta 1,10 €, y el refresco, 1,60 €.

21 **Un hotel lleno alberga a 62 clientes en 35 habitaciones, unas individuales y otras dobles. ¿Cuántas habitaciones simples y cuántas dobles tiene el hotel?**

Habitaciones dobles $\rightarrow x$

Habitaciones individuales $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 35 \\ 2x + y = 62 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 27 \\ y = 8 \end{array}\right\}$$ Hay 27 habitaciones dobles y 8 individuales.

22 **Un puesto ambulante vende los melones y las sandías a un precio fijo la unidad. Carolina se lleva 5 melones y 2 sandías, que le cuestan 27 €. Julián paga 26 € por 3 melones y 4 sandías. ¿Cuánto cuesta un melón? ¿Y una sandía?**

Coste de un melón $\rightarrow x$

Coste de una sandía $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = 27 \\ 3x + 4y = 26 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 3,5 \end{array}\right\}$$

Un melón cuesta 4 €, y una sandía, 3,50 €.

23 **Un fabricante de jabones envasa 550 kg de detergente en 200 paquetes, unos de 2 kg y otros de 5 kg. ¿Cuántos envases de cada clase utiliza?**

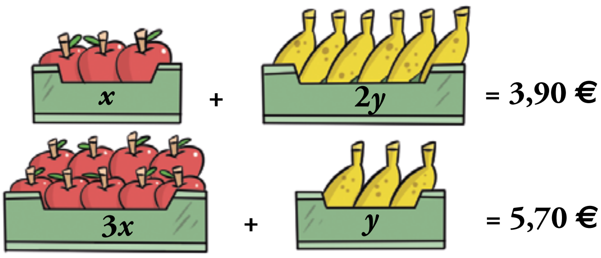
Envases de 2 kg $\rightarrow x$

Envases de 5 kg $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 200 \\ 2x + 5y = 550 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 150 \\ y = 50 \end{array}\right\}$$ Utiliza 150 envases de 2 kg y 50 envases de 5 kg.

Página 173

24 **Escribe el enunciado de un problema para el sistema que muestra la ilustración y resuélvelo.**



Claudia compró la semana pasada un kilo de naranjas y 2 kilos de peras, por lo que pagó 3,90 €. Esta semana, Federico ha comprado 3 kilos de naranjas y uno de peras y ha pagado 5,70 €. ¿Cuánto cuesta el kilo de peras? ¿Y el de naranjas?

Precio del kilo de naranjas $\rightarrow x$

Precio del kilo de peras $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3,90 \\ 3x + y = 5,70 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 1,50 \\ y = 1,20 \end{array}\right\}$ El kilo de peras cuesta 1,20 €, y el de naranjas, 1,50 €.

25 **Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. La recaudación total ha sido de 6 600 €. ¿Cuántos juegos ha vendido sin rebajar y cuántos rebajados?**

Juegos sin rebaja $\rightarrow x$

Juegos con rebaja $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{r} x + y = 100 \\ 70x + 50y = 6\,600 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 80 \\ y = 20 \end{array}\right\}$ Ha vendido 80 juegos de cama sin rebaja y 20 con rebaja.

26 **Un frutero pone a la venta 80 kg de cerezas. Al cabo de unos días ha vendido la mayor parte, pero considera que la mercancía restante no está en buenas condiciones y la retira. Sabiendo que por cada kilo vendido ha ganado 1 €, que por cada kilo retirado ha perdido 2 € y que la ganancia ha sido de 56 €, ¿cuántos kilos ha vendido y cuántos ha retirado?**

Kilos vendidos $\rightarrow x$

Kilos retirados $\rightarrow y$

$\left.\begin{array}{r} x + y = 80 \\ x - 2y = 56 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 72 \\ y = 8 \end{array}\right\}$ Ha vendido 72 kilos y ha retirado 8.

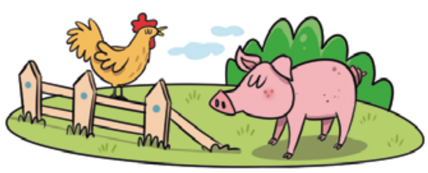
27 **En la granja, entre cerdos y gallinas, hay 12 cabezas y 34 patas. ¿Cuántos cerdos son? ¿Y gallinas?**

Cerdos $\rightarrow$ ***x***

Gallinas $\rightarrow$ ***y***

Patas de cerdos $\rightarrow$ ***4x***

Patas de gallinas $\rightarrow$ ***2y***



$\left.\begin{array}{r} x + y = 12 \\ 4x + 2y = 34 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 5 \\ y = 7 \end{array}\right\}$ Hay 5 cerdos y 7 gallinas.

