15 FUNCIONES

Página 302

Funciones y relaciones numérica

1 **Según cuenta la leyenda, el rey de León, en una partida de caza, compró al conde Fernán González un azor por el precio de un grano de trigo.**

La deuda se doblaría por cada día transcurrido sin ser satisfecha. El rey lo olvidó.

A propósito de esa leyenda, completa la tabla en tu cuaderno.

DÍAS TRANSCURRIDOS	1	2	3	4	5	10	20	d
GRANOS DE TRIGO	1	2	4	8				

DÍAS TRANSCURRIDOS	1	2	3	4	5	10	20	d
GRANOS DE TRIGO	1	2	4	8	16	512	524 288	2^{d-1}

Funciones y relaciones algebraica

2 **Siguiendo con la tabla anterior, llamando G al número de granos y d a los días transcurridos, traduce a una ecuación:**

Número de granos = 2 elevado al número de días menos uno

NOTA: ***Pasado un año, el conde reclamó el pago y resultó que no había trigo suficiente en el mundo. Así consiguió la independencia de Castilla.***

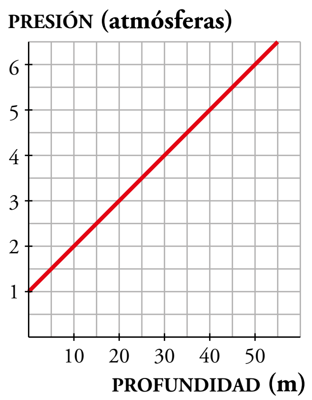
$G = 2^{(d-1)}$

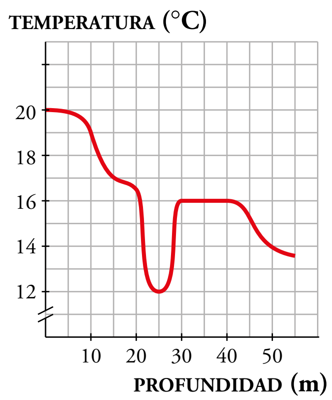
Página 303

Funciones y gráfica

3 **Unos buceadores han medido la presión y la temperatura del agua durante una inmersión a diferentes profundidades.**

Los resultados se dan gráficamente:





a) ¿Cuál es la presión a 25 m de profundidad? ¿Y la temperatura?

b) ¿Se puede decir que a más profundidad más presión? ¿Pasa lo mismo con la temperatura?

c) En cierto momento de la inmersión, los buceadores cruzaron una corriente fría. ¿A qué profundidad? ¿Cuáles eran allí la temperatura y la la presión?

a) La presión a 25 metros es de 3,5 atmósferas, y la temperatura, 12 °C.

b) Al aumentar la profundidad aumenta la presión. Podemos decir que el aumento de profundidad es proporcional al aumento de presión.

Con la temperatura no pasa lo mismo porque puede haber corrientes de agua fría.

c) A 25 metros de profundidad los buceadores encontraron una corriente de agua fría. La temperatura del agua allí era de 12 °C. La presión a los 25 metros era de 3,5 atmósfera.

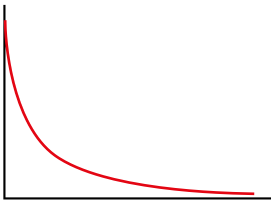
4 Dadas las siguientes relaciones funcionales:

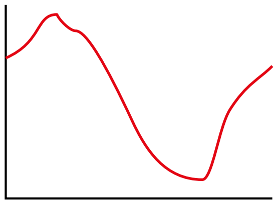
A. Distancia de un caballito del carrusel al eje de giro en función del tiempo.

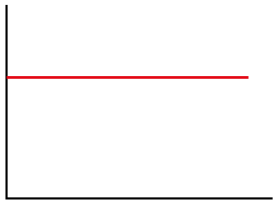
B. La presión atmosférica en función de la altura a la que subamos.

C. Nivel de agua de un pantano en función del mes del año.

Asocia cada enunciado a una de las gráficas que se incluyen debajo:

1


2


3


A → 3

B → 1

C → 2

1 COORDENADAS CARTESIANAS

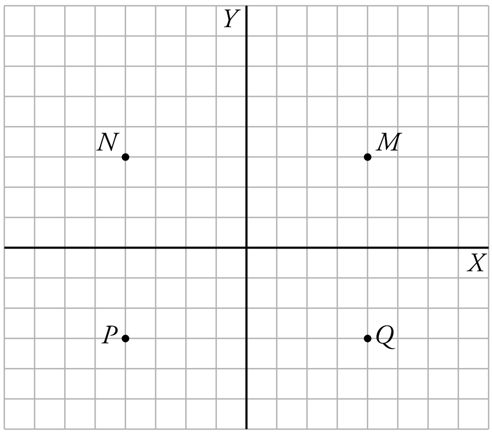
Página 304

Para fijar ideas

1 **Dibuja en unos ejes cartesianos estos cuatro puntos. Observa sus posiciones y di qué tienen en común:**

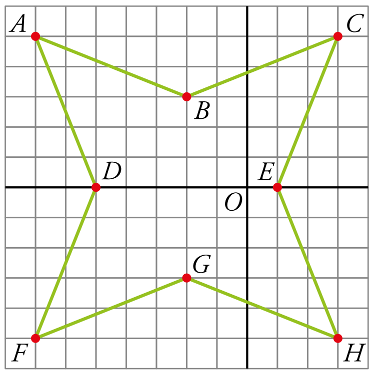
$$M(4, 3) \quad N(-4, 3) \quad P(-4, -3) \quad Q(4, -3)$$

Todos ellos están a la misma distancia del…



Todos ellos están a la misma distancia del origen de coordenadas.

2 **Observa el gráfico de la derecha e indica las coordenadas de los vértices de la estrella.**

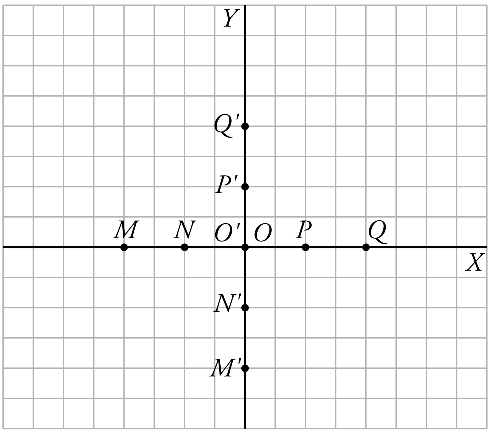


$A(-7, 5)$; $C(3, 5)$; $F(-7, -5)$; $H(3, -5)$

3 **Representa las siguientes series de puntos y contesta. ¿Qué punto tienen en común ambas series? ¿A qué eje pertenece?**

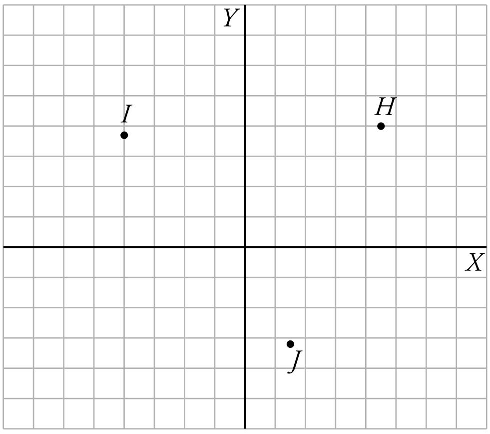
$$M(-4, 0) \rightarrow N(-2, 0) \rightarrow O(0, 0) \rightarrow P(2, 0) \rightarrow Q(4, 0)$$

$$M'(0, -4) \rightarrow N'(0, -2) \rightarrow O'(0, 0) \rightarrow P'(0, 2) \rightarrow Q'(0, 4)$$



Tienen en común el punto (0, 0) que pertenece a los dos ejes.

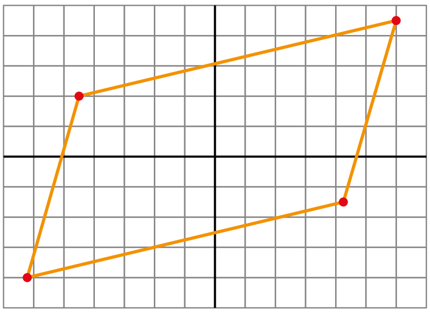
4 **De igual forma que sobre la recta numérica, se pueden representar sobre los ejes cartesianos puntos con coordenadas decimales o fraccionarias. Representa los puntos: *H*(4,5; 4); *I*(– 4; 3,7); *J*(1,5; –3,2).**



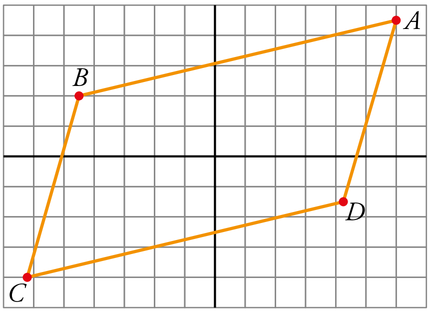
H(4,5; 4); *I*(– 4; 3,7); *J*(1,5; –3,2)

Para practicar

1 **Observa el gráfico y reprodúcelo en tu cuaderno sabiendo que las coordenadas de los vértices son:**



A(6; 4,5) B(–4,5; 2) C(–6,25; –4) D(4,25; –1,5)



2 **Dibuja en tu cuaderno unos ejes de coordenadas.**

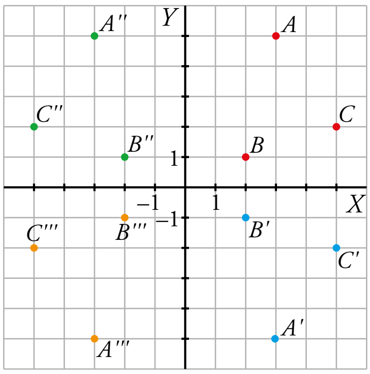
a) Representa los puntos $A(3, 5)$, $B(2, 1)$ y $C(5, 2)$.

b) Halla los simétricos, A', B', C', de A, B y C, respecto del eje X y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

c) Halla los simétricos A'', B'' y C'', de A, B y C, respecto del eje Y y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

d) Halla los simétricos A''', B''' y C''', de A, B y C, respecto del origen de coordenadas, O, y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

a), b), c) y d)



b) $A'(3, –5)$; $B'(2, –1)$; $C'(5, –2)$

Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje X son iguales y sus ordenadas son opuestas.

c) $A''(–3, 5)$; $B''(–2, 1)$; $C''(–5, 2)$

Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje Y son opuestas y sus ordenadas son iguales.

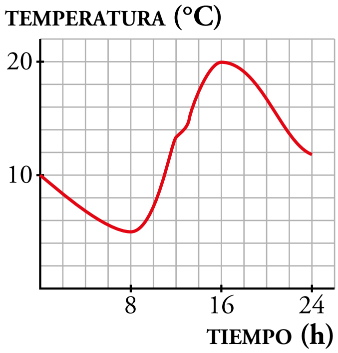
d) Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del origen de coordenadas, O, son opuestas y sus ordenadas son opuestas.

2 ▸ INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

Página 305

Para fijar ideas

1 **Esta gráfica muestra la temperatura en la estación meteorológica de una ciudad a lo largo de 24 horas. Descríbela con palabras. Después, copia y completa:**



a) La variable *x* es el … . Cada cuadradito corresponde a … horas.

La variable *y* es la … . Cada cuadradito representa … °C.

b) A las 0 horas el termómetro marca … °C. A lo largo de la noche la temperatura va descendiendo hasta las ... de la mañana, llegando a los … °C.

c) A esa hora sale el Sol y la temperatura asciende con rapidez hasta las … h. En ese instante el cielo se nubla durante media hora. Después, vuelve a aumentar a mayor velocidad, hasta las … h en que alcanza los … °C.

d) El resto del día, como el Sol ya no calienta tanto, la temperatura va descendiendo hasta quedarse en … °C.

a) La variable *x* es el tiempo. Cada cuadradito corresponde a 2 horas.

