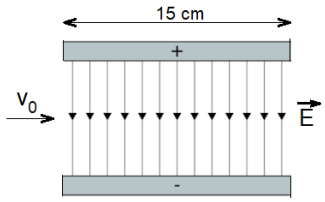
ELECTROMAGNETISMO. EL CAMPO MAGNÉTICO

1.- Un electrón penetra con una velocidad inicial horizontal $v_0 = 2{,}5 \cdot 10^6\ ms^{-1}$ en una región en la que hay un campo eléctrico uniforme $E = 150\ N\ C^{-1}$ perpendicular a la trayectoria de entrada del electrón y creado por dos placas metálicas. Determina:



a) La aceleración del electrón en la región del campo eléctrico.

b) La ecuación de la trayectoria que sigue el electrón.

c) La velocidad del electrón al salir del campo eléctrico y el aumento de su energía cinética teniendo en cuenta que la longitud de las placas es de 15cm.

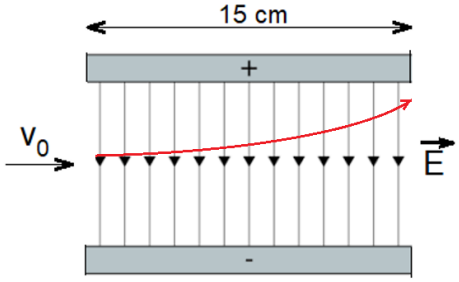
a) La aceleración del electrón se produce debida a la existencia de una fuerza eléctrica. En este caso la fuerza eléctrica es (tal y como se nos representa la figura) vertical y hacia arriba.

$$F = m \cdot a$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}_e|}{m}$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{E}| \cdot |q|}{m} = \frac{150 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 2{,}63 \cdot 10^{13}\ \frac{}{s^2}$$

b) El electrón está sometido a dos movimientos: uno uniforme a lo largo del eje OX y otro uniformemente acelerado según el eje OY y hacia arriba, cuyas ecuaciones son:



$$x = v_0 t = 2{,}5 \cdot 10^6 t$$

$$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}63 \cdot 10^{13} t^2$$

Eliminando el tiempo de las expresiones anteriores obtenemos la ecuación cartesiana de la trayectoria:

$$t = \frac{x}{2{,}5 \cdot 10^6}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2{,}63 \cdot 10^{13} \cdot \left(\frac{x}{2{,}5 \cdot 10^6} \right)^2 \Rightarrow y = 2{,}104 x^2$$

Se trata, como era de esperar, de un movimiento parabólico.

c) La velocidad tiene dos componentes, una horizontal v_{0x}, que mantiene siempre el mismo valor (movimiento rectilíneo y uniforme) y otra vertical (v_y) cuyo valor va aumentando siguiendo un movimiento uniformemente acelerado, movimientos que, compuestos, producen el movimiento parabólico. El valor total de la velocidad será (Pitágoras) la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes señaladas.

Para conocer el tiempo que tarda en recorrer el electrón los 15 cm basta con usar el movimiento horizontal (movimiento rectilíneo uniforme):

$$v_{0x} = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{0{,}15}{2{,}5 \cdot 10^6} = 5{,}77 \cdot 10^{-8} s$$

Componentes de la velocidad al cabo de $5{,}77 \cdot 10^{-8}$s:

$$v_{0x} = 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

$$v_y = a \cdot t = 2{,}63 \cdot 10^{13} \cdot 5{,}77 \cdot 10^{-8} = 1{,}58 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$$

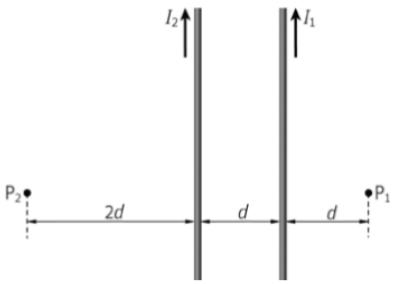
Valor de la velocidad:

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(2{,}5 \cdot 10^6\right)^2 + \left(1{,}58 \cdot 10^6\right)^2} = 2{,}96 \cdot 10^6 \, \frac{m}{s}$$

Aumento de su energía cinética:

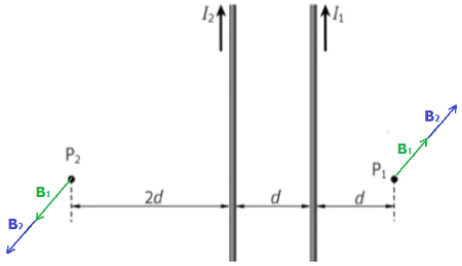
$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2{,}96 \cdot 10^6\right)^2 - \frac{1}{2} 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2{,}5 \cdot 10^6\right)^2 = 1{,}14 \cdot 10^{-18} \, J$$

2.- Dada la figura de la derecha y sabiendo que $I_1 = I_2 = 25$ mA y que d = 12 cm:



a) Determina la intensidad de campo magnético creado por la distribución de corriente de la figura en los puntos P_1 y P_2.
b) Calcula el valor de la fuerza mutua por unidad de longitud que se crea entre ambos conductores.

a) Aplicando la regla de la mano derecha podemos saber la dirección y sentido del campo creado por cada conductor en cada uno de los puntos:



En P_1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0{,}12} = 4{,}17 \cdot 10^{-8} \, T \Rightarrow \vec{B}_1 = -4{,}17 \cdot 10^{-8} \, \vec{i}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot (2d)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 2 \cdot 0{,}12} = 2{,}08 \cdot 10^{-8} \, T \Rightarrow \vec{B}_2 = -2{,}08 \cdot 10^{-8} \, \vec{i}$$

Como el sentido de ambos es hacia dentro del papel (sentido negativo del eje X), sumamos los dos vectores y el campo resultante lo escribimos en forma vectorial:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -4{,}17 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} - 2{,}08 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} = -6{,}25 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} \; T$$

En P_2:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot (3d)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 3 \cdot 0{,}12} = 1{,}39 \cdot 10^{-8} \, T \Rightarrow \vec{B}_1 = 1{,}39 \cdot 10^{-8} \, \vec{i}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot (2d)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 2 \cdot 0{,}12} = 2{,}08 \cdot 10^{-8} \, T \Rightarrow \vec{B}_2 = 2{,}08 \cdot 10^{-8} \, \vec{i}$$

Como el sentido de ambos es hacia afuera del papel (sentido positivo del eje X), sumamos los dos vectores y el campo resultante lo escribimos en forma vectorial:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 1{,}39 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} + 2{,}08 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} = 3{,}47 \cdot 10^{-8} \, \vec{i} \; T$$

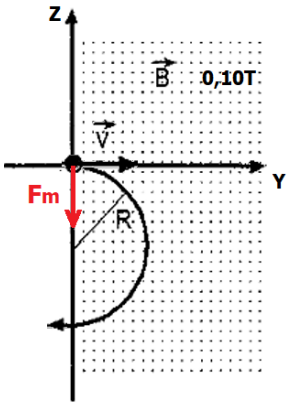
b) Las dos intensidades tienen el mismo sentido y ambos conductores se atraen (fuerza de atracción):

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot I_1 \cdot I_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}12} \cdot \left(25 \cdot 10^{-3}\right)^2 = 1{,}04 \cdot 10^{-9} \, \frac{N}{m}$$

3.- Una partícula de 4,5 μg de masa y una carga positiva de 36 nC se mueve en un campo magnético uniforme de 0,10 T que tiene la dirección del eje X y sentido positivo. La velocidad inicial de la partícula es $3{,}4\cdot10^3$ m/s en sentido positivo del eje Y. Determina:

a) **El valor de la fuerza que actúa sobre la partícula.**
b) **El radio de la trayectoria.**
c) **El trabajo realizado por la fuerza que soporta la partícula y la energía cinética con la que la partícula describe esa trayectoria.**
d) **El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico que habría que haber aplicado en esa región para que la partícula no se hubiera desviado.**

a) $F = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}\alpha = \left|36\cdot10^{-9}\right|\cdot 3{,}4\cdot10^3\cdot 0{,}10\cdot 1 = 1{,}224\cdot10^{-5}\text{N}$



Como está dirigida en sentido negativo del eje Z:

$\vec{F} = -1{,}224\cdot10^{-5}\vec{k}$ N

b) La fuerza magnética será siempre perpendicular al campo magnético y a la velocidad, por lo que será siempre centrípeta:

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\cdot v}{q\cdot B} = \frac{4{,}5\cdot10^{-9}\cdot 3{,}4\cdot10^3}{36\cdot10^{-9}\cdot 0{,}1} = 4250\text{m}$$

c) Toda fuerza central es siempre perpendicular al desplazamiento de la partícula, por lo que el trabajo que desarrolla es nulo: $W = F\cdot x\cdot\cos\alpha = F\cdot x\cdot\cos 90^0 = F\cdot x\cdot 0 = 0$

$$E_C = \frac{1}{2}m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 4{,}5\cdot10^{-9}\cdot\left(3{,}4\cdot10^6\right)^3 = 2{,}6\cdot10^{-2}\text{J}$$

d) Para que la partícula no altere su trayectoria: la fuerza total debe ser nula, por lo que la fuerza del campo eléctrico debe ser opuesta a la fuerza magnética, y tendrá que estar dirigida hacia arriba en la figura (sentido positivo del eje Z).

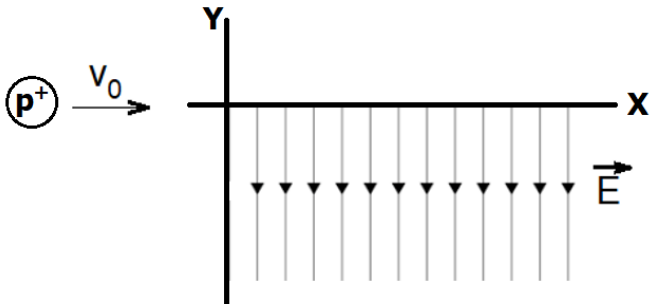
$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$$

$$q\cdot v\cdot B = -q\cdot E \Rightarrow \left|\vec{E}\right| = \left|\vec{v}\right|\cdot\left|\vec{B}\right| = 3{,}4\cdot10^3\cdot 0{,}10 = 3{,}4\cdot10^2\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E} = 3{,}4\cdot10^2\vec{k}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