28 **Rosendo tiene en el bolsillo 12 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. Si en total tiene 3,30 euros, ¿cuántas monedas de cada tipo lleva?**

Monedas de 20 céntimos $\rightarrow x$

Monedas de 50 céntimos $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 12 \\ 20x + 50y = 330 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 9 \\ y = 3 \end{array}\right\}$$ Tiene 9 monedas de 20 céntimos y 3 monedas de 50 céntimos.

29 **En siete saltos, la rana avanza tanto como el saltamontes en cinco salto. Si cada uno da seis saltos, el saltamontes habrá superado a la rana en 144 cm. ¿Cuánto avanza la rana en cada salto? ¿Y el saltamontes?**

Distancia que avanza la rana en cada salto $\rightarrow x$

Distancia que avanza el saltamontes en cada salto $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} 7x = 5y \\ 6y = 6x + 144 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 60 \\ y = 84 \end{array}\right\}$$ La rana avanza 60 cm en cada salto, y el saltamontes, 84 cm.

30 **Si Gracia multiplica su edad por siete, obtiene la de Concha, su abuela. Pero dentro de 11 años solo tendrá que multiplicar por cuatro para conseguir lo mismo. ¿Qué edad tiene cada una?**

	EDAD HOY	DENTRO DE 11 AÑOS
GRACIA	x	$x + 11$
CONCHA	y	$y + 11$

$$\left.\begin{array}{l} 7x = y \\ 4(x + 11) = y + 11 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 11 \\ y = 77 \end{array}\right\}$$

Gracia tiene 11 años, y su abuela Concha, 77.

31 **El doble de la edad de Javier coincide con la mitad de la edad de su padre. Dentro de cinco años, la edad del padre será tres veces la de Javier. ¿Cuántos años tiene hoy cada uno?**

$$\left.\begin{array}{l} 2x = \dfrac{y}{2} \\ 3(x + 5) = y + 5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 10 \\ y = 40 \end{array}\right\}$$ Javier tiene 10 años, y su padre, 40.

32 **Tras la mejora de las vías, un tren de mercancías ha rebajado el tiempo de cierto trayecto en 30 minutos, mientras que uno de alta velocidad lo ha rebajado en 15 minutos. Así, la relación de los tiempos entre ambos es de uno a siete, mientras que antes era de uno a seis.**

	MERCANCÍAS	AVE	RELACIÓN TIEMPOS
AHORA	x	y	1/7
ANTES	$x + 30$	$y + 15$	1/6

¿Cuánto tarda el tren de mercancías y cuánto el AVE?

$$\left.\begin{array}{l} x = 7y \\ x + 30 = 6(y + 15) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 420 \\ y = 60 \end{array}\right\}$$

El tren de mercancías tarda 420 minutos (7 horas), y el AVE, una hora.

33 **En un taller de confección se tardaba el triple de tiempo en hacer una chaqueta que en hacer un pantalón. Sin embargo, tras renovar la maquinaria, se invierten 10 minutos menos en cada prenda, pero hacer una chaqueta lleva cinco veces el tiempo que lleva hacer un pantalón.**

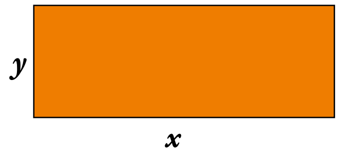
¿Cuánto se tardaba antes, y cuánto actualmente, en hacer una chaqueta? ¿Y en hacer un pantalón?

	CHAQUETA	PANTALÓN
AHORA	x	y
ANTES	$x + 10$	$y + 10$

$$\left.\begin{array}{l} x = 5y \\ x + 10 = 3(y + 10) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 50 \\ y = 10 \end{array}\right\}$$

Ahora se tarda 50 minutos en hacer una chaqueta y 10 minutos en hacer un pantalón. Antes se tardaba 1 hora en hacer una chaqueta y 20 minutos en hacer un pantalón.

34 **El largo de un rectángulo es inferior en 7 centímetros al doble del ancho, y el perímetro mide 58 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?**



$$\begin{cases} x = 2y - 7 \\ 2x + 2y = 58 \end{cases}$$

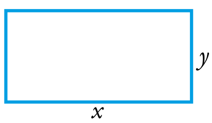
Resolvemos por sustitución:

$$2(2y - 7) + 2y = 58 \rightarrow y = 12 \rightarrow x = 17$$

El rectángulo mide 17 cm de largo × 12 cm de ancho.

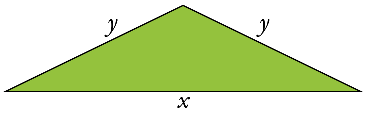
35 **Para cercar una parcela rectangular, 25 metros más larga que ancha, se han necesitado 210 metros de alambrada. Calcula las dimensiones de la parcela.**

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 25 \\ 2x + 2y = 210 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 65 \\ y = 40 \end{array}\right\}$$



La parcela tiene unas dimensiones de 65 m de largo × 40 m de ancho.