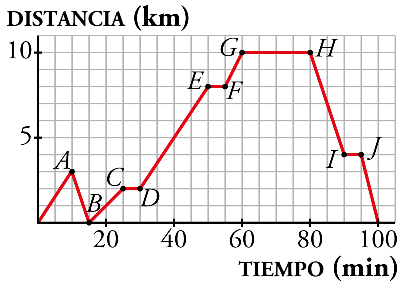
La variable *y* es la temperatura. Cada cuadradito representa 2 °C.

b) A las 0 horas el termómetro marca 10 °C. A lo largo de la noche la temperatura va descendiendo hasta 8 h de la mañana, llegando a los 5 °C.

c) A esa hora sale el Sol y la temperatura asciende con rapidez hasta las 12 h. En ese instante el cielo se nubla durante media hora. Después, vuelve a aumentar mayor velocidad alcanzando los 20 °C.

d) El resto del día, como el Sol ya no calienta tanto, la temperatura va descendiendo hasta quedarse en 12 °C.

2 **Esther sube una montaña en bici. La gráfica informa de la distancia al punto de partida durante el tiempo que dura la excursión.**



a) Al poco de salir (*A*) se da cuenta de que ha olvidado algo y regresa. ¿Qué distancia llevaba recorrida? ¿Cuánto tiempo le lleva el olvido?

b) ¿Cuántas paradas hace antes de llegar a la cima? ¿De qué duración?

c) ¿Cuánto tiempo tarda, desde que inicia definitivamente la subida (*B*), hasta llegar a la cima (*G*)?

d) ¿Cuánto tiempo se queda en la cima comiendo el bocadillo y descansando?

e) Durante la vuelta tiene un pinchazo (*I*). ¿A qué distancia de casa ocurre y cuánto tarda en arreglarlo?

f) ¿A qué distancia de casa está la cima de la montaña? ¿Qué distancia ha recorrido en total?

g) ¿Cuánto ha durado la excursión en total?

a) Llevaban recorridos 3 km. El olvido le lleva 15 minutos.

b) Hace dos paradas de 5 minutos.

c) En llegar a la cima tarda 45 minutos.

d) Se quedara descansando 20 minutos.

e) Ocurre a 4 km de casa. Tarda en arreglarlo 5 minutos.

f) La cima de la montaña está a 10 km de casa.

En total ha recorrido 3 + 3 + 10 + 10 = 26 km.

g) La excursión ha durado en total 100 minutos; es decir, 1 h 40 min.

Para practicar

1 **Jimena salió a hacer una ruta por la montaña mientras que Cayetana fue a dar un paseo por un precioso hayedo. Estas son las gráficas de sus recorridos:**

a) ¿Qué gráfica crees que corresponde a cada chica? ¿Por qué?

b) Describe ambas gráficas.

a) La primera gráfica corresponde a Cayetana, puesto que el recorrido es más suave y tarda 2 horas en recorrer los primeros 5 kilómetros. Sin embargo, Jimena en una hora ya ha recorrido 4 kilómetros, lo que indica que está haciendo un ejercicio más duro.

b) En la primera gráfica, Cayetana recorre 3 km en una hora. Se para a descansar un cuarto de hora y continúa su paseo recorriendo 4 km en una hora y media. Descansa media hora y tarda una hora en volver al punto de partida.

En la segunda gráfica, Jimena recorre 4 km en la primera hora, descansa un cuarto de hora y continúa andando 45 minutos recorriendo 3 km. Descansa 45 minutos e inicia el camino de regreso al punto de partida durante una hora y 45 minutos, descansa 15 minutos y en media hora más está en el punto de partida.

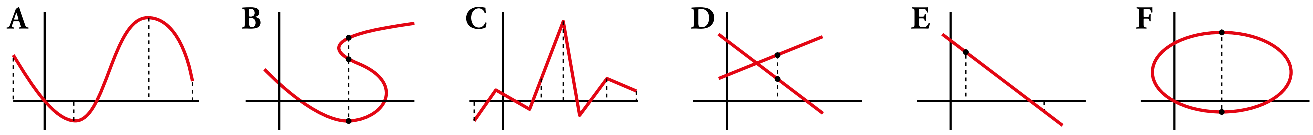
3 ▶ CONCEPTO DE FUNCIÓN

Página 306

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 **¿Cuáles de las siguientes gráficas son funciones y cuáles no?**



	A	B	C	D	E	F
A cada valor de x le corresponde un único de y.	✗					
A algunos valores de x les corresponden varios de y.		✗				
¿Es función?	**Sí**	**No**				

	A	B	C	D	E	F
A cada valor de x le corresponde un único de y.	✗		✗		✗	
A algunos valores de x les corresponden varios de y.		✗		✗		✗
¿Es función?	Sí	No	Sí	No	Sí	No

2 **En la gráfica de arriba (temperatura a lo largo del día):**

a) La temperatura mínima fue de … grados centígrados, a las … de la…

b) A las cinco de la tarde hacía … grados.

c) A las … de la mañana la temperatura era de 12 °C.

d) El sol estuvo oculto por las nubes durante una hora, entre las … y las … de la tarde.

a) La temperatura mínima fue de 6 grados centígrados, a las 7 de la mañana.

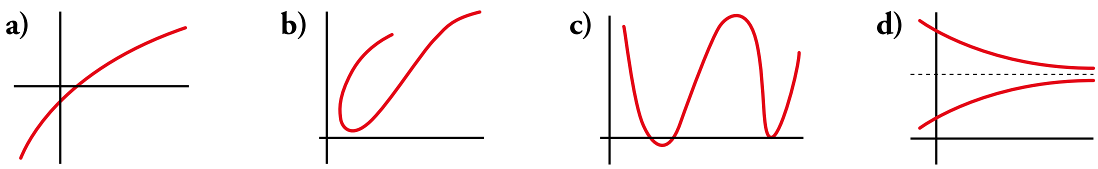
b) A las cinco de la tarde hacía 23 grados.

c) A las 11 de la mañana la temperatura era de 12 °C.

d) El sol estuvo oculto por las nubes durante una hora, entre las 14 y las 15 de la tarde.

Para practicar

1 **¿Cuáles de las siguientes gráficas son funciones y cuáles no? Justifica tus respuestas.**



a) y c) son funciones, ya que por cada valor de x hay un único valor de y.

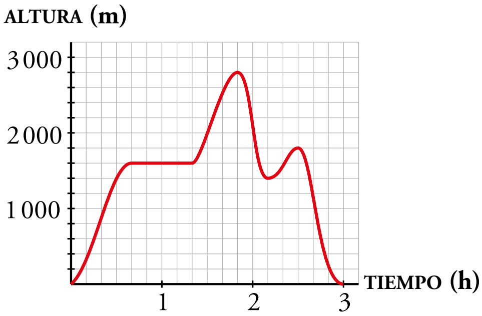
b) y d) no lo son, ya que hay valores de x a los que corresponden varios de y.

4 CRECIMIENTO, DECRECIMIENTO, MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Página 307

Para practicar

1 **En la gráfica de la derecha puedes ver la altura de una avioneta durante sus tres horas de vuelo.**



a) ¿Cuánto tiempo permanece estable? ¿A qué altura?

b) ¿Cuánto tarda en estabilizar la altura?

c) ¿Cuándo llega al máximo? ¿Qué altura alcanza?

d) Haz un breve resumen de la evolución de la altura de la avioneta desde que despega hasta su aterrizaje.

a) Permanece estable durante 40 minutos a 1 600 m de altura.

b) Tarda 40 minutos.

c) Llega a la máxima altura, 2 800 m, al cabo de una hora y 50 minutos.

d) Primero sube sin parar hasta los 1 600 m, vuela a esa altura durante otros 40 minutos pasados los cuales de nuevo asciende hasta alcanzar los 2 800 m. Luego inicia el descenso, hasta llegar a los 1 400 m y, de nuevo, asciende hasta los 1 800 m para desde ahí descender al suelo.

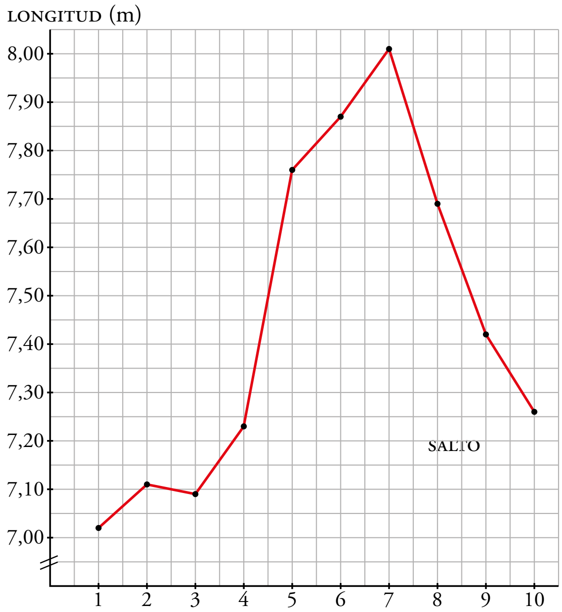
5 ▶ FUNCIONES DADAS POR TABLAS DE VALORES

Página 308

Para practicar

1 **Representa las marcas de otro saltador de longitud como el descrito en el ejemplo 1.**

SALTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LONGITUD	7,02	7,11	7,09	7,23	7,76	7,87	8,01	7,69	7,42	7,26



2 **Otro corredor de fondo como el del ejemplo 2 se ha medido las pulsaciones. Represéntalas.**

KM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PULS./MIN	125	120	122	127	135	140	143	148	142	138

6 ▸ FUNCIONES DADAS POR SU ECUACIÓN

Página 309

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 **Para la función** $y = x^2 - 4x + 4$:

a) Calcula los valores de y **correspondientes a los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 de** x.

$x = 0 \to y = 0 - 0 + 4 = 4$

$x = 1 \to y = \dots - \dots + \dots = \dots$

$x = 2 \to y = 4 - 8 + 4 = 0$

$x = 3 \to y = 9 - \dots + \dots = \dots$

$x = 4 \to y = \dots - \dots + \dots = \dots$

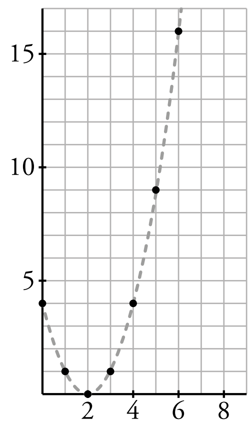
$x = 5 \to y = 25 - 20 + 4 = 9$

$x = 6 \to y = \dots - \dots + \dots = \dots$

b) Completa con ellos la tabla.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	4		0			9	

c) Represéntalos y comprueba que corresponden a la gráfica marcada a la derecha.



a) $x = 0 \to y = 0 - 0 + 4 = 4$

$x = 1 \to y = 1 - 4 + 4 = 1$

$x = 2 \to y = 4 - 8 + 4 = 0$

$x = 3 \to y = 9 - 12 + 4 = 1$

$x = 4 \to y = 16 - 16 + 4 = 4$

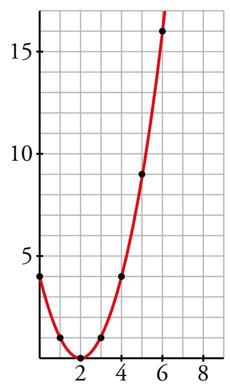
$x = 5 \to y = 25 - 20 + 4 = 9$

$x = 6 \to y = 36 - 24 + 4 = 16$

b)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	4	1	0	1	4	9	16

c)



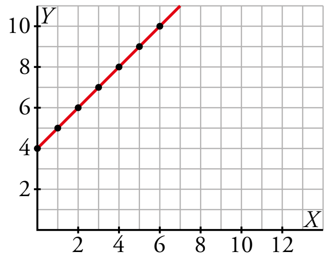
Para practicar

1 **Copia, completa y representa la función:**

$$y = x + 4$$

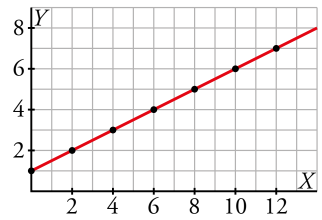
x	0	1	2	3	4	5	6
y	4			7			

x	0	1	2	3	4	5	6
y	4	5	6	7	8	9	10



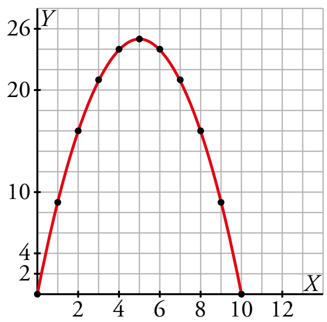
2 **Representa** $y = \frac{x+2}{2}$ **dando a** x **los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.**