4.- Un protón que se desplaza con una velocidad $\vec{v} = 5\vec{i}\ m/s$ entra en el seno de un campo eléctrico definido por la expresión $\vec{E} = -100\vec{j}\ V/m$. Determina:

a) La fuerza $\vec{F}$ y la aceleración $\vec{a}$ que actúa sobre el protón.
b) La ecuación de la trayectoria que sigue el protón.
c) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme.
d) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior.



a) La fuerza que actúa sobre el protón es la fuerza eléctrica:

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q = -100\vec{j} \cdot \left(1,6 \cdot 10^{-19}\right) = -1,6 \cdot 10^{-17}\vec{j}\ N$$

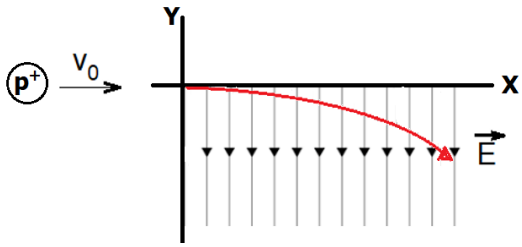
De la segunda ley de Newton deducimos el valor de la aceleración:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-17}\vec{j}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = -9,58 \cdot 10^{9}\vec{j}\ \frac{m}{s^2}$$

b) El protón está sometido a dos movimientos: uno uniforme en el sentido positivo del eje OX y otro uniformemente acelerado en el sentido negativo del eje OY, cuyas ecuaciones son:

$$x = v_0 t = 5t$$

$$y = \frac{1}{2}a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(-9,58 \cdot 10^9\right)t^2 = -4,79 \cdot 10^9 t^2$$



Eliminando el tiempo de las expresiones anteriores obtenemos la ecuación cartesiana de la trayectoria:

$$x = 5t \Rightarrow t = \frac{x}{5}$$

$$y = -4,79 \cdot 10^9 t^2 = -4,79 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{-4,79 \cdot 10^9}{25}x^2 \Rightarrow y = -1,916 \cdot 10^8 x^2$$

c) Para que el electrón no se desvíe la fuerza total que se ejerce sobre él ha de ser nula. Como las dos fuerzas que van a actuar sobre el electrón son la fuerza magnética y la fuerza eléctrica, ambas tienen que tener el mismo módulo, la misma dirección y sentidos contrarios:

$$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen\alpha = q \cdot v \cdot B \cdot sen90 = q \cdot v \cdot B$$

$$F_e = q \cdot E$$

Como ambas tienen que ser opuestas e iguales, el módulo del vector inducción magnética es:

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E \Rightarrow \left|\vec{B}\right| = \frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{v}\right|} = \frac{100}{5} = 20T$$

Para que la fuerza magnética tenga sentido contrario a la fuerza eléctrica, según la regla de la mano derecha, el campo magnético tiene que estar dirigido hacia el sentido negativo del eje Z (en la figura en sentido perpendicular hacia dentro del papel):

$$\vec{B} = -20\vec{k}T$$

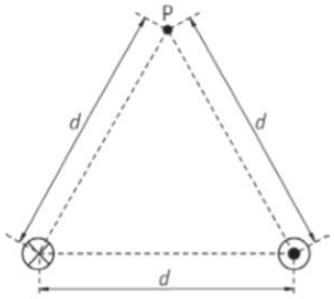
d) El valor del radio del movimiento del protón lo deducimos al igualar la fuerza magnética con la fuerza centrípeta responsable del movimiento circular uniforme:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$R_P = \frac{m_P \cdot v}{|q_P| \cdot B} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20} = 2,6 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$$

5.- La figura representa dos conductores largos y paralelos, en dirección perpendicular al plano del papel. Por ambos circulan corrientes de 1,2 A (el aspa y el punto determinan el sentido de la corriente eléctrica). La separación entre ambos conductores es d = 16 cm. Se considera también un punto P que está situado a la misma distancia d de ambos conductores.

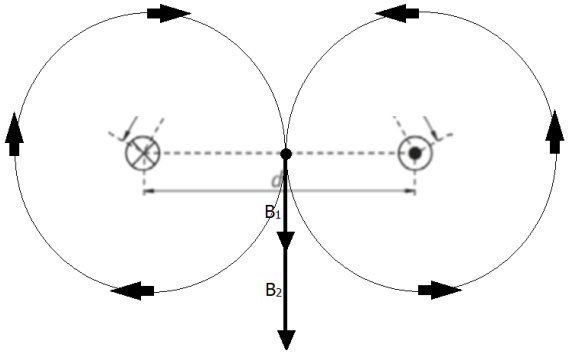


a) Calcula la intensidad del campo magnético en el punto medio de la recta que une a los dos conductores.
b) Calcula la intensidad del campo magnético en el punto P
c) Imagina que se sitúa en P un conductor largo y paralelo a los otros dos que transporta una corriente de 0,12 A que sale hacia afuera del plano del papel. Calcula la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre este último conductor por los otros dos.

a) Utilizando la regla de la mano derecha comprobamos que ambos campos magnéticos tienen el mismo sentido (hacia abajo). Como los dos tienen además el mismo valor numérico (misma intensidad de corriente y misma distancia) los dos campos son iguales y solo es necesario sumarlos:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\ d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,2}{2\pi \cdot 0,08} = 3 \cdot 10^{-6}\,T$$