36 **En un triángulo isósceles, el perímetro mide 29 cm y la suma de los lados iguales supera en 3 cm al lado desigual. Calcula la longitud de cada lado.**



$$\begin{cases} x + 2y = 29 \\ 2y = x + 3 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2y + x = 29 \\ 2y = x + 3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 13 \\ y = 8 \end{array} \rightarrow$$ El lado desigual mide 13 cm y los dos lados iguales miden 8 cm.

Página 174

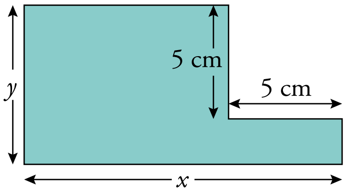
37 El área de un triángulo mide 54 m² y su base supera en un centímetro a los dos tercios de la altura. Calcula la longitud de la base y la de la altura.

Base $\rightarrow x$

Altura $\rightarrow y$

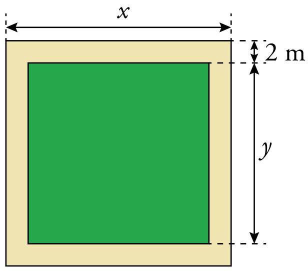
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{xy}{2} = 54 \\ x = \dfrac{2}{3}y + 1\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}x = 9 \\ y = 12\end{array}\right\}$$ La base mide 9 cm y la altura, 12 cm.

38 Calcula la longitud de los lados del siguiente polígono, sabiendo que el perímetro mide 42 cm y el área 73 cm².



$$\left.\begin{array}{l}2x + 2y = 42 \\ xy - 25 = 73\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}x = 14 \\ y = 7\end{array}\right\}$$ Los lados del polígono son 14 cm, 7 cm, 9 cm, 5 cm, 5 cm y 2 cm, respectivamente.

39 En un patio cuadrado se ha ajardinado una zona interior, dejando alrededor un paseo de 2 metros de anchura que tiene una superficie de 184 m².



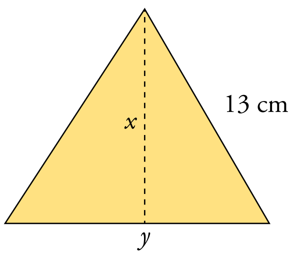
$$\begin{cases}x = y + \square \\ x^2 - y^2 = \square\end{cases}$$

¿Cuáles son las dimensiones del patio? ¿Y de la zona ajardinada?

$$\left.\begin{array}{l}x = y + 4 \\ x^2 - y^2 = 184\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}x = 25 \\ y = 21\end{array}\right\}$$

El patio mide 25 metros de lado y la zona ajardinada, 21 metros de lado.

40 En un triángulo isósceles, uno de los lados iguales mide 13 cm y la altura sobre el lado desigual es 2 cm mayor que dicho lado. Calcular el área.



$$\begin{cases}x = y + 2 \\ x^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 13^2\end{cases}$$

Recuerda el teorema de Pitágoras.

$$(y+2)^2+\left(\frac{y}{2}\right)^2 \to x=12;\ y=10$$

El lado desigual mide 10 cm y la altura, 12 cm. Calculamos su área:

$$A=\frac{y\cdot x}{2}=\frac{120}{2}=60$$

Su área es de 60 cm^2.

41 **Un concurso televisivo está dotado de un premio de 3 000 € para repartir entre dos concursantes, A y B.**

El reparto se hará en partes proporcionales al número de pruebas superadas. Tras la realización de estas, resulta que el concursante A ha superado cinco pruebas, y el B, siete. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

A se lleva $\to$ ***x*** ***B se lleva*** $\to$ ***y***

El premio conseguido es proporcional al número de pruebas superadas $\to$ ***x/5 = y/7***

$$\left.\begin{array}{l} x+y=3\,000 \\ \frac{x}{5}=\frac{y}{7} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x=1\,250 \\ y=1\,750 \end{array}\right\}$$ El concursante A se lleva 1 250 €, y el B, 1 750 €.

42 **¿Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 600 litros de mezcla a 2,40 €/litro?**

Aceite de oliva $\to$ x litros

Aceite de orujo $\to$ y litros

$$\left.\begin{array}{l} x+y=600 \\ 3x+2y=600\cdot 2{,}40 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x=240 \\ y=360 \end{array}\right\}$$ Hay que emplear 240 litros de aceite de oliva y 360 litros de aceite de orujo.

43 **A continuación, tienes un problema resuelto de dos formas. Indica sus diferencias e incluye las explicaciones oportunas para aclarar su desarrollo.**

Un camión parte de cierta población a 90 km/h. Diez minutos después sale un coche a 110 km/h. Calcula el tiempo que tarda en alcanzarlo y la distancia recorrida desde el punto de partida.