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4



3 **Representa** $y = x \cdot (10 - x)$ **dando a** x **los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.**

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0



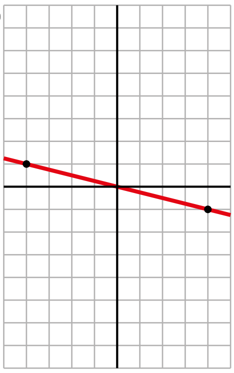
7 FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD: $y = mx$

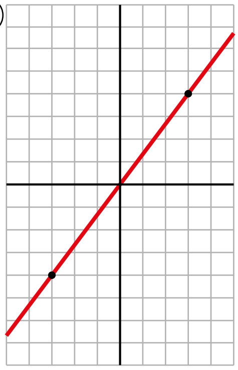
Página 311

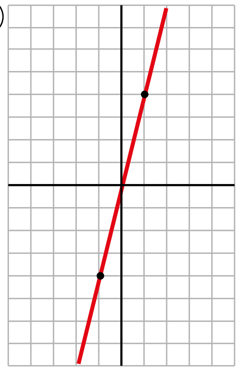
Para practicar

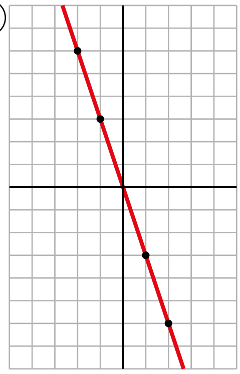
1 **Asocia cada ecuación con la gráfica que le corresponde.**

a) $y = 4x$ **b)** $y = \frac{4}{3}x$ **c)** $y = \frac{-1}{4}x$ **d)** $y = -3x$

A


B


C


D


a) → C

b) → B

c) → A

d) → D

2 **Completa en tu cuaderno la tabla correspondiente a cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad y represéntalas gráficamente.**

a) $y = -\frac{1}{2}x$

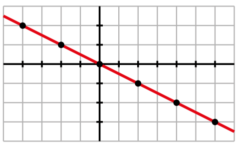
x	0	2	4	6	–2	–4
y				–3		

b) $y = \frac{2}{5}x$

x	0	5	10	15	–5	–10
y				6		

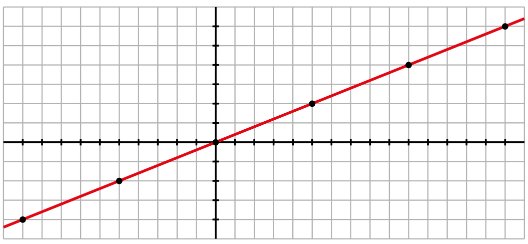
a) $y = -\frac{1}{2}x$

x	0	2	4	6	–2	–4
y	0	–1	–2	–3	1	2



b) $y = \frac{2}{5}x$

x	0	5	10	15	–5	–10
y	0	2	4	6	–2	–4



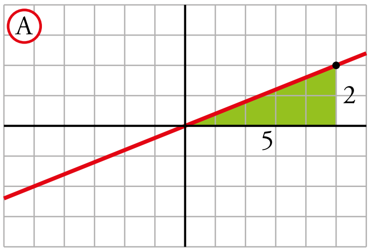
8 ▶ PENDIENTE DE UNA RECTA

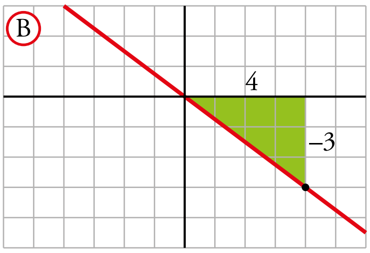
Página 313

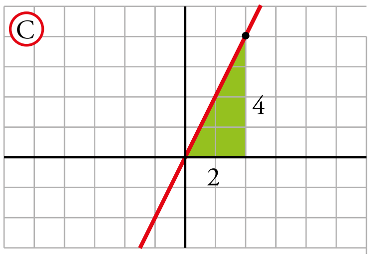
Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 Obtén la pendiente y escribe la ecuación de cada una de las siguientes rectas:



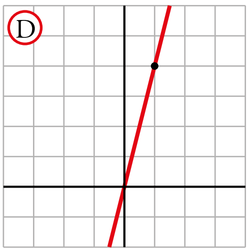


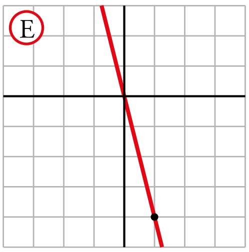


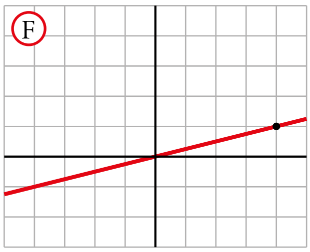
a) $m = \frac{2}{5} \rightarrow y = \frac{\square}{\square}x$

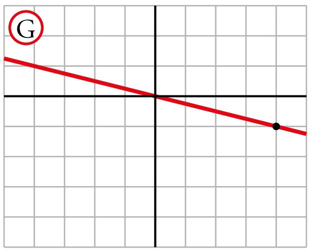
b) $m = \frac{-3}{\square} = -\frac{3}{\square} \rightarrow y = -\frac{\square}{\square}x$

c) $m = \frac{4}{2} = \square \rightarrow y = \square x$









d) $m = \frac{\square}{1} = \square$

$y = \square x$

e) $m = \frac{-4}{\square} = -\square$

$y = -\square x$

f) $m = \frac{\square}{\square}$

$y = \frac{\square}{\square}x$

g) $m = \frac{-\square}{\square}$

$y = -\frac{\square}{\square}x$

a) $m = \frac{2}{5} \rightarrow y = \frac{2}{5}x$

b) $m = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} \rightarrow y = -\frac{3}{4}x$

c) $m = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow y = 2x$

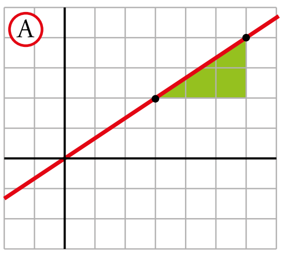
d) $m = \frac{4}{1} = 4 \rightarrow y = 4x$

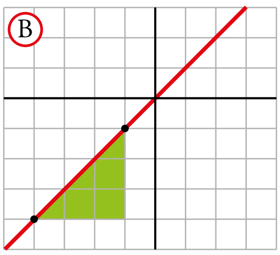
e) $m = \frac{-4}{1} = -4 \rightarrow y = -4x$

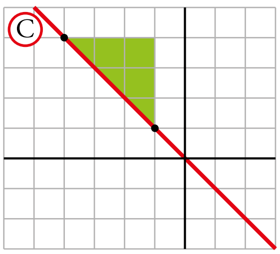
f) $m = \frac{1}{4} \rightarrow y = \frac{1}{4}x$

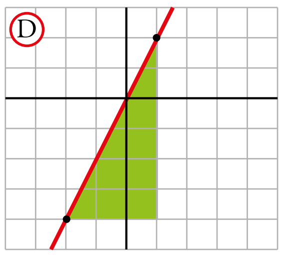
g) $m = -\frac{1}{4} \rightarrow y = -\frac{1}{4}x$

2 Observa las gráficas, obtén la pendiente y escribe la ecuación de cada una de las rectas. Ten en cuenta que la inclinación de una recta es la misma en cualquiera de sus segmentos.









a) $y = \frac{2}{3}x$

b) $y = \square x$

c) $y = -\square x$

d) $y = \square x$

a) $y = \frac{2}{3}x$

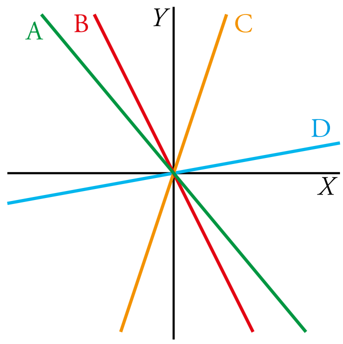
b) $y = x$

c) $y = -x$

d) $y = 2x$

Para practicar

1 **Indica cuál de estas puede ser la pendiente de cada una de las rectas representadas a la derecha.**



a) $m = 3$

b) $m = \frac{1}{4}$

c) $m = -1$

d) $m = \frac{-7}{3}$

a) C

b) D

c) A

d) B

9 ▶ FUNCIONES LINEALES: $y = mx + n$

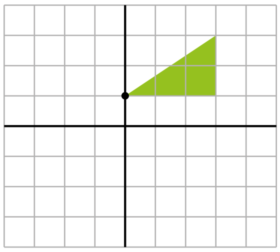
Página 315

Para fijar ideas

Copia y completa los textos y las gráficas en tu cuaderno.

1 **Representa la función $y = \frac{2}{3}x + 1$.**

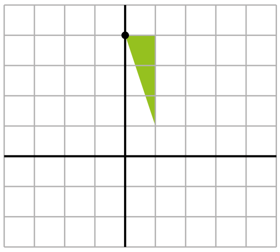
- **La pendiente es $m = \frac{2}{3}$. Por cada … que avanza, sube…**
- **La ordenada en el origen es $n = 1$. Pasa por el punto (0, …).**



- La pendiente es $m = \frac{2}{3}$. Por cada 3 que avanza, sube 2.
- La ordenada en el origen es $n = 1$. Pasa por el punto (0, 1).

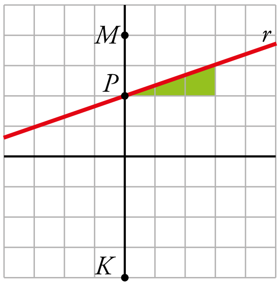
2 **Representa la función $y = -3x + 4$.**

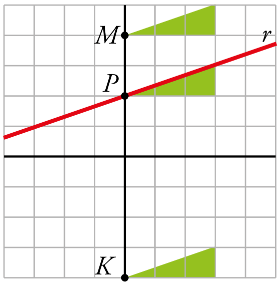
- **La pendiente es $m = -3 = \frac{-3}{1}$. Por cada … que avanza, baja…**
- **La ordenada en el origen $n = 4$. Pasa por el punto (0, …).**



- La pendiente es $m = -3 = \frac{-3}{1}$. Por cada 1 que avanza, baja 3.
- La ordenada en el origen $n = 4$. Pasa por el punto (0, 4).

3 **Para los gráficos de la derecha:**





a) Escribe la ecuación de la recta *r*.

- **Pasa por el punto $P(0, 2) \rightarrow n = \ldots$**
- **Cuando avanza 3, sube… $\rightarrow m = \frac{\ldots}{3}$**
- **Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{\ldots}{3}x + \ldots$**

b) Dibuja una paralela a *r* que pase por el punto $M(0, 4)$ y escribe su ecuación.

- **Pasa por el punto $M(0, 4) \rightarrow n = \ldots$**
- **Tiene la misma pendiente que $r \rightarrow m = \frac{\ldots}{3}$**
- **Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{\ldots}{3}x + \ldots$**

c) Dibuja otra paralela a *r* que pase por $K(0, -4)$ y escribe su ecuación.