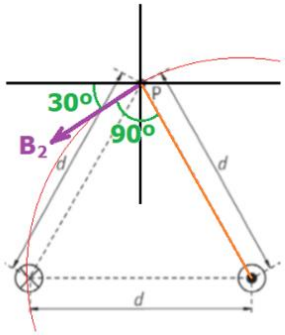
$$B_T = 3 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6} = 6 \cdot 10^{-6}\,T$$

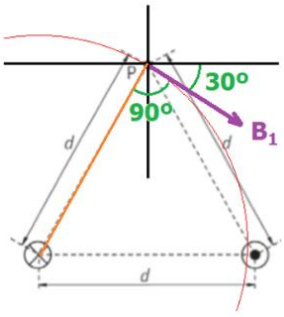


Podríamos escribirlo en forma vectorial (aunque con la representación gráfica es suficiente). Tomando el eje Y como el eje vertical, sería:

$$\vec{B}_T = -6 \cdot 10^{-6}\,\vec{j}\,T$$

b) Tomamos como centro de coordenadas el punto P. Los campos creado por cada conductor en el punto P vienen representados en la figuras (tenemos que fijarnos que los campos son perpendiculares a la línea que une a cada conductor con el punto, línea que a su vez es el radio de la circunferencia trazada).



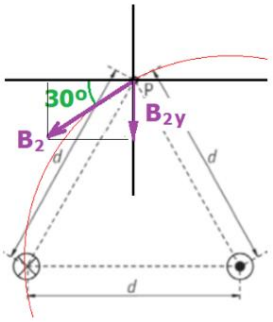


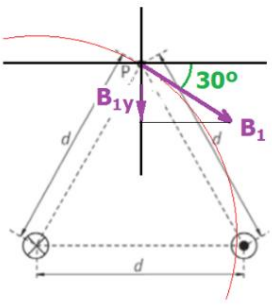
Ambos vectores tienen igual módulo. Al sumarlos, las componentes horizontales se anulan, con lo que solo nos quedan las componentes verticales (en el sentido negativo del eje Y):

$$\vec{B}_{1y} = \vec{B}_{2y}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_{1y} + \vec{B}_{2y}$$

$$|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,2}{2\pi \cdot 0,16} = 1,5 \cdot 10^{-6}\,T$$





$$\left|\vec{B}_{1y}\right| = \left|\vec{B}_{2y}\right| = \left|\vec{B}_1\right| \cdot \text{sen}30^o =$$
$$= 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sen}30^o = 0,75 \cdot 10^{-6}\,\text{T}$$

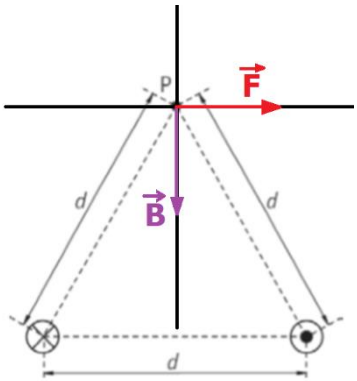
$$\vec{B}_T = \vec{B}_{1y} + \vec{B}_{2y} =$$
$$= -0,75 \cdot 10^{-6}\,\vec{j} - 0,75 \cdot 10^{-6}\,\vec{j} = -1,5 \cdot 10^{-6}\,\vec{j}\ \text{T}$$

c) Una vez calculado el valor del campo magnético en el punto P, para calcular la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre un conductor situado en ese punto basta aplicar el valor de la fuerza magnética, siendo el sentido de la fuerza la determinada por la regla de la mano derecha:

$$\vec{F} = I(\vec{\ell} \Lambda \vec{B})$$

$$F = I \cdot \ell \cdot B \cdot \text{sen}\alpha = 0,12 \cdot \ell \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1$$

$$\frac{F}{\ell} = 0,12 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 0,18 \cdot 10^{-6}\ \frac{N}{m}$$

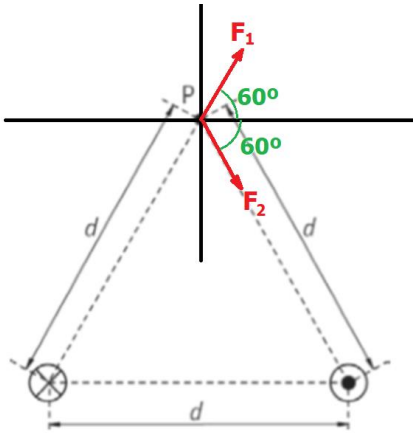


Aplicando la regla de la mano derecha, la fuerza está situada sobre el eje X y sentido positivo:

Y el vector fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{\vec{F}}{\ell} = 1,8 \cdot 10^{-7}\ \frac{N}{m}\,\vec{i}$$