Solución A

	VELOCIDAD (km/h)	TIEMPO (h)	DISTANCIA (km)
COCHE	110	x	y
CAMIÓN	90	$x+\frac{10}{60}$	y

$$\left\{\begin{array}{l} y=110x \\ y=90\left(x+\frac{1}{6}\right) \end{array}\right. \to 110x=90\left(x+\frac{1}{6}\right) \to \begin{array}{l} x=\frac{3}{4}\text{ h} \\ y=82{,}5\text{ km} \end{array}$$

Solución: **Tarda 45 minutos y recorren 82,5 km.**

Solución B

Distancia coche = distancia camión $\to$ d

Tiempo coche $\to$ **distancia/velocidad =** $\frac{d}{110}$

Tiempo camión $\to$ **distancia/velocidad =** $\frac{d}{90}$

$$\frac{d}{90} = \frac{d}{110} + \frac{1}{6} \rightarrow d = 82{,}5 \text{ km}$$

Tiempo coche $\rightarrow \dfrac{d}{110} = \dfrac{82{,}5}{110} = \dfrac{3}{4}$ **h = 45 min**

Solución: **Tarda 45 minutos y recorren 82,5 km.**

En A, el problema se resuelve con dos incógnitas, mediante un sistema de dos ecuaciones. En B, se resuelve con una ecuación y una sola incógnita.

Solución A

- Se asigna la incógnita x al tiempo que tarda el coche, en horas.
- El camión tarda en su recorrido diez minutos más que el coche, que son 10/60 de hora.

  Así, el tiempo del camión, también en horas, es $x + \dfrac{10}{60}$.
- Se asigna la incógnita y a la distancia recorrida por el coche hasta el alcance, que es la misma que la recorrida por el camión.
- Aplicando a cada vehículo la relación *distancia* = *velocidad* · *tiempo*, se construyen las dos ecuaciones que forman el sistema.

Solución B

- Se asigna la incógnita d a la distancia recorrida tanto por el coche como por el camión.
- Se codifican algebraicamente, en función de la incógnita d, los tiempos del coche y del camión. Para ello se atiende a la relación *tiempo* = *distancia*/*velocidad*. Si la velocidad se expresa en km/h, la distancia va en kilómetros y el tiempo, en horas.
- Se construye la ecuación traduciendo a lenguaje algebraico la igualdad:

TIEMPO DEL CAMIÓN = TIEMPO DEL COCHE + DIEZ MINUTOS

Todos estos tiempos deben ir en horas. Por eso, 10 minutos se expresan como 10/60 de hora = 1/6 de hora.

44 **Dos ciudades, A y B, distan 270 km. En cierto momento, un coche parte de A hacia B a 110 km/h, y, a la vez, sale de B hacia A un camión a 70 km/h. ¿Qué distancia recorre cada uno hasta que se encuentran?**

La suma de las distancias es 270 $\rightarrow$ $x + y = 270$
Los tiempos invertidos por el coche y el camión, hasta el encuentro, son iguales $\rightarrow$ $x/110 = y/70$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 270 \\ \frac{x}{110} &= \frac{y}{70} \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 165 \\ y &= 105 \end{aligned}\right\}$$ El coche recorre 165 km, y el camión, 105 km.

45 **Un peatón sale de A hacia B caminando a una velocidad de 4 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un ciclista a 17 km/h. Si la distancia entre A y B es de 14 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse y a qué distancia de A y de B lo hacen?**

Distancia desde A del peatón $\rightarrow x$

Distancia desde B del ciclista $\rightarrow 7 - x$

Tiempo $\rightarrow t$

$$\left.\begin{aligned} x &= t \cdot 4 \\ 14 - x &= t \cdot 17 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} t &= 2/3 \\ x &= 8/3 \end{aligned}\right\}$$ Tardan 2/3 h = 40 min en encontrarse.

El encuentro se produce a 8/3 km ≈ 2 km 666 m del punto de partida, A, del peatón.

Página 175

Problemas «+»

46 **Un coche y un camión salen simultáneamente de dos ciudades dirigiéndose, cada uno, hacia la otra, y se cruzan al cabo de dos horas. Cuando el camión llega a su destino, ya hace tres horas que el coche llegó al suyo. ¿En cuánto tiempo ha realizado cada vehículo su viaje?**

- ***Camión** $\to$ **x horas***
  En una hora cubre 1/x del trayecto.
- ***Coche** $\to$ **y horas***
  En una hora cubre 1/y del trayecto.
- ***Ambos** $\to$ **2 horas***
  En una hora cubren 1/2 del trayecto.

$$\begin{cases} x = y + 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$\dfrac{1}{y+3} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{2} \to x = 6;\ y = 3$ (la solución $x = 1;\ y = -2$ no es válida)

El camión ha necesitado 6 horas y el coche, 3 horas.