- **Pasa por el punto $K(0, -4) \rightarrow n = -\ldots$**
- **Tiene la misma pendiente que $r \rightarrow m = \frac{\ldots}{3}$**
- **Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{\ldots}{3}x - \ldots$**

a)
- Pasa por el punto $P(0, 2) \rightarrow n = 2$
- Cuando avanza 3, sube 1 $\rightarrow m = \frac{1}{3}$
- Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{1}{3}x + 2$

b)
- Pasa por el punto $M(0, 4) \rightarrow n = 4$
- Tiene la misma pendiente que $r \rightarrow m = \frac{1}{3}$
- Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{1}{3}x + 4$

c)
- Pasa por el punto $K(0, -4) \rightarrow n = -4$
- Tiene la misma pendiente que $r \rightarrow m = \frac{1}{3}$
- Su ecuación es $\rightarrow y = \frac{1}{3}x - 4$

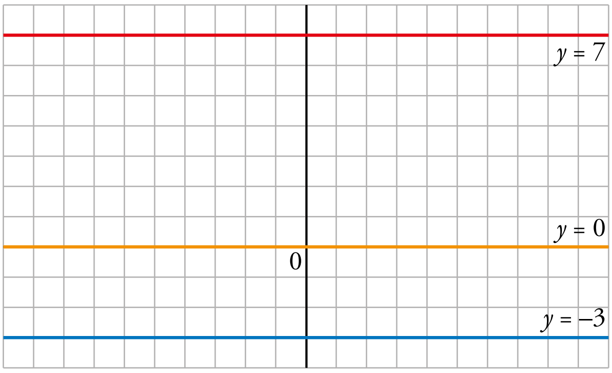
10 ▸ FUNCIONES CONSTANTES: $y = k$

Página 316

Para practicar

1 **Representa las siguientes funciones:**

a) $y = 7$ **b)** $y = -3$ **c)** $y = 0$



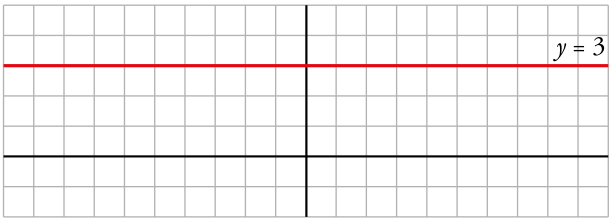
2 **a) Representa la recta que pasa por estos puntos:**

$A(-2, 3)$

$B(5, 3)$

b) Sin hacer ningún cálculo, ¿cuál es su ecuación?

a)

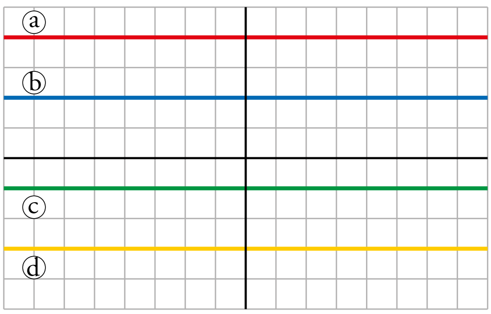


b) Sí, $y = 3$

3 **¿Cuál es la ecuación del eje X?**

$y = 0$

4 **Escribe la ecuación de las siguientes funciones:**



A $\rightarrow y = 4$

B $\rightarrow y = 2$

C $\rightarrow y = -1$

D $\rightarrow y = -3$

Página 317

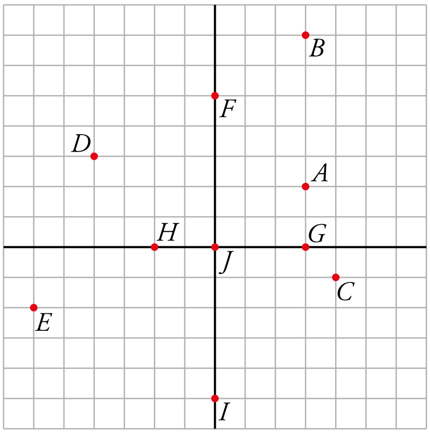
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Representación e interpretación de puntos

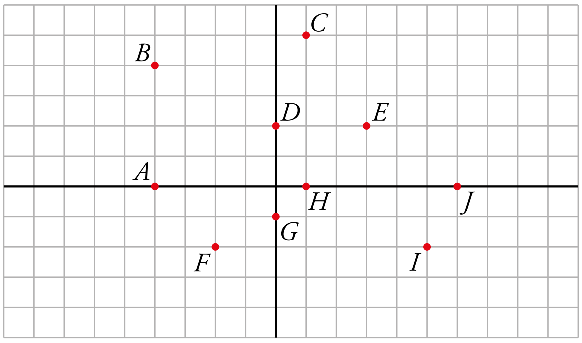
1 **Dibuja sobre un papel cuadriculado unos ejes coordenados y representa estos puntos:**

$A(3, 2)$; $B(3, 7)$; $C(4, -1)$; $D(-4, 3)$; $E(-6, -2)$;

$F(0, 5)$; $G(3, 0)$; $H(-2, 0)$; $I(0, -5)$; $J(0, 0)$



2 **Di las coordenadas de cada punto.**

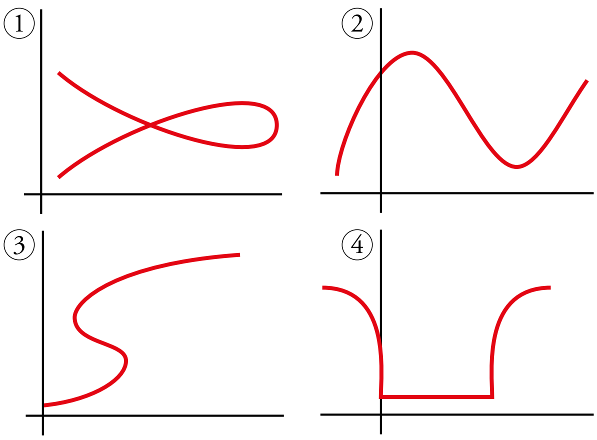


$A = (-4, 0)$ $B = (-4, 4)$ $C = (1, 5)$ $D = (0, 2)$ $E = (3, 2)$

$F = (-2, -2)$ $G = (0, -1)$ $H = (1, 0)$ $I = (5, -2)$ $J = (6, 0)$

Concepto de función

3 **¿Cuáles de estas gráficas corresponden a una función y cuáles no? Explica por qué.**



2 es función, pues para cada valor de x hay un único valor de y.

1, 3 y 4 no son funciones. Para algunos valores de x, hay varios de y.

4 **a) ¿Puede una recta vertical, paralela al eje Y, ser la representación gráfica de una función?**

b) ¿Y una recta horizontal?

c) ¿Y una circunferencia?

a) No es la representación de una función porque a un valor de x le corresponden más de un valor de y (infinitos).

b) Una recta horizontal sí es la gráfica de una función (función constante).

c) Tampoco es función: hay valores de la x a los que corresponden dos valores de la y.

5 **Indica qué enunciados muestran una función.**

a) Velocidad de una moto en función del tiempo de viaje.

b) Temperatura máxima en función del día.

c) El peso de una persona en función de su altura.

d) Distancia a casa en función de la hora del día.

e) La edad de Ana en función del año actual.

a) Si lo consideramos para un viaje concreto, sí es una función.

Si es para tiempo de viaje en general, no, pues no siempre se tiene por qué ir a la misma velocidad.

b) Sí que muestra una función, pues cada día tiene solo una temperatura máxima.

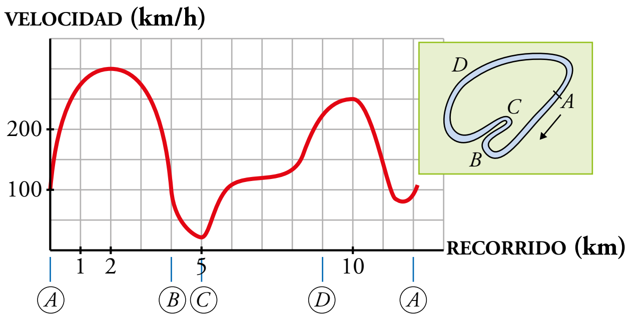
c) No muestra una función, pues dos personas con igual altura pueden tener distintos pesos.

d) Sería una función constante.

e) Solo tendría un valor, para el año actual.

Interpretación de gráficas

6 **Esta gráfica describe la velocidad de un coche de carreras en cada lugar de ese circuito:**



a) Di en qué tramos la velocidad es creciente y en cuáles es decreciente.

b) ¿A qué crees que se deben los aumentos y las disminuciones de velocidad?

c) Señala el máximo y el mínimo de esta función.

a) Crece en (0, 2), en (5, 10) y un poco al final, en (11,5; 12).

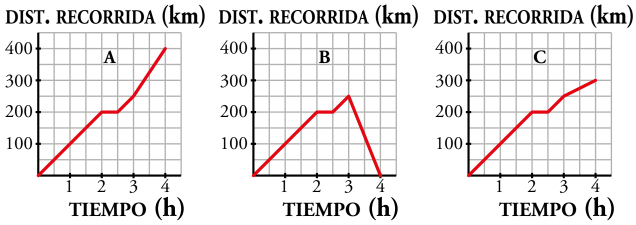
Decrece en (2, 5) y en (10; 11,5).

b) En las curvas más cerradas tiene que frenar para no salirse.

c) El máximo está en $x = 2$ y vale 300 km/h.

El mínimo está en $x = 5$ y vale 25 km/h.

7 **Indica cuál de estas gráficas representa la distancia recorrida por un vehículo a lo largo de 4 h de viaje, sabiendo que a las 2 h para a descansar durante media hora y a las 3 h sube un puerto:**

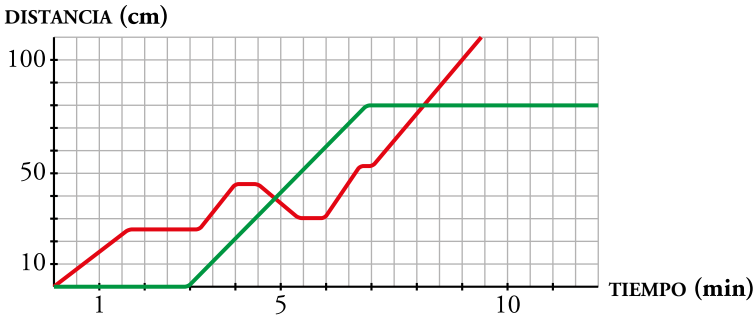


¿Cuánto ha durado el viaje? ¿Cuánto ha recorrido?

La gráfica C.

El viaje ha durado 4 horas y ha recorrido 300 km.

8 **Sara y Daniel ponen a competir, en una carrera, a sus caracoles; uno de ellos lleva una pegatina roja, y otro, una pegatina verde.**



El verde tarda en salir y se para antes de llegar.

a) ¿Cuánto tiempo está parado en cada caso? ¿A qué distancia de la meta se detiene definitivamente?

b) ¿Cuántos centímetros y durante cuánto tiempo marcha el rojo en dirección contraria?

c) Describe la carrera.

a) 3 min al salir y luego 2 min (es lo que tarda el otro caracol en llegar a la meta desde que este se paró).

Se detiene definitivamente como a 30 cm de la meta.

b) 15 cm durante 1 min.

c) El rojo tarda 1,5 min en alcanzar 25 cm, luego se para y a los 3 min sale el verde con velocidad constante. Justo después, el rojo anda un poco más, luego a los 4 min para y vuelve atrás hasta los 6 minutos. Entonces vuelve a retomar la dirección correcta y solo para un momento hasta el final. Mientras, el verde para a los 80 cm y no vuelve a andar.

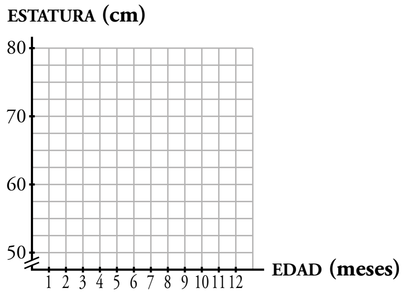
Página 318

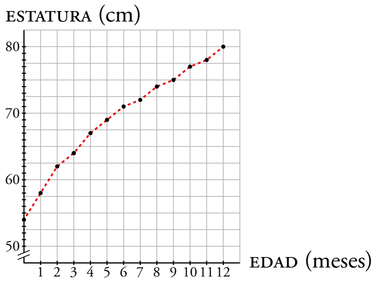
Representación de funciones

9 **Se ha medido, mes a mes, la estatura de un niño desde que nace hasta que tiene un año.**

EDAD (meses)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ESTATURA (cm)	54	58	62	64	67	69	71	72	74	75	77	78	80

Representa los resultados en una gráfica como la de la derecha. Observa que la escala del eje *Y* empieza en 50 y llega a 80, ya que si comenzamos por 0, no se apreciarían bien las pequeñas diferencias de estatura de mes a mes.