También se puede hacer mediante la aplicación del principio de superposición. Dibujamos las fuerzas, las descomponemos, con lo que solo nos quedarán las componentes horizontales, y procedemos a la suma de dichas componentes horizontales. El resultado final (lógicamente) es el mismo:



$$\frac{\left|\vec{F}_1\right|}{\ell} = \frac{\left|\vec{F}_2\right|}{\ell}$$

Como $\frac{\left|\vec{F}_{1y}\right|}{\ell}$ y $\frac{\left|\vec{F}_{2y}\right|}{\ell}$ se anulan

y $\frac{\vec{F}_{1x}}{\ell} = \frac{\vec{F}_{2x}}{\ell} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{\ell} = \frac{\vec{F}_{1x}}{\ell} + \frac{\vec{F}_{2x}}{\ell}$

$$\frac{\left|\vec{F}_1\right|}{\ell} = I_1 \cdot I_P \cdot \frac{\mu_0}{2\pi d} = 1,2 \cdot 0,12 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0,16} = 1,8 \cdot 10^{-7}\ \frac{N}{m}$$

$$\frac{\left|\vec{F}_{1x}\right|}{\ell} = \frac{\left|\vec{F}_1\right|}{\ell} \cos 60^o = 0,9 \cdot 10^{-7}\ \frac{N}{m}$$

$$\frac{\vec{}}{\ell} = \frac{\vec{F}_{1x}}{\ell} + \frac{\vec{F}_{2x}}{\ell} = 0,9 \cdot 10^{-7} + 0,9 \cdot 10^{-7} = 1,8 \cdot 10^{-7}\ \frac{N}{m}$$

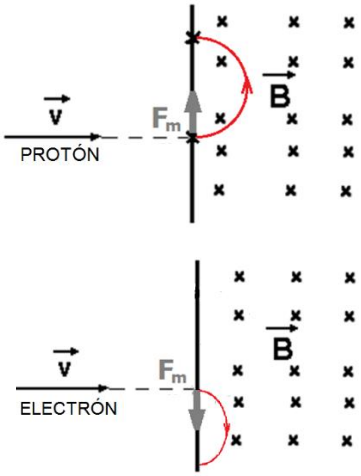
6.- Un protón y un electrón que se mueven con la misma velocidad, $\vec{v} = 4 \cdot 10^6 \vec{j}\, m/s$, penetran en un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0{,}01\ \vec{i}\ T$

Calcula:

a) El vector fuerza que actúa sobre cada partícula al entrar en el campo.

b) El radio de la trayectoria descrita por cada una de las partículas.

c) El tiempo que tarda cada partícula en dar media vuelta.



a) El protón y el electrón son dos partículas con igual valor absoluto de carga, pero de signo contrario.

Si consideramos el eje X perpendicular al papel, el campo magnético al ser negativo tiene sentido hacia dentro (sentido señalado por los signos x).

Siguiendo la regla de la mano derecha, al tener el protón carga positiva, la fuerza magnética sobre el mismo es hacia arriba (sentido positivo del eje Z).

Siguiendo la regla de la mano derecha, al tener el electrón carga negativa, la fuerza magnética sobre el mismo es hacia abajo (sentido negativo del eje Z).

Valor del módulo del vector fuerza magnética sobre el protón:

$$|F_P| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$$

$$|F_P| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}01 = 6{,}4 \cdot 10^{-15} N$$

Vectorialmente, teniendo en cuenta el sentido determinado por la regla de la mano derecha:

$$\vec{F}_P = 6{,}4 \cdot 10^{-15} \vec{k}\ N$$

Valor del módulo del vector fuerza magnética sobre el electrón:

$$|F_e| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$$

$$|F_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}01 = 6{,}4 \cdot 10^{-15} N$$

Vectorialmente, teniendo en cuenta el sentido determinado por la regla de la mano derecha:

$$\vec{F}_e = -6{,}4 \cdot 10^{-15} \vec{k}\ N$$

b) Los radios de las trayectorias circulares que, al entrar en el campo magnético, emprenden ambas partículas, dependen entre otras magnitudes de la masa de la partícula, por lo que el radio no es igual en cada una.

El valor del radio lo deducimos al igualar la fuerza magnética con la fuerza centrípeta responsable del movimiento circular uniforme:

$$R_P = \frac{m_P \cdot v}{|q_P| \cdot B} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 4 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}01} = 4{,}175\ m$$

$$R_e = \frac{m_e \cdot v}{|q_e| \cdot B} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}01} = 2{,}275 \cdot 10^{-3} m$$

c) Al dar la mitad de una vuelta tanto el protón como el electrón escapan del campo magnético uniforme (figura). La mitad de una vuelta se realiza en un tiempo igual a la mitad del periodo, por lo que:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi R/v}{2} = \frac{\pi R}{v}$$

Para el protón: $t_P = \dfrac{\pi R}{v} = \dfrac{3{,}14 \cdot 4{,}175}{4 \cdot 10^6} = 3{,}28 \cdot 10^{-6} s$

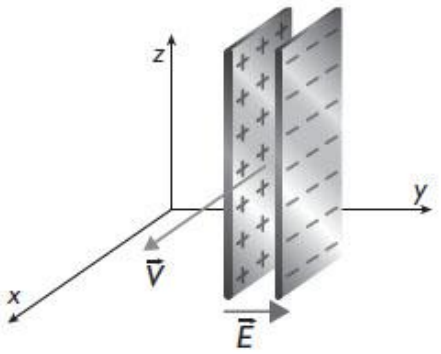
Para el electrón: $t_e = \dfrac{\pi R}{v} = \dfrac{3{,}14 \cdot 2{,}275 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^6} = 1{,}79 \cdot 10^{-9} s$