47 **Un depósito de agua se abastece de dos grifos que, abiertos simultáneamente, lo llenan en una hora y doce minutos. ¿Cuánto tarda en llenar el depósito cada grifo por separado, sabiendo que en esas condiciones uno invierte una hora más que el otro?**

Justifica el siguiente sistema y resuélvelo: $\begin{cases} \boldsymbol{x = y + 1} \\ \boldsymbol{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6}} \end{cases}$

Ayuda: 1 h 12 min son 72/60 de hora, es decir, 6/5 de hora.

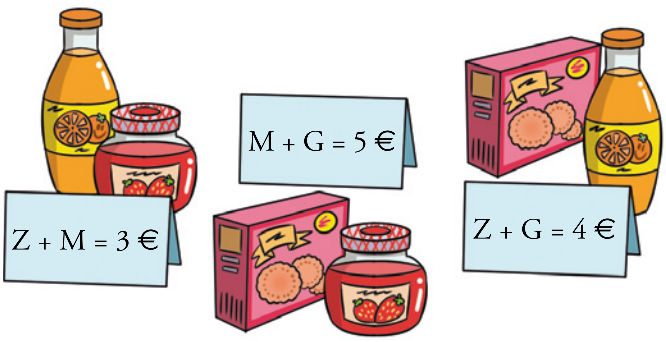
Si un grifo tarda un tiempo x en llenar el depósito, en una hora llenará $1/x$. El otro grifo tarda y horas en llenar el depósito y por tanto en una hora llenará $1/y$. Juntos tardan 6/5 de hora en llenarlo y, por tanto, en una hora llenan 5/6, de ahí la segunda ecuación.

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 1 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \end{array}\right\} \dfrac{1}{y+1} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \to 12y + 6 = 5y^2 + 5y$$

$5y^2 - 7y - 6 = 0 \to y = 2$ (la solución $y = -3/5$ no es válida) $\to x = 3$

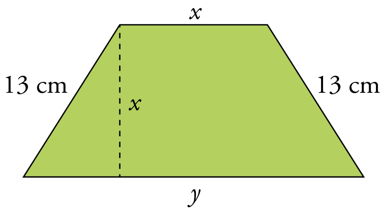
Actuando por separado, uno de los grifos tardaría dos horas en llenar el depósito, y el otro grifo, tres horas.

48 **¿Cuánto cuesta la botella de zumo? ¿Y el tarro de mermelada? ¿Y la caja de galletas?**



$$\left.\begin{array}{l} Z + M = 3 \\ Z + G = 4 \\ M + G = 5 \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} Z = 3 - M \\ \left.\begin{array}{l}(3 - M) + G = 4 \\ M + G = 5\end{array}\right\} \end{array} \to \left.\begin{array}{l} G - M = 1 \\ G + M = 5 \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} G = 3 \\ M = 2 \\ Z = 1 \end{array} \to \begin{array}{l} \text{Galletas: } 3 \text{ €} \\ \text{Mermelada: } 2 \text{ €} \\ \text{Zumo: } 1 \text{ €} \end{array}$$

49 **El área del trapecio mide 204 cm². La altura es igual a la base menor y supera en un centímetro a la mitad de su base mayor. Calcula el perímetro.**



$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} \cdot x = 204 \\ \dfrac{y}{2} + 1 = x \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+y}{2} \cdot x = 204 \\ \dfrac{y}{2} + 1 = x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 12 \\ y = 22 \end{array}\right\}$$ El perímetro del trapecio es 12 + 13 + 22 + 13 = 60 cm.

50 Problema resuelto.

51 **Resuelve, por tanteo y con un sistema de ecuaciones, un problema igual que el anterior con otros datos:**

- **La suma de las cifras es 13.**
- **Al intercambiar las centenas con las decenas, el número disminuye en 180.**

Los capicúas cuyas tres cifras suman 13 son:

616 - 535 - 454 - 373 - 292

Les restamos 180:

$616 - 180 = 436 \rightarrow$ No vale.

$535 - 180 = 355 \rightarrow$ ¡Lo encontré!

$$\left.\begin{array}{l} x + y + x = 13 \\ 100x + 10y + x - 180 = 100y + 10x + x \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 3 \end{array}$$

El número buscado es el 535.

52 **Catalina tuvo a su hija, Amaya, a los 27 años. Y hoy, sus edades se escriben con las mismas cifras. Sabiendo que Amaya tiene menos de 20 años, ¿qué edad tiene hoy cada una?**

$$\boxed{x}\boxed{y} - \boxed{y}\boxed{x} = 27$$

$$\Downarrow$$

$$(10x + y) - (10y + x) = 27$$

Reduciendo la ecuación queda $x - y = 3$. Probando números de una cifra y, teniendo en cuenta que Amaya tiene menos de 20 años, la solución es que Amaya tiene 14 años y Catalina, su madre, 41.