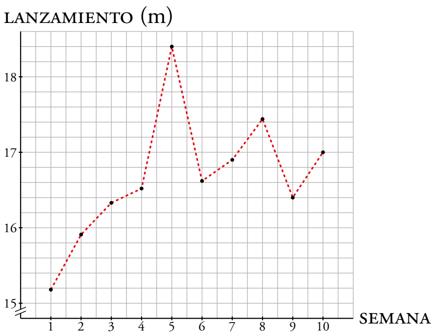


10 **Durante diez semanas seguidas, un lanzador de peso ha anotado su mejor marca obtenida durante sus entrenamientos.**

La tabla de la derecha recoge los resultados logrados.

Representa la función en tu cuaderno tomando los valores del eje *Y* de 15 m a 19 m.

SEMANA	LANZ. (m)
1	15,18
2	15,91
3	16,33
4	16,52
5	18,40
6	16,62
7	16,90
8	17,44
9	16,40
10	17,00



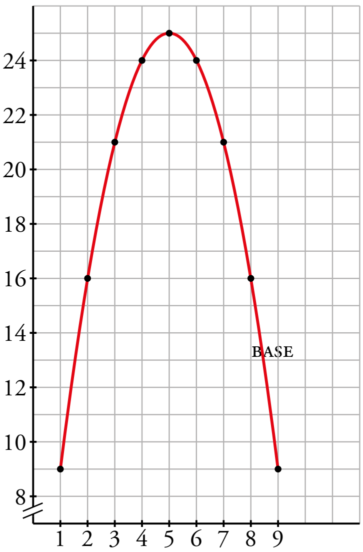
11 **De una familia de rectángulos cuyo perímetro es 20 cm hemos medido su base y su área. Estos son los resultados:**

BASE, en cm, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ÁREA, en cm^2, y	9	16	21	24	25	24	21	16	9

a) Representa la función, empezando con los valores adecuados en el eje Y para que se aprecien bien las diferencias de áreas.

b) Comprueba que la ecuación de esta función es: $y = 10x - x^2$

a) ÁREA



b) $10 \cdot 1 - 1^2 = 9$ $\quad 10 \cdot 4 - 4^2 = 24$ $\quad 10 \cdot 7 - 7^2 = 21$

$10 \cdot 2 - 2^2 = 16$ $\quad 10 \cdot 5 - 5^2 = 25$ $\quad 10 \cdot 8 - 8^2 = 16$

$10 \cdot 3 - 3^2 = 21$ $\quad 10 \cdot 6 - 6^2 = 24$ $\quad 10 \cdot 9 - 9^2 = 9$

Coincide.

12 **Representa las siguientes funciones dando a x los valores que se indican en cada caso:**

a) $y = \sqrt{x-7}$ **7, 8, 11, 16, 23, 32**

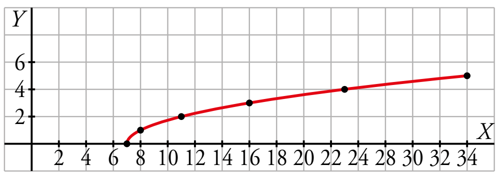
b) $y = \sqrt{25 - x^2}$ **–5, –3, 0, 3, 5**

c) $y = \sqrt{(x-4)^2}$ **–4, –2, 0, 2, 4, 6, 8, 10**

d) $y = 4 - \sqrt{(x-4)^2}$ **–4, –2, 0, 2, 4, 6, 8, 10**

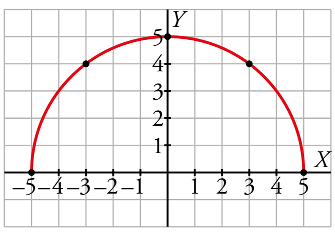
a) $y = \sqrt{x-7}$

x	7	8	11	16	23	32
y	0	1	2	3	4	5



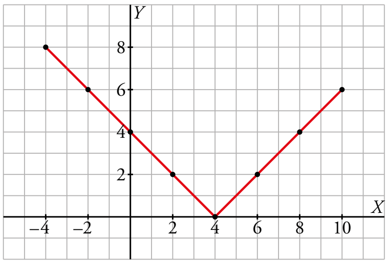
b) $y = \sqrt{25 - x^2}$

x	–5	–3	0	3	5
y	0	4	5	4	0



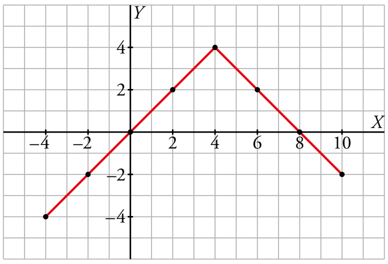
c) $y = \sqrt{(x-4)^2}$

x	–4	–2	0	2	4	6	8	10
y	8	6	4	2	0	2	4	6



d) $y = 4 - \sqrt{(x-4)^2}$

x	–4	–2	0	2	4	6	8	10
y	–4	–2	0	2	4	2	0	–2



13 **Representa en un papel cuadriculado las siguientes funciones dando a x, en cada caso, los valores que se indican:**

1 $y = x^2$ **–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3**

2 $y = x^2 - 2$ **–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3**

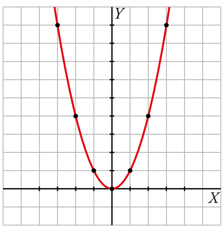
3 $y = (x-3)^2$ **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6**

a) ¿Qué observas en cuanto a la forma de todas ellas? ¿Y en cuanto a su posición?

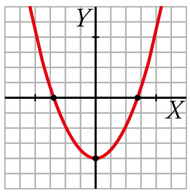
b) Sin necesidad de dar valores, ¿sabrías dibujar las siguientes funciones?

4 $y = x^2 + 2$ **5 $y = (x+3)^2$**

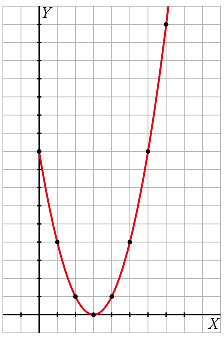
1 $y = x^2$



2 $y = x^2 - 2$



3 $y = (x-3)^2$



a) Todas son parábolas abiertas por arriba. Tiene distinta posición en el eje de coordenadas.

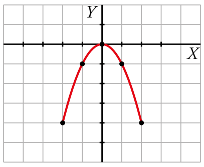
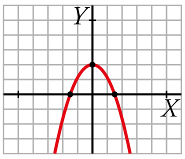
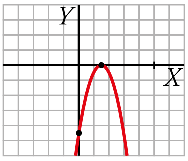
b) 4 $y = x^2 + 2$: es una parábola abierta por arriba con vértice en (0, 2).

5 $y = (x+3)^2$: es una parábola abierta por arriba con vértice en (–3, 0).

14 **Representa, dando los mismos valores, las funciones que resultan de cambiar el signo a las funciones del ejercicio anterior:**

① $y = -x^2$ ② $y = 2 - x^2$ ③ $y = -(x-3)^2$

¿Qué observas?

①

②

③


Observamos que son las mismas gráficas abiertas por abajo. Además, 1 y 3 conservan el mismo vértice.

15 Ejercicio resuelto.

Página 319

16 **Representa en tu cuaderno estas parábolas obteniendo en cada caso la tabla de valores adecuados.**

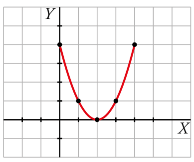
a) $y = (x-2)^2$

b) $y = -x^2 + 1$

c) $y = x^2 - 4x + 3$

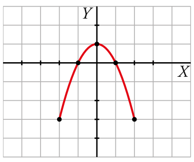
d) $y = -x^2 + 4x$

a) $y = (x-2)^2$



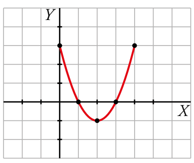
x	0	1	2	3	4
y	4	1	0	1	4

b) $y = -x^2 + 1$



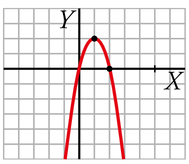
x	–2	–1	0	1	2
y	–3	0	1	0	–3

c) $y = x^2 - 4x + 3$



x	0	1	2	3	4
y	3	0	–1	0	3

d) $y = -x^2 + 4x$



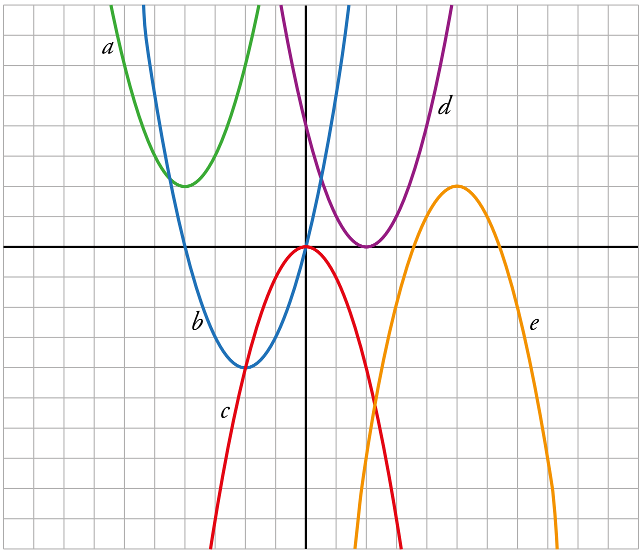
x	0	2	4
y	0	4	0

17 **De las parábolas de la actividad anterior, indica cuáles tienen un máximo, y cuáles, un mínimo. ¿Tiene algo que ver esa característica con el signo de la x^2?**

a) y c) tienen mínimo y el coeficiente de x^2 es positivo.

b) y d) tienen máximo y el coeficiente de x^2 es negativo.

18 **Relaciona cada una de las siguientes parábolas con su correspondiente ecuación:**



Ⓐ $y = x^2 + 8x + 18$ Ⓑ $y = x^2 + 4x$ Ⓒ $y = -x^2$

Ⓓ $y = (x - 2)^2$ Ⓔ $y = -x^2 + 10x - 23$

$a \rightarrow y = x^2 + 8x + 18$

$b \rightarrow y = x^2 + 4x$

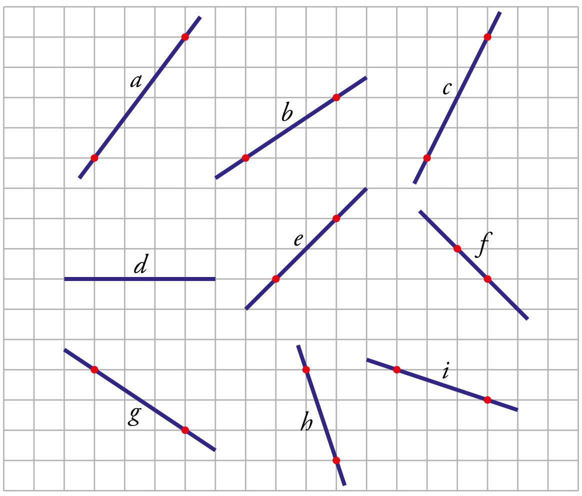
$c \rightarrow y = -x^2$

$d \rightarrow y = (x - 2)^2$

$e \rightarrow y = -x^2 + 10x - 23$

Funciones lineales

19 **Calcula la pendiente de la recta a la que pertenece cada uno de los siguientes segmentos:**



$a \rightarrow \frac{4}{3}$; $b \rightarrow \frac{2}{3}$; $c \rightarrow 2$; $d \rightarrow 0$; $e \rightarrow 1$; $f \rightarrow -1$; $g \rightarrow -\frac{2}{3}$; $h \rightarrow -3$; $i \rightarrow -\frac{1}{3}$