7.- Un electrón se lanza con una velocidad $\vec{v}$ = 5 · 10⁶ $\vec{i}$ m/s entre las placas de un condensador plano vacío cargado, cuyas placas son planos paralelos al plano XZ que producen un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 10^2\vec{j}$ N/C como indica la Figura. Si el electrón entra de forma que su distancia a cada una de las placas es de d = 1 cm, halla, suponiendo despreciable la fuerza gravitatoria:

a) La fuerza $\vec{F}$ y la aceleración $\vec{a}$ que actúa sobre el electrón.

b) La ecuación de la trayectoria que sigue el electrón.

c) El vector de inducción magnética $\vec{B}$ necesario para que el electrón no desvíe su trayectoria.



a)

$$\vec{F} = \vec{E}\cdot q = 10^2\vec{j}\cdot\left(-1{,}6\cdot10^{-19}\right) = -1{,}6\cdot10^{-17}\vec{j}\ \text{N}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}6\cdot10^{-17}\vec{j}}{9{,}1\cdot10^{-31}} = -1{,}76\cdot10^{13}\vec{j}\ \frac{m}{s^2}$$

b) El electrón está sometido a dos movimientos: uno uniforme en el sentido positivo del eje OX y otro uniformemente acelerado en el sentido negativo del eje OY, cuyas ecuaciones son:

$$x = v_0 t = 5\cdot10^6 t$$

$$y = \frac{1}{2}a\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(-1{,}76\cdot10^{13}\right)t^2 = -8{,}8\cdot10^{12}t^2$$

Eliminando el tiempo de las expresiones anteriores obtenemos la ecuación cartesiana de la trayectoria:

$$t = \frac{x}{5\cdot10^6}$$

$$y = -8{,}8\cdot10^{12}\cdot\left(\frac{x}{5\cdot10^6}\right)^2 \Rightarrow y = -0{,}352x^2$$

Se trata, como era de esperar, de un movimiento parabólico.

c) Para que el electrón no se desvíe la fuerza total que se ejerce sobre él ha de ser nula:

$$F_m = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}\alpha = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}90 = q\cdot v\cdot B$$

$$F_e = q\cdot E$$

Como ambas tienen que ser opuestas e iguales, el módulo del vector inducción magnética es:

$$q\cdot v\cdot B = q\cdot E \Rightarrow \left|\vec{B}\right| = \frac{\left|\vec{E}\right|}{\left|\vec{v}\right|} = \frac{10^2}{5\cdot10^6} = 2\cdot10^{-5}\text{T}$$

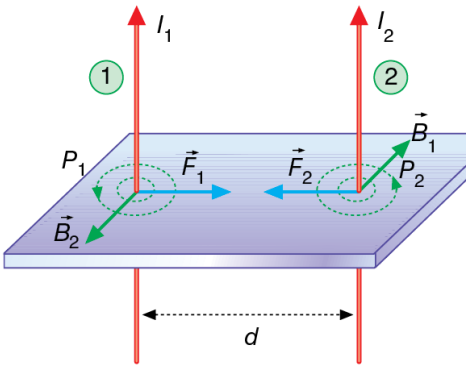
Al tener la fuerza eléctrica sentido negativo en la dirección del eje Y, la fuerza magnética tiene que ser positiva en la dirección del eje Y. Por la regla de la mano derecha, teniendo en cuenta que la velocidad tiene sentido positivo en la dirección del eje X y que la carga que se mueve es negativa, el vector inducción magnética tiene que estar dirigido en el sentido positivo del eje Z:

$$\vec{B} = 2\cdot10^{-5}\vec{k}\ \text{T}$$

8.- Dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, están separados por una distancia de 12 cm. Por los conductores pasan corriente eléctricas en el mimo sentido y de intensidades I_1 = 12A e I_2 = 18A.

a) Calcula la fuerza por unidad de longitud que se ejerce entre ambos conductores.

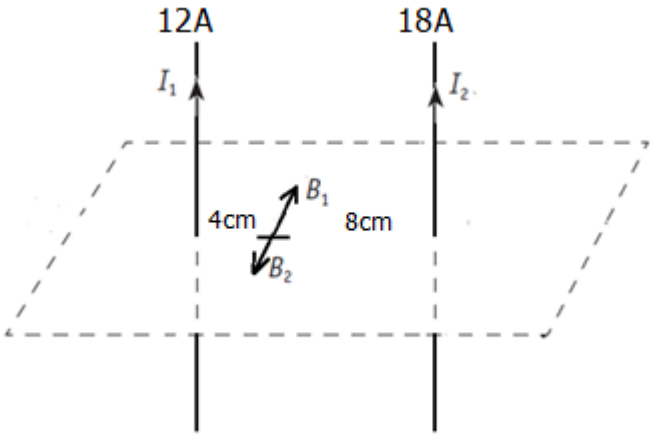
b) Determina el valor del campo magnético en un punto situado entre ambos conductores a una distancia de 4cm del conductor 1 y 8cm del conductor 2 (haz el dibujo de los dos vectores inducción de campo en ese punto para resolver el problema).



a)

$$\frac{F_1}{\ell} = \frac{F_2}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 \cdot I_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}12} \cdot 12 \cdot 18 = 3{,}6 \cdot 10^{-4}\ \frac{N}{m}$$

b) En este apartado tenemos que calcular, en primer lugar, el valor de la inducción del campo magnético creado por cada uno de los conductores en el punto indicado y además el sentido de cada vector inducción en dicho punto (regla de la mano derecha para la creación de campos por un conductor).