Página 176

INVESTIGA E INTERPRETA

Observa los enunciados y su relación con las ecuaciones y con el gráfico que los acompañan.

Un cicloturista sale de la población A, avanzando hacia la población B, a la velocidad de 12 km/h.

A la misma hora sale de B hacia A una corredora ciclista, entrenando, a 24 km/h.

En un punto, entre A y B, delante de su casa, un jubilado contempla el tránsito de la carretera.

$y = 12x \rightarrow$

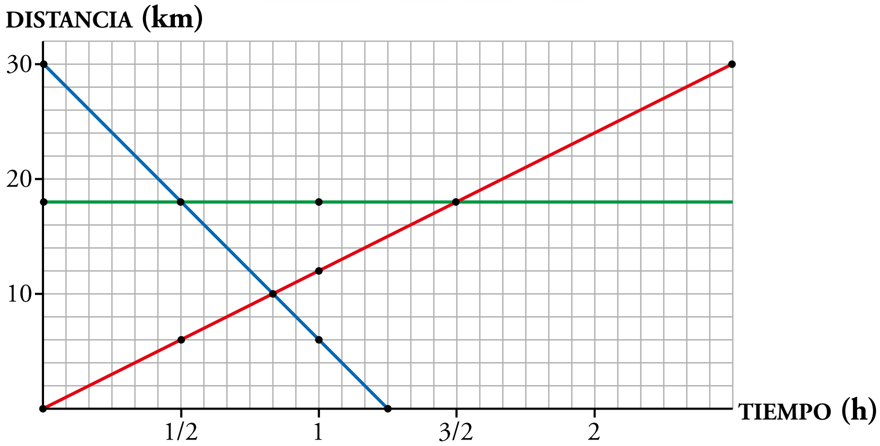
x	0	1/2	5/6	1
y	0	6	10	12

$y = 30 - 24x \rightarrow$

x	0	1/2	5/6	1
y	30	18	10	6

$y = 18 + 0x \rightarrow$

x	0	1/2	5/6	1
y	18	18	18	18



Responde a estas preguntas sabiendo que x indica el tiempo transcurrido desde la salida e y la distancia a la población A.

a) La recta roja corresponde al cicloturista y la azul a la corredora que entrena. ¿Y la verde?

b) ¿Cuánto tardan en cruzarse los ciclistas?

c) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que el jubilado ve pasar al cicloturista? ¿Y hasta que ve pasar a la corredora?

d) ¿Qué distancia hay entre A y B? ¿A qué distancia de A está el jubilado?

a) La línea verde corresponde al jubilado.

b) Los ciclistas tardan 50 minutos en cruzarse.

c) Pasa 1 hora y media hasta que el jubilado ve pasar al cicloturista, y media hora hasta que ve pasar a la corredora.

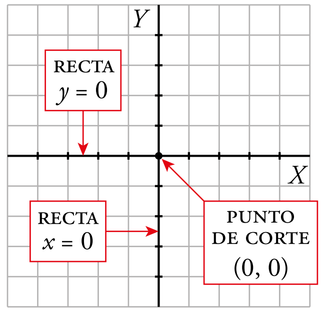
d) Hay 30 km entre A y B. El jubilado está a 18 km de A.

LEE E INFÓRMATE

Un sistema muy particular

¿Te has preguntado alguna vez cuáles son las ecuaciones de los ejes de coordenadas?

Observa que, en la ecuación $0x + 1y = 0$, la incógnita y toma el valor *cero* valga lo que valga x.



$\mathbf{0x + 1y = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow}$

x	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**…**
y	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**…**

¡Es la ecuación del eje de abscisas!

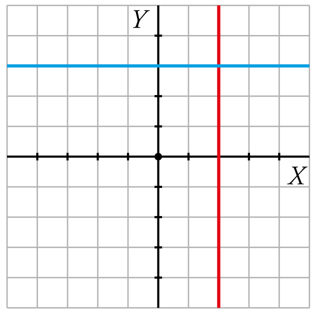
- **Según eso, ¿cuál es la ecuación del eje de ordenadas?**

  $1x + 0y = 0 \rightarrow x = 0$

- **Y, ¿cuál es la solución del sistema formado por las dos ecuaciones anteriores?**

  La solución del sistema formado por las ecuaciones de los ejes es el punto de corte de los mismos, esto es, el origen de coordenadas (0, 0).

Otros sistemas especiales



Comprueba que las rectas roja y azul coinciden con la representación gráfica de estas dos ecuaciones.

¿Cuál es la solución del sistema?