20 **Representa las siguientes funciones sin la ayuda de una tabla de valores:**

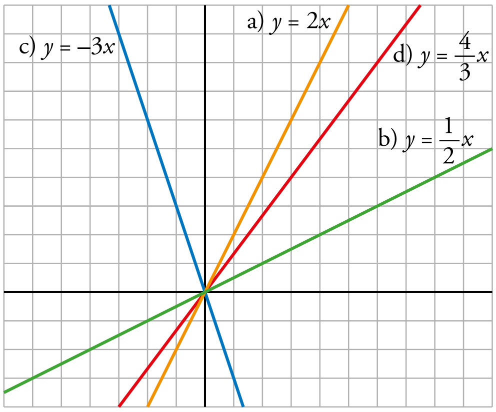
a) $y = 2x$ b) $y = \frac{1}{2}x$ c) $y = -3x$

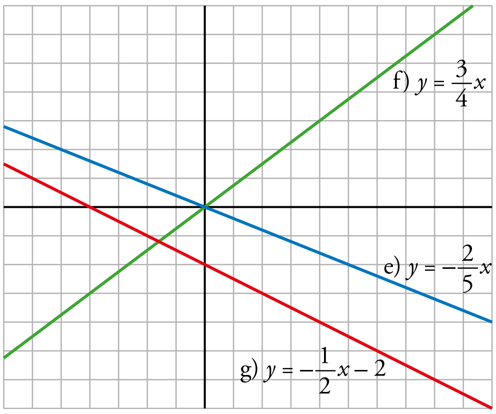
d) $y = \frac{4}{3}x$ e) $y = -\frac{2}{5}x$ f) $y = \frac{3}{4}x$

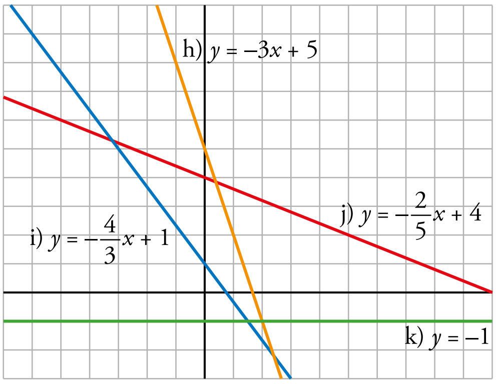
g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ h) $y = -3x + 5$ i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$

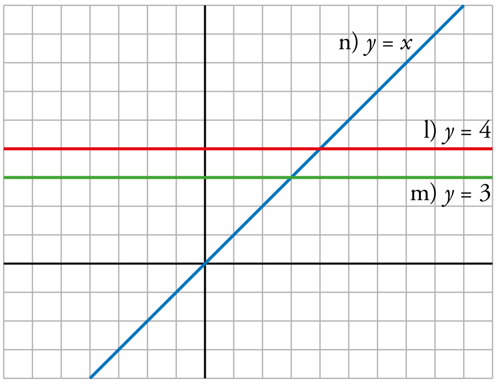
j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$ k) $y = -1$ l) $y = 4$

m) $y = 3$ n) $y = x$

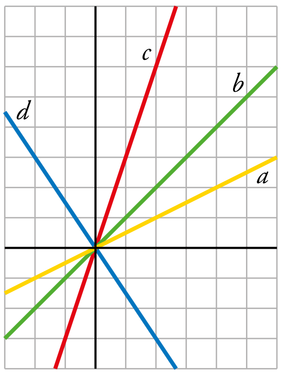


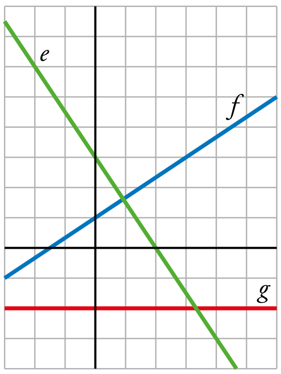






21 **Escribe la ecuación de cada una de las siguientes funciones, fijándote en la pendiente y la ordenada en el origen de cada una:**





$a \rightarrow y = \frac{1}{2}x$ $b \rightarrow y = x$ $c \rightarrow y = 3x$ $d \rightarrow y = -\frac{3}{2}x$

$e \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$ $f \rightarrow y = \frac{2}{3}x + 1$ $g \rightarrow y = -2$

22 **En un parque hay una tienda donde se alquilan patines, a 0,50 € la hora; monopatines, a 1 €/h, y bicicletas, a 2 €/h.**

El coste del monopatín, y, en función del tiempo que se utilice, x, viene dado por la ecuación $y = x$.

a) Calcula la ecuación que relaciona el coste de los patines en función del tiempo que se utilice.

b) Halla la ecuación que relaciona el coste de la bicicleta en función del tiempo.

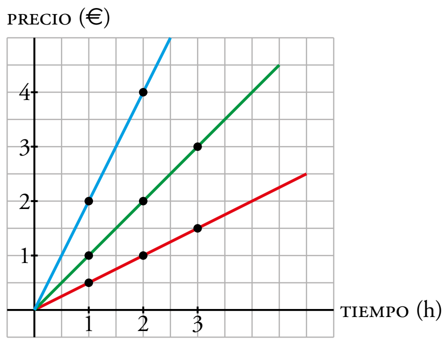
c) Representa en los mismos ejes coordenados las tres funciones de proporcionalidad.

d) ¿Cuáles son las pendientes de las tres rectas? ¿Qué representan en este contexto?

a) $y = 0{,}5x$

b) $y = 2x$

c)



d) La de los patines es $\frac{1}{2}$, la del monopatín es 1 y la de la bici es 2. Representan la diferencia de precios en los alquileres: a más pendiente, más cara la hora de alquiler.

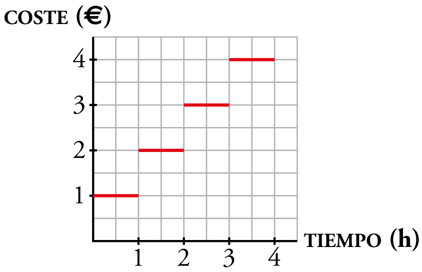
Página 320

Funciones discontinuas

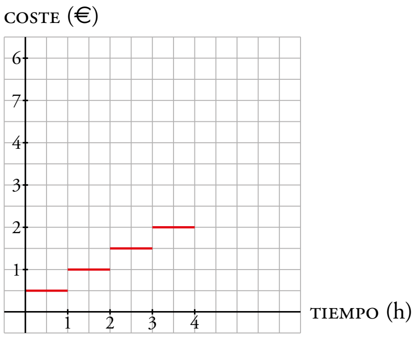
23 **En el ejercicio anterior dimos por hecho que si, por ejemplo, alquilamos un monopatín durante hora y media, nos cobran 1,50 €.**

En general, en estos sitios, y en otros establecimientos similares, cobran por horas; es decir, por una hora y media cobran dos horas y por 45 min cobran 1 h.

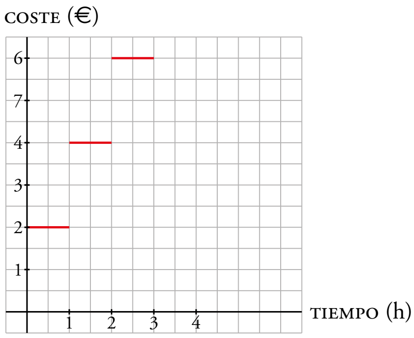
Según esta forma de cobrar, la gráfica para el monopatín del ejercicio anterior sería como la siguiente:



Representa en tu cuaderno cómo serían las gráficas de las funciones correspondientes a la bicicleta y a los patines del ejercicio anterior.



PATINES



BICICLETA

24 **Indica cuáles de estas funciones deben representarse por una gráfica continua, y cuáles, por una discontinua:**

a) Coste del aparcamiento en función del tiempo que se ha permanecido en él.

b) Espacio recorrido en función del tiempo.

c) Temperatura en función de la hora del día.

d) Estatura de una persona en función de su edad.

e) Tiempo que tardo en correr 10 km cada día de un mes en función del día del mes.

a) Discontinua.

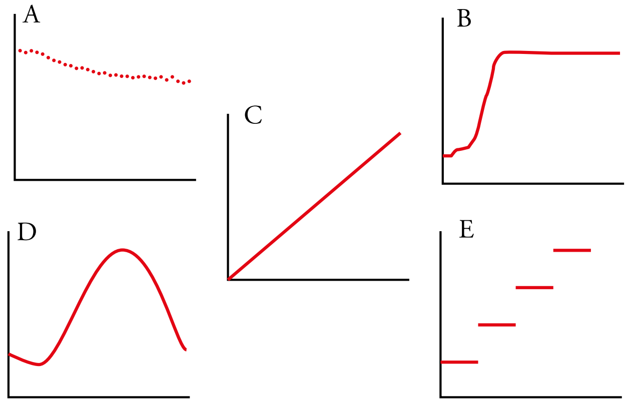
b) Continua.

c) Continua.

d) Continua.

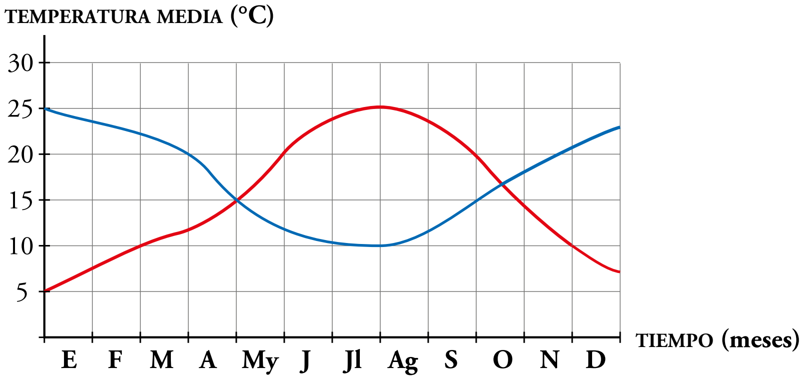
e) Discontinua.

25 **Relaciona estas gráficas con los enunciados del ejercicio anterior:**



A → e); B → d); C → b); D → c); E → a)

26 **Se han tomado las temperaturas medias en Madrid y Buenos Aires a lo largo de un año. Los resultados están representados en estas gráficas.**



a) ¿A qué ciudad corresponde cada una de las funciones? Razona la respuesta.

b) ¿Cuál es el máximo y cuál el mínimo en cada una?

c) ¿En qué épocas coinciden sus temperaturas? ¿Tiene sentido?

d) Considera la función diferencia de temperatura entre Madrid y Buenos Aires. Represéntala en el tramo del 1 de enero al 30 de abril.

a) La curva roja tiene mayor temperatura en los meses de junio, julio y agosto. Por tanto, la curva roja corresponde a Madrid, y la azul, a Buenos Aires.

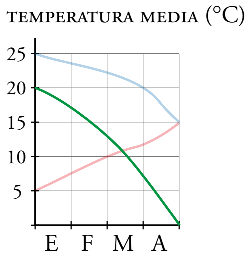
b) Curva roja: el máximo se sitúa a mediados de julio y es 25 °C. El mínimo se sitúa a mediados de diciembre y es 5 °C.

Curva azul: el máximo se sitúa a mediados de diciembre y es 25 °C. El mínimo se sitúa a medidos de julio y es 10 °C.

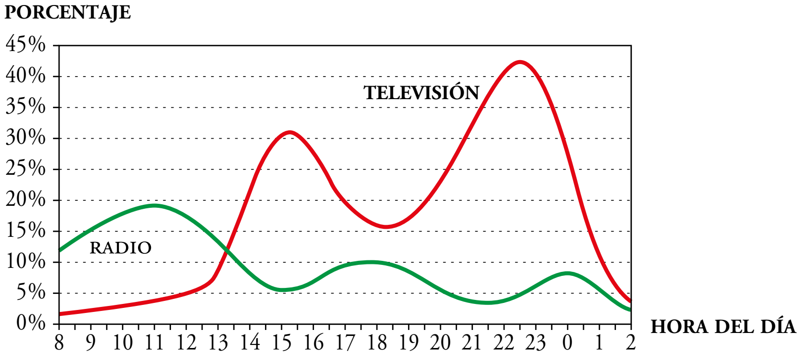
c) Mirando las gráficas vemos que las temperaturas en Buenos Aires y en Madrid coinciden a principios de mayo y a mediados de octubre.