El valor del módulo del vector $\vec{B}_1$ es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12}{2\pi \cdot 0{,}04} = 6 \cdot 10^{-5}\,T$$

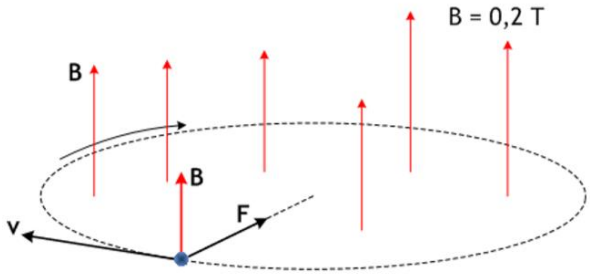
El valor del módulo del vector $\vec{B}_2$ es:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 18}{2\pi \cdot 0{,}08} = 4{,}5 \cdot 10^{-5}\,T$$

Los dos vectores tienen la misma dirección pero sentido contrario. Hay que restar ambos valores y, al ser mayor B_1 que B_2, el vector inducción tiene el sentido de B_1.

$$B = B_1 - B_2 = 6 \cdot 10^{-5}\,T - 4{,}5 \cdot 10^{-5}\,T = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,T$$

9.- Una partícula de carga $q = 1{,}6.10^{-19}$ C se mueve en un campo magnético uniforme de valor B = 0,2 T, describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético con período $3{,}2\cdot10^{-7}$ s y velocidad de $3{,}8\cdot10^{6}$ m/s. Calcula:
a) El radio de la circunferencia descrita.
b) La masa de la partícula



a) La carga de la partícula es, en valor absoluto, la de un electrón. Eso es compatible con una variedad de partículas, que incluye, entre otras, electrón y protón o sus correspondientes antipartículas. En la figura se ha supuesto que se trata de una carga positiva; así puede entenderse el sentido de giro de la partícula, teniendo en cuenta que el plano XY de giro se imagina horizontal y el campo magnético, perpendicular a ese plano, en la dirección del eje Z.

En todo caso, el radio de giro de una partícula en un giro uniforme del que se conoce el periodo y la velocidad es una obviedad, con independencia de que se trate de un giro en un campo magnético o de cualquier otro supuesto, como podría ser un satélite en órbita circular alrededor de un planeta. En efecto, sabemos que

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{v\,T}{2\pi} = \frac{3{,}8.10^{6}.3{,}2.10^{-7}}{2\pi} = \mathbf{19{,}4\ cm = 0{,}19\ m}$$

b) Ahora podemos emplear la expresión del radio giromagnético $r = \frac{mv}{qB}$

para despejar la masa de la partícula $m = \frac{qBr}{v} = \frac{1{,}6.10^{-19}.0{,}2.0{,}19}{3{,}8.10^{6}} = \mathbf{1{,}63.10^{-27}\ kg}$

que resulta, con una aproximación muy buena, la masa de un protón; así, podríamos imaginar que se trata de esta partícula, o puede que se trate de un antiprotón, que tiene la mimsa masa y la misma carga e, pero negativa.

10.- Desde valores negativos del eje X se mueve a lo largo del mismo un electrón a velocidad constante $\vec{v} = 10^{8}\,\vec{i}\,\frac{m}{s}$. Al llegar a x = 0 se activa un campo magnético uniforme perpendicular al plano XY de valor $\vec{B} = 0{,}1\vec{k}\,T$, por el que el electrón describe media circunferencia y sale de la región del campo magnético.

- **a) ¿Qué distancia hay entre el punto en el que el electrón entra y el punto en el que sale del campo magnético?**
- **b) Determina el tiempo en el que tardará el electrón en recorrer esa media circunferencia.**
- **c) ¿Cuál sería el campo eléctrico que habría que aplicar a partir del punto x = 0 para que el electrón no alterase su velocidad?**

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; Carga del electrón: $e^- = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C

a) La fuerza de Lorentz, al ser $\vec{v}$ y $\vec{B}$ perpendiculares, tiene como valor: $F_m = q\cdot v\cdot B$

Al ser sometida a esa fuerza, la partícula cargada se mueve con movimiento circular uniforme, en el que:

$$F_m = F_c \Rightarrow q\cdot v\cdot B = m\frac{v^2}{R}$$

En este caso la distancia es el doble del radio de la circunferencia (el diámetro),

$$q\cdot v\cdot B = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\cdot v}{|B\cdot q|} = \frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot10^{8}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}1} = 5{,}69\cdot10^{-3}\text{m}$$

Como la distancia es 2R:

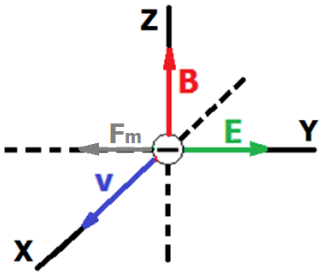
$d = 2\cdot5{,}69\cdot10^{-3}\text{m} = 1{,}138\cdot10^{-2}\text{m} = 1{,}138\text{cm}$

b) En el tiempo que el electrón está dentro de la región del campo magnético el módulo de la velocidad es constante y la distancia que recorre es media circunferencia de radio 5,69mm:

$$s = \frac{2\pi R}{2} = \pi R = \pi\cdot5{,}69\cdot10^{-3}\text{m} = 1{,}788\cdot10^{-2}\text{m}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1{,}788\cdot10^{-2}\text{m}}{10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}788\cdot10^{-10}\text{s}$$