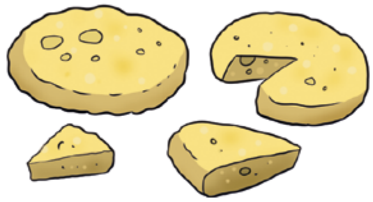
$$\begin{cases} x + 0y = 2 \\ 0x + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

La solución del sistema está en el punto (2, 3).

Página 177

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Tantea y reflexiona



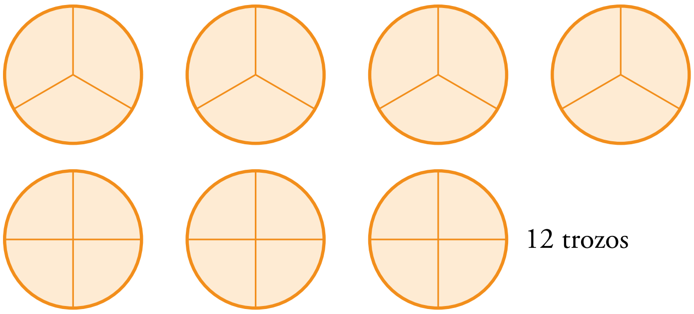
- **Todos los chicos y las chicas de la clase de Guille se van de excursión al campo. Entre otras cosas, encargan 14 tortillas. Al mediodía, reparten una tortilla para cada tres personas, y en la merienda, una para cada cuatro. ¿Cuántas personas fueron de excursión?**

  Cada excursionista come $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ de tortilla.

  14 tortillas: $\frac{7}{12} = \frac{14 \cdot 12}{7} = 24$ individuos

  Resolvámoslo esquemáticamente:

  Partimos tortillas en terceras partes y en cuartas partes hasta que el número de trozos coincida:

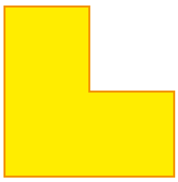
  

  12 trozos

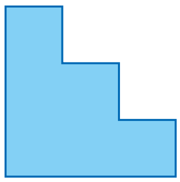
  12 trozos

  Esto significaría que con 7 tortillas comerían y merendarían 12 personas.
  Como hay 14 tortillas, el número de excursionistas es 24.

- **El perímetro de la figura amarilla es 160 mm, y el área de la azul, 600 mm^2. Calcula el área de la amarilla y el perímetro de la azul.**

  lado = 160 : 8 = 20 mm = 2 cm
  Área = 3 lado^2 = 12 cm^2

  La figura está formada por 6 cuadrados.
  Cada cuadrado tiene una superficie de 100 m^2.
  El lado de cada cuadrado mide 10 m.
  El perímetro de la figura es de 12 · 10 = 120 m.

- **Busca al menos tres soluciones a esta suma, teniendo en cuenta que a letras distintas corresponden cifras diferentes:**

  uno
  uno
  uno
  uno
  uno
  \+ uno
  seis

  a) **uno** = 417, **seis** = 2 502
  b) **uno** = 347, **seis** = 2 082
  c) **uno** = 357, **seis** = 4 134
  d) **uno** = 467, **seis** = 2 802
  e) **uno** = 689, **seis** = 4 434

AUTOEVALUACIÓN

1 **Representa gráficamente las siguientes ecuaciones:**

a) $y = 2x - 1$

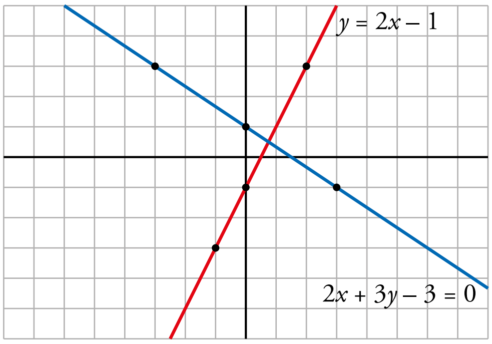
b) $2x + 3y - 3 = 0$

a)

x	–1	0	2
y	–3	–1	3

b) $y = \dfrac{3 - 2x}{3} \rightarrow$

x	–3	0	3
y	3	1	–1



2 **Resuelve gráficamente este sistema:**

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

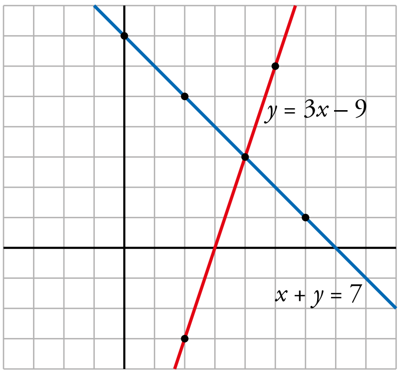
a) $y = 7 - x \rightarrow$

x	2	4	6
y	5	3	1

$y = 3x - 9 \rightarrow$

x	2	4	6
y	–3	3	9

Solución del sistema: $x = 4$; $y = 3$.