Es lógico, ya que cuando es primavera en una de estas ciudades es otoño en la otra, y viceversa. Ambas son épocas de temperaturas templadas.

d)



27 **Estas gráficas corresponden a los porcentajes de personas que ven la televisión o escuchan la radio a ciertas horas del día.**



a) Describe la curva correspondiente a la televisión: dónde es creciente, dónde es decreciente, máximos, mínimos… Relaciónala con las actividades cotidianas: levantarse, acostarse, comida, cena…

b) Haz lo mismo con la curva de la radio.

c) Representa la función que refleja la diferencia de los porcentajes de audiencia entre radio y televisión a la una del mediodía y a la una de la madrugada.

d) Compara las dos curvas y relaciónalas.

a) Crece desde las 8 de la mañana hasta las 3 y media de la tarde; decrece hasta las 6 y media, donde vuelve a crecer hasta las 10 y media, cuando empieza a caer hasta quedar por debajo del 5 %, a partir de las 2 de la mañana.

Máximo: $x = 22{,}5$; $y = 42{,}5\,\%$

Mínimo: $x = 8$, $y = 2\,\%$

El máximo se da durante la cena y hay también un buen pico durante la comida. En la hora de la siesta decrece, y por la noche la gente duerme y se alcanza el mínimo.

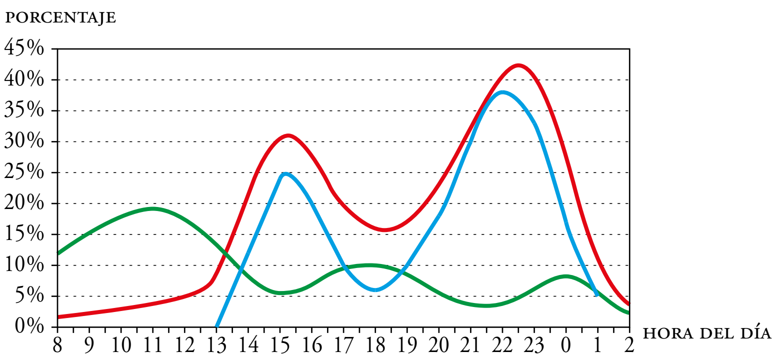
b) La radio crece desde las 8 hasta las 11, cuando empieza a decrecer hasta las 15. Luego pasa lo mismo de 15 a 18 y de 18 a 21 y media, y de nuevo de 21 y media a 0, y de 0 a 2.

Cuando más se escucha es por la mañana, de camino al trabajo y también una vez en él, después, a la hora de la merienda y antes de acostarse.

Máximo: $x = 11$; $y = 19\,\%$

Mínimo: $x = 2$; $y = 2{,}5\,\%$

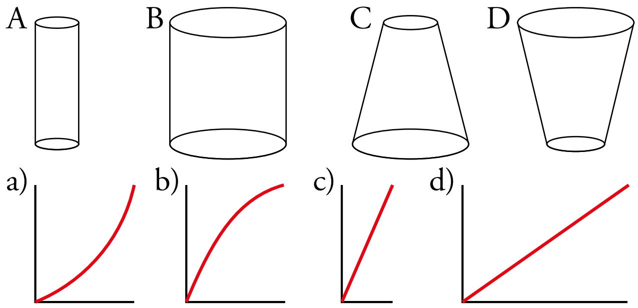
c)



d) Por la mañana, la gente prefiere la radio a la tele. Mientras que a partir de las 13 y media la gente prefiere con gran diferencia la televisión. Cuando a mediodía crecen los aficionados a la tele, bajan los que escuchan la radio. Lo contrario ocurre alrededor de las 6 de la tarde. Después, baja la radio y sube la tele durante la cena. Luego crece un poco la radio antes de dormir y, por último, ambas caen hasta sus mínimos.

Página 321

28 **Un grifo tiene un caudal constante. Estas son las gráficas de la función nivel de agua-tiempo al llenar algunos vasos.**

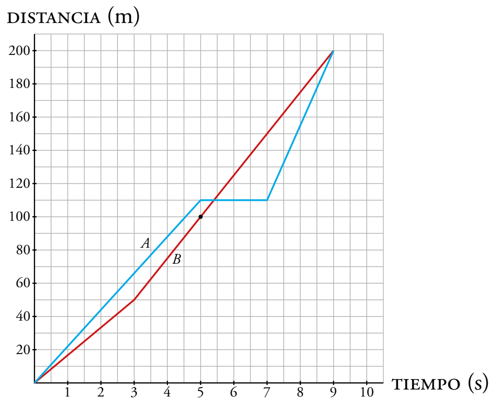


Asocia cada gráfica a su vaso.

A → c); B → d); C → a); D → b)

29 **Representa gráficamente esta carrera en pista de 200 m entre dos corredores:**

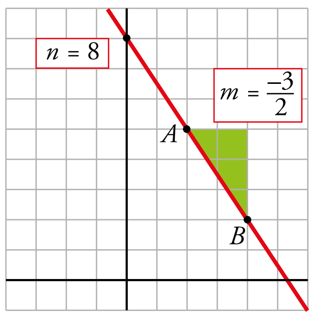
- ***A* sale más rápidamente que *B*, en 5 segundos le saca 10 m de ventaja.**
- ***A* se cae en el instante 5 segundos, y *B* le adelanta. Pero *A* se levanta en 2 segundos, y adelanta a *B* en la misma línea de meta.**



Interpreta, describe, exprésate

30 **A continuación, se incluyen dos resoluciones distintas. Explícalas y valora sus diferencias.**

Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(2, 5) y B(4, 2).



Resolución 1

$A(2, 5)$; $B(4, 2)$

Observando la gráfica:

$m = \frac{-3}{2}$ $\qquad$ $n = 8$

Solución: $y = \frac{-3}{2}x + 8$

Resolución 2

$A(2, 5)$; $B(4, 2)$

La ecuación tiene la forma $y = mx + n$.

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5 = m \cdot 2 + n \\ 2 = m \cdot 4 + n \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} n = 8 \\ m = \dfrac{-3}{2} \end{array}$$

Solución: $y = \dfrac{-3}{2}x + 8$

Resolución 1: buscamos su pendiente y el punto de corte con el eje vertical para encontrar la ecuación a partir de m y n.

Resolución 2: partiendo de la fórmula general de la recta, sustituimos los valores de dos puntos de la gráfica y resolvemos para encontrar m y n.

Problemas «+»

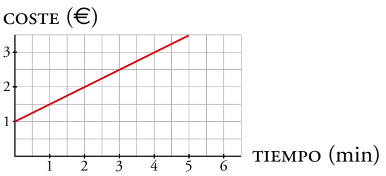
31 **En una compañía de teléfonos móviles, la tarifa de llamadas al extranjero es 1 € por establecimiento de llamada y 0,50 € por minuto de conversación.**

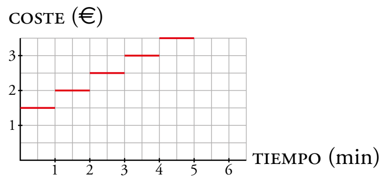
a) Pon la ecuación de la función que relaciona el coste en euros (y) en función de la duración de la llamada en minutos (x).

b) Representa la gráfica de la función.

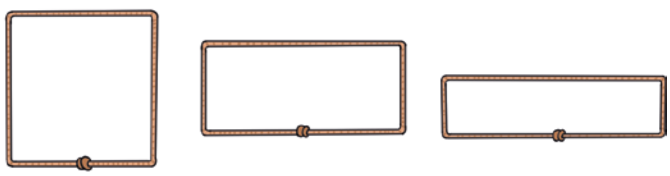
c) Supón que por cualquier fracción de minuto que se hable hay que pagar el minuto entero. Por ejemplo, por hablar medio minuto hay que pagar 1,50 €, como si se hubiera utilizado el minuto entero. Representa la gráfica de la función teniendo esto en cuenta. Ayúdate, para ello, del ejercicio 23.

a) $y = 0,5x + 1$

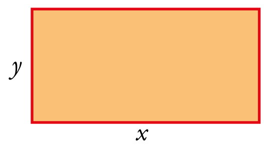
b) 

c) 

32 **Con un hilo de 16 cm cuyos extremos están atados entre sí formamos rectángulos:**



a) Razona que la relación entre su base, x, y su altura, y, es $y = 8 - x$.



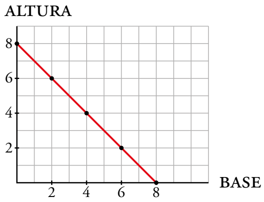
b) Representa la gráfica de la función.

c) Si multiplicamos la base, x, por la altura, $8 - x$, obtenemos el área: $A = x \cdot (8 - x)$. Completa en tu cuaderno una tabla de valores como la siguiente:

x	1	2	3	4	5	6	7
ÁREA	7	12					

a) Tenemos que el perímetro es 16 cm. Si x es la base e y la altura:

$2x + 2y = 16 \rightarrow x + y = 8 \rightarrow y = 8 - x$

b) 

c)

x	1	2	3	4	5	6	7
ÁREA	7	12	15	16	15	12	7

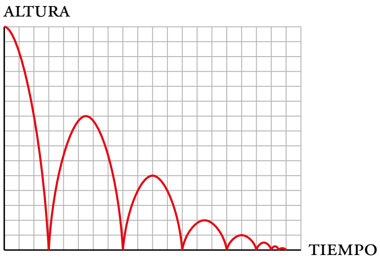
33 **Representa en tu cuaderno estas gráficas:**

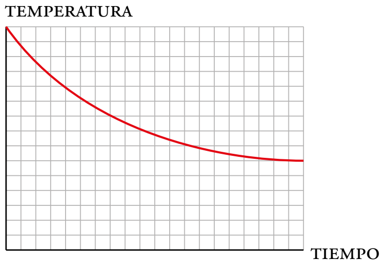
a) Altura de una pelota que está botando, hasta que se para.

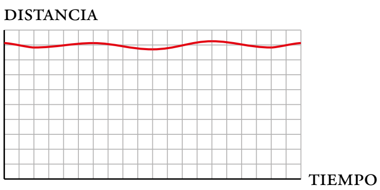
b) La temperatura de un plato de sopa que se queda sobre la mesa, sin consumir.

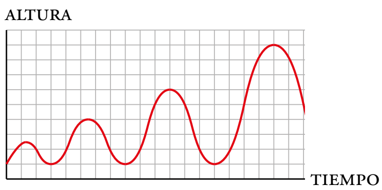
c) La distancia a la Tierra de un satélite artificial que da vueltas y vueltas.

d) La altura a la que se encuentra el asiento de un columpio cuando balancea.

a) 

b) 

c) 

d) 

Página 322

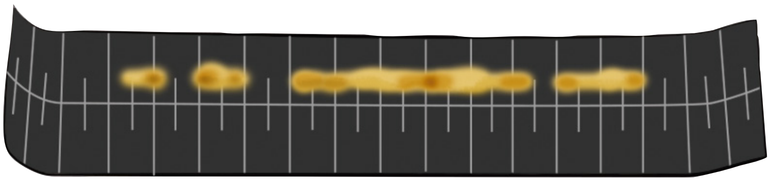
LEE E INFÓRMATE

Función de insolación

Con una bola de cristal y un papel negro, se puede realizar esta hermosa experiencia.

Colocando la bola de modo que recoja los rayos de sol, los concentrará en un punto. El papel se sitúa alrededor de la bola, a una distancia adecuada para que los rayos se concentren en él, de modo que con el paso de los minutos el papel se tuesta.

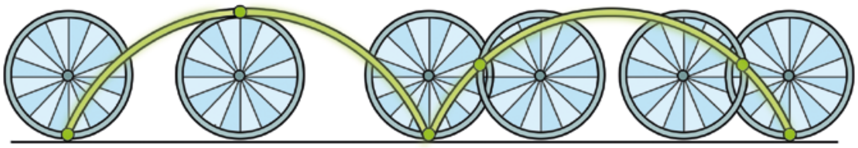
Al moverse el sol, el lugar donde se concentran los rayos va variando, formándose una gráfica de «papel tostado». A mayor insolación, más gruesa será la línea. Si durante unos minutos el sol se oculta tras una nube, la raya se interrumpirá. De este modo se obtiene una *función de insolación*.