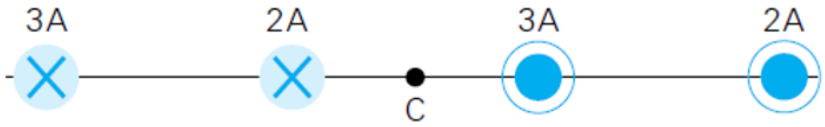
c) El electrón, para no alterar su trayectoria, debe soportar una fuerza total nula, siendo la fuerza eléctrica opuesta a la magnética. Como la fuerza magnética es paralela al eje Y y de sentido negativo, la fuerza eléctrica tiene que ser paralela al eje Y y sentido positivo:



$$\left|\vec{F}_m\right| = \left|\vec{F}_e\right| \Rightarrow q \cdot E = q \cdot v \cdot B \Rightarrow E = v \cdot B = 0{,}1 \cdot 10^8\ \text{N/C} = 10^7\ \text{N/C}$$

$$\vec{E} = 10^7\,\vec{j}\ \text{N/C}$$

11.- Tenemos cuatro hilos rectos paralelos y largos, separados 5 cm entre sí que transportan corrientes eléctricas de las intensidades indicadas en la figura.



Calcula:
a) La fuerza sobre el primer hilo debida a los otros tres.
b) El campo magnético en el punto medio C debido a la corriente en los cuatro hilos.
Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{N/A}^2$

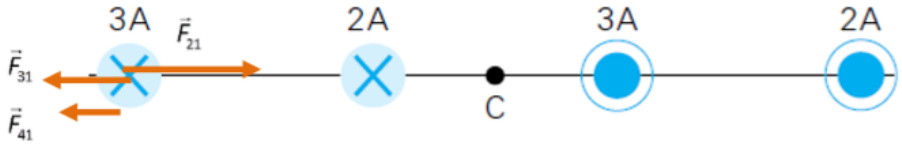
a) Sobre el hilo 1 el hilo 2 ejerce una fuerza de atracción, pues la corriente circula en el mismo sentido. Por el contrario, los hilos 3 y 4 ejercen fuerzas de repulsión. Entonces, la fuerza neta tendrá como módulo la fuerza que ejerce el hilo 2 menos la fuerza que ejerce el hilo 3 menos la fuerza que ejerce el hilo 4.

$$\vec{F}_B = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F_B = q \cdot v \cdot B = (I \cdot t) \cdot v \cdot B = I \cdot \underbrace{t \cdot v}_{L} \cdot B \rightarrow F_B = I \cdot L \cdot B$$

Y el campo magnético creado por un hilo viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Si consideramos el eje X dirigido hacia la derecha, en el plano del papel:



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = F_{21}\,\vec{i} - F_{31}\,\vec{i} - F_{41}\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_1 = F_{21}\,\vec{i} - F_{31}\,\vec{i} - F_{41}\,\vec{i} \rightarrow \frac{\vec{F}_1}{L} = \frac{F_{21}}{L}\,\vec{i} - \frac{F_{31}}{L}\,\vec{i} - \frac{F_{41}}{L}\,\vec{i} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d_{21}}\,\vec{i} - \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_3}{2\pi \cdot d_{31}}\,\vec{i} - \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_4}{2\pi \cdot d_{41}}\,\vec{i} =$$

$$= \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi} \cdot \left(\frac{I_2}{d_{21}} - \frac{I_3}{d_{31}} - \frac{I_4}{d_{41}}\right) = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}\ \text{A/m}^2 \cdot 3\ \text{A}}{2\cancel{\pi}} \cdot \left(\frac{2\ \text{A}}{0{,}05\ \text{m}} - \frac{3\ \text{A}}{0{,}10\ \text{m}} - \frac{2\ \text{A}}{0{,}15\ \text{m}}\right) \vec{i} = -2 \cdot 10^{-6}\ \vec{i}\ \text{N}$$

b) En el punto medio las contribuciones de los cuatro hilos se suman, pues el campo magnético ejercido por todos ellos tiene el mismo sentido: hacia abajo según el dibujo. Por tanto, el campo magnético total estará dirigido hacia arriba y su valor vendrá dado por la suma de los módulos de todos los campos:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \rightarrow B_T = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} + \frac{\mu_0 \cdot I_3}{2\pi \cdot r_3} + \frac{\mu_0 \cdot I_4}{2\pi \cdot r_4} =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} + \frac{I_4}{r_4}\right) = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}\ \text{A/m}^2}{2\cancel{\pi}} \cdot \left(\frac{3}{0{,}075\ \text{m}} + \frac{2}{0{,}025\ \text{m}} + \frac{3}{0{,}025\ \text{m}} + \frac{2}{0{,}075\ \text{m}}\right) = 5{,}\hat{3} \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Es decir:

$$\vec{B}_T = -5{,}\hat{3} \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ \text{T}$$