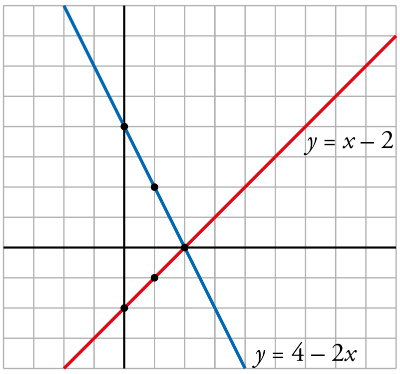
b) $y = 4 - 2x \rightarrow$

x	0	1	2
y	4	2	0

$y = x - 2 \rightarrow$

x	0	1	2
y	–2	–1	0

Solución del sistema: $x = 2$; $y = 0$.



3 **Resuelve por el método de sustitución.**

a) $\begin{cases} x - \ \ y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = \ \ 1 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$

a) $x = 6 + y \rightarrow 2(6 + y) + 3y = 7 \rightarrow y = -1;\ x = 6 + (-1) = 5$

b) $x = 1 - y \rightarrow 3(1 - y) - y = -9 \rightarrow -4y = -12 \rightarrow y = 3;\ x = -2$

4 **Resuelve por el método de igualación.**

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2 - y \\ x = 10 + y \end{array}\right\} \to 2 - y = 10 + y \to y = -4;\ x = 2 - (-4) = 6$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 2x - 7 \\ y = 2 - x \end{array}\right\} \to 2x - 7 = 2 - x \to x = 3;\ y = -1$

5 **Resuelve por el método de reducción.**

a) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -3x + y = -8 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

Multiplicando la primera ecuación por 5 y sumando, se obtiene:

a) $14x = 42 \to x = 3;\ 4 \cdot 3 + 5y = 2 \to y = -2$

b) $\left.\begin{array}{r} -3x + y = -8 \\ 3x - 6y = 18 \end{array}\right\} \to -5y = 10 \to y = -2;\ x = 2$

6 **Simplifica las ecuaciones y resuelve el sistema.**

a) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{3} \\ \dfrac{2x}{5} = 1 + \dfrac{y}{4} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{5x}{3} = 2y + 13 \\ \dfrac{3x}{5} - \dfrac{2y}{3} = 5 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 7 \\ 8x - 5y = 20 \end{array}\right\} \to y = 4;\ x = 5$

b) $\left.\begin{array}{r} 5x - 6y = 39 \\ 9x - 10y = 75 \end{array}\right\} \to y = 6;\ x = 15$

7 **Escribe un sistema de ecuaciones para la siguiente ilustración y resuélvelo.**

Palomitas $\to x$

Refresco $\to y$

$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ 2x + 3y = 13{,}75 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 3{,}50 \\ y = 2{,}25 \end{array}\right\}$ Las palomitas cuestan 3,50 €, y el refresco, 2,25 €.

8 **Calcula dos números sabiendo que su suma es 119 y que el triple del menor sobrepasa en 17 unidades al doble del mayor.**

$\left.\begin{array}{l} x + y = 119 \\ 3x = 17 + 2y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 51 \\ y = 68 \end{array}\right\}$ Los números son 51 y 68.

9 **En la cafetería, ayer pagamos 3 € por dos cafés y una tostada. Sin embargo, hoy nos han cobrado 6,30 € por tres cafés y tres tostadas. ¿Cuánto cuesta un café, y cuánto, una tostada?**

Café $\rightarrow x$

Tostada $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 3x + 3y = 6{,}30 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 0{,}90 \\ y = 1{,}20 \end{array}\right\}$$ Un café cuesta 0,90 €, y una tostada, 1,20 €.

10 **La base de un rectángulo es 8 cm más larga que la altura y el perímetro mide 42 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.**

Base $\rightarrow b$

Altura $\rightarrow a$

$$\left.\begin{array}{l} b = a + 8 \\ 2a + 2b = 42 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 6{,}5 \\ b = 14{,}5 \end{array}\right\}$$

Las dimensiones del rectángulo son 14,5 cm de base y 6,5 cm de altura.

11 **Un almacenista ha mezclado café de calidad superior, a 7,60 €/kg, con otro café de una calidad inferior, a 4,20 €/kg, obteniendo 100 kilos de mezcla que ha salido a un precio de 5,50 €/kg. ¿Qué cantidad de cada clase ha utilizado?**

Café calidad superior $\rightarrow x$

Café calidad inferior $\rightarrow y$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 100 \\ 7{,}60x + 4{,}10y = 5{,}43 \cdot 100 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 38 \\ y = 62 \end{array}\right\}$$

Ha utilizado 38 kilos de calidad superior y 62 kilos de calidad inferior.