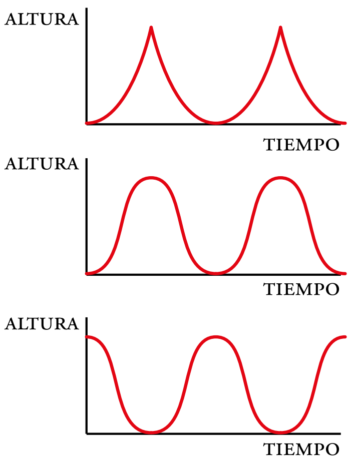


Los estudiantes pueden fabricarse un aparato similar, aunque no tengan una bola de vidrio. Con una bombilla rellena de agua podrán apañarse.

Función en la rueda de una bicicleta

Si adhieres una pegatina fluorescente al lateral de una rueda de bicicleta y la haces rodar en una habitación oscura, verás que la pegatina sube y baja siguiendo una curva muy peculiar, la cicloide.





La cicloide refleja la trayectoria de la pegatina. ¿Podrías identificar, entre las de la derecha, su altura en función del tiempo?

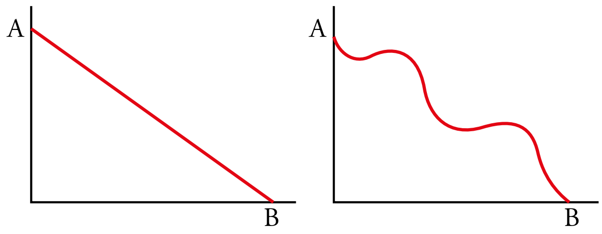
Una bonita curva generada por una rueda a la que se le asocia una función *tiempo-altura*.

Solución: La función asociada es la segunda.

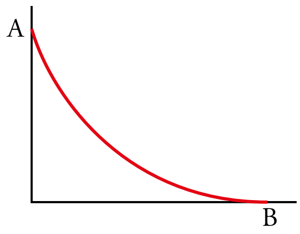
Carrera de canicas

Varias amigas inventan la siguiente competición: se ha de dejar caer una canica desde un punto alto, A, hasta otro lugar bajo, B. Cada una debe construir la rampa de caída que crea preferible para que la canica tarde el mínimo tiempo en llegar a B. Gana la que consiga que la canica llegue antes.

Estas son algunas opciones:

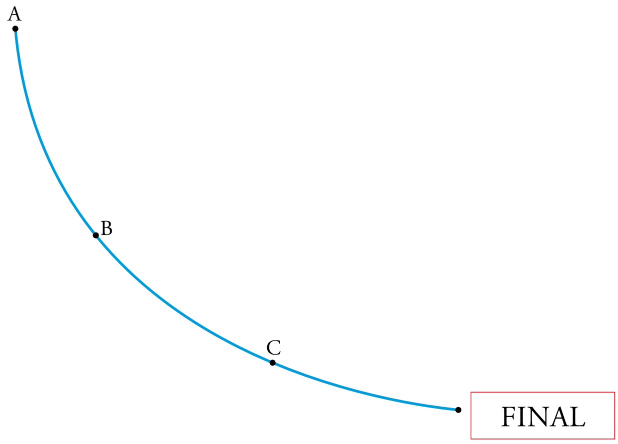


Esta es la opción ganadora. Es una **cicloide invertida.**



Además de esta propiedad (recorrido más rápido), una semicicloide invertida posee esta otra propiedad muy sorprendente:

Si dejamos caer objetos situados en varios puntos cualesquiera de la curva, llegan simultáneamente al final del recorrido.

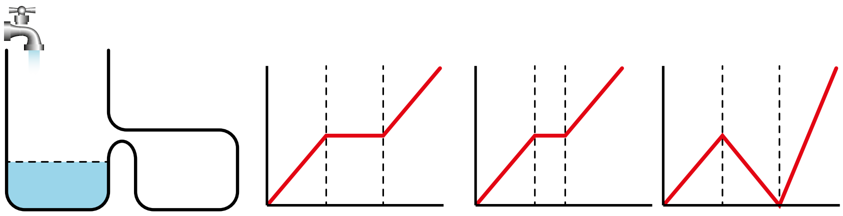


Página 323

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Imagina

Un grifo arroja un caudal constante. ¿Cuál de las gráficas refleja la altura del agua en función del tiempo transcurrido?

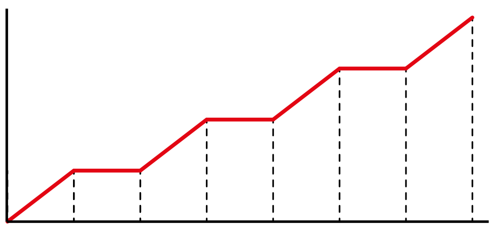


La tercera gráfica indica que, pasado un tiempo la altura del agua, es cero. Por tanto, esa no es la solución.

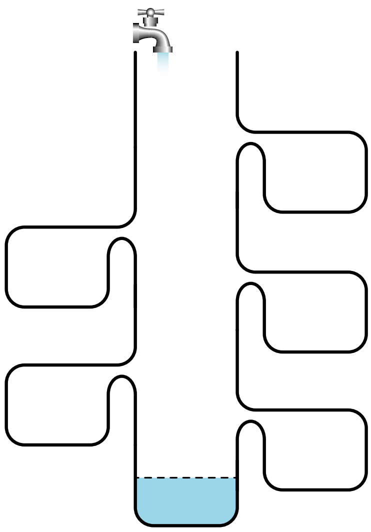
En las otras dos, pasado un tiempo, el nivel deja de subir porque el agua que entra va al depósito adjunto. Al ser ambos depósitos iguales, tardarán el mismo tiempo en llenarse, cosa que se ajusta a la primera gráfica (en la segunda el tiempo es menor). Por tanto, la primera es la solución.

Crea

Diseña un depósito para el que la función de altura-tiempo tenga esta forma:



Por ejemplo:



De lógica

Un matrimonio viaja en su coche acompañado de su hija de 12 años y su hijo de 2. Cada uno se entretiene en el viaje con una actividad diferente: conducir, dormir, leer y comer.

El padre ni duerme ni lee. La madre, si lee, se marea, y jamás come en los viajes. Si el niño está despierto, no deja leer a su hermana. ¿Qué actividad realiza cada uno?

Ni el padre, ni la madre, ni el niño, leen. La que lee es la niña.

Si la niña lee, el niño duerme.

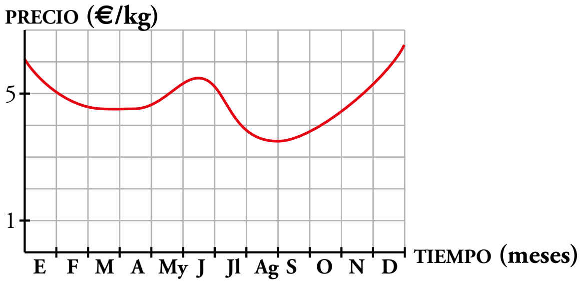
La madre, ni duerme, ni lee ni come, por tanto, conduce.

El padre come.

	CONDUCIR	DORMIR	LEER	COMER
MADRE			✗	✗
PADRE		✗	✗	
NIÑA	✗			
NIÑO	✗		✗	

AUTOEVALUACIÓN

1 **a) Describe la evolución del precio de la miel a lo largo de un año.**



b) ¿En qué tramos la función es creciente y en cuáles es decreciente?

c) ¿Cuándo el precio es mínimo? ¿Cuál es?

a) Empezó costando 6 €. Bajó hasta finales de febrero, cuando se estabiliza sobre los 4,50 € hasta finales de abril que empieza a subir.

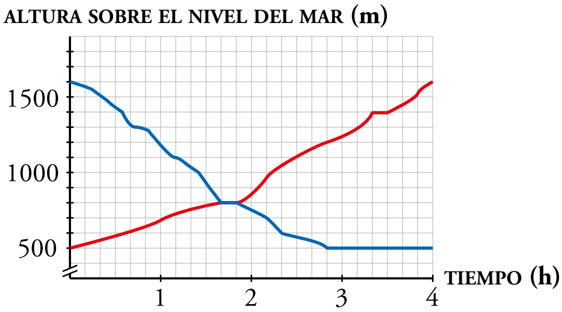
En junio llega alrededor de los 5,40 € y a partir de ahí baja hasta alcanzar su mínimo al empezar septiembre, 3,50 € aproximadamente.

A partir de ahí vuelve a subir para acabar diciembre a 6,50 €.

b) Crece de abril a junio y de septiembre a diciembre. Decrece de enero a marzo y de julio a agosto.

c) El mínimo se alcanza al empezar septiembre y ronda los 3,50 €.

2 **Pedro baja de la montaña en el mismo momento en que Chavela empieza a subir por el mismo camino.**



a) ¿Desde qué altura sale Chavela y a qué altura llega?

b) ¿Cuánto ha tardado cada uno en hacer su marcha?

c) ¿Cuándo se encuentran? ¿A qué altura están? ¿Cuánto tiempo están juntos?

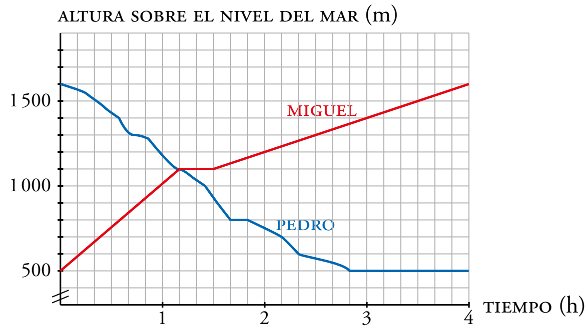
d) Dibuja en tu cuaderno, en unos ejes iguales, la gráfica de Miguel, que sale con Chavela a ritmo constante, se encuentra con Pedro cuando han pasado una hora y 10 minutos, descansa 20 minutos a esa altura y sigue al mismo ritmo hasta la cima.

a) Chavela sale de una altura de 500 metros y llega a los 1 600 metros.

b) Los dos han tardado 4 horas.

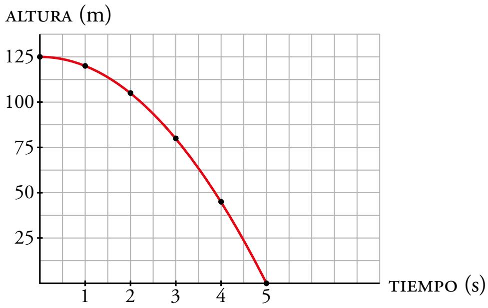
c) Se encuentran al cabo de una hora y 40 minutos y a 800 metros, y están juntos 10 minutos.

d)



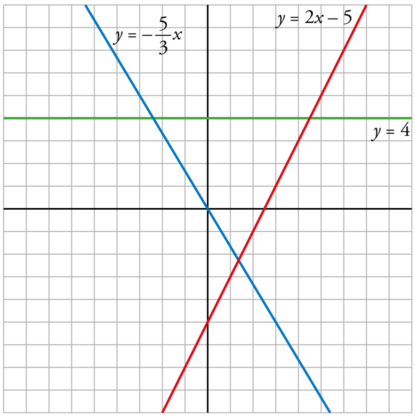
3 **Dejamos caer una piedra desde una altura de 125 m. Representa la función que relaciona la altura de la piedra con el tiempo. Estos son los datos:**

TIEMPO (s)	0	1	2	3	4	5
ALTURA (m)	125	120	105	80	45	0

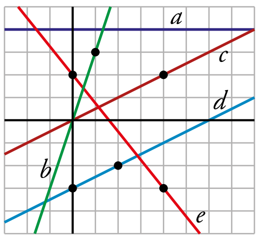


4 **Representa estas funciones:**

a) $y = -\frac{5}{3}x$ **b)** $y = 2x - 5$ **c)** $y = 4$



5 **Escribe la ecuación de cada una de estas funciones:**



$a \rightarrow y = 4$

$b \rightarrow y = 3x$

$c \rightarrow y = \frac{1}{2}x$

$d \rightarrow y = \frac{1}{2}x - 3$

$e \rightarrow y = \frac{-5}{4}x + 2$