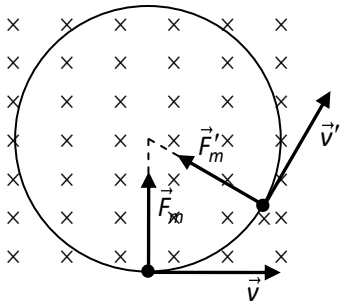
PROBLEMAS RESUELTOS DE INTERACCIÓN MAGNÉTICA

Un protón se mueve en una órbita circular de 80 cm de radio, perpendicularmente a un campo magnético de 0,5 T. Se pide:

a) Periodo del movimiento.
b) Velocidad del protón.
c) Energía cinética del protón.

Datos: $q_p = 1{,}6\cdot10^{-19}$ *C*; $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ *kg*



Solución

Nos dicen que el movimiento es circular de radio *R*, así que la fuerza magnética (F_m) es también la fuerza centrípeta (F_c) (siempre perpendicular a la velocidad (v), como se ve en la figura). Para que la fuerza magnética tenga la orientación de la figura es necesario que, de acuerdo con la fuerza de Lorentz, el campo magnético (B) esté orientado hacia dentro del papel.

Apartado b)

Para hallar el periodo (T) del movimiento necesitamos conocer la velocidad del protón. Ya que se cumple que,

$$\left.\begin{array}{l} F_m = F_c \\ F_m = |q_p| vB\sin 90 \\ F_c = m_p v^2/R \end{array}\right\} \Rightarrow |q_p| vB = m_p \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \frac{|q_p| BR}{m_p} = \frac{1{,}6\cdot10^{-19}\times 0{,}5\times 0{,}8}{1{,}67\cdot10^{-27}} = \mathbf{3{,}83\times10^{7}\ m/s}$$

donde m_p y q_p son, respectivamente, la masa y la carga del protón y $\sin 90 = 1$.

Apartado b)

La energía cinética (E_c) del protón es,

$$E_c = \tfrac{1}{2} m v^2 = \tfrac{1}{2}\times 1{,}67\cdot10^{-27}\times(3{,}83\cdot10^{7})^2 = \mathbf{1{,}23\times10^{-12}\ J}$$

Apartado a)

Como el movimiento circular es también uniforme ($v = cte$ porque F_m no puede modificar la magnitud de la velocidad) se cumple que,

$$\Delta s = v\Delta t \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

donde T es el periodo (el tiempo que le lleva al protón dar una vuelta completa); así que,

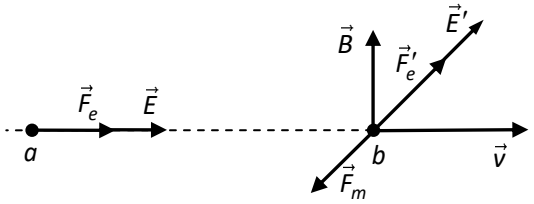
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\times 0{,}8}{3{,}83\cdot10^{7}} = \mathbf{1{,}31\times10^{-7}\ s}$$

Una fuente de iones está produciendo iones de ^{6}Li (masa = 6,01 *u*) portando cada uno de ellos una carga neta de *+e*. Los iones son acelerados por una diferencia de potencial de 10,8 *kV* y pasan por una región en la que existe un campo magnético vertical de 1,22 *T*. Calcula la intensidad del campo eléctrico horizontal que debe generarse en la misma región para que los iones de ^{6}*Li* pasen sin desviarse.

Dato: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$

Solución

Necesitamos la masa de los iones para averiguar la velocidad que llevan al llegar al punto *b* de la figura.



Como la masa atómica (iónica, en este caso) coincide con la molar expresada en gramos, tenemos que,

$$M = 6{,}01\ g/mol$$

Ahora bien, un mol contiene $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ *unidades*; entonces la masa de un solo ión es,

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{6{,}01\ g/mol}{6{,}02\cdot10^{23}\ iones/mol} = 9{,}98\cdot10^{-24}\ g/ion = 9{,}98\cdot10^{-27}\ kg/ion$$

Ahora hallemos la velocidad de los iones al llegar al punto *b*. Despreciando el peso, como el campo eléctrico es conservativo,

$$E_m = cte \Rightarrow E_m(a) = E_m(b) \Rightarrow E_p(a) = E_c(b) + E_p(b)$$

ya que $E_c(a) = 0$. Y como $E_p = qV$, la ecuación anterior se transforma en,

$$qV_a = \tfrac{1}{2}mv^2 + qV_b \Rightarrow \tfrac{1}{2}mv^2 = q(V_a - V_b)$$

donde *q* va con su signo. Al despejar *v* queda que,

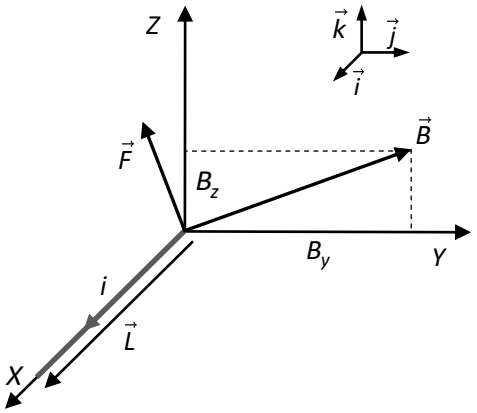
$$v = \sqrt{\frac{2q(V_a - V_b)}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1{,}6\cdot10^{-19}\times10{,}8\cdot10^3}{9{,}98\cdot10^{-27}}} = 5{,}88\cdot10^5\ m/s$$

Al ser el campo magnético vertical (supongamos que dirigido hacia arriba) y $q > 0$, la aplicación de la ecuación $\vec{F}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$ nos da que $\vec{F}_m$ es horizontal y dirigida hacia el lector. Así que la fuerza eléctrica ($\vec{F}_e' = q\vec{E}'$) tiene que ser horizontal, dirigida hacia el papel y de la misma intensidad que la magnética (ver figura); es decir,

$$F_e' = F_m \Rightarrow |q|E' = |q|vB\sin90 \Rightarrow E' = vB = 5{,}88\cdot10^5\times1{,}22 = \mathbf{7{,}18\times10^5\ N/C}$$

Un alambre de 50 cm de longitud se encuentra en el eje OX y transporta una corriente de 0,50 A en el sentido positivo del eje. Existe un campo magnético cuyo valor en teslas está dado por $\vec{B}=0{,}030\vec{j}+0{,}010\vec{k}$ Encuentra las componentes de la fuerza que actúa sobre el alambre.

Solución



El problema nos pide las componentes de la fuerza magnética que actúa sobre el alambre, así que lo mejor que podemos hacer es aplicar $\vec{F}=i\vec{L}\times\vec{B}$ de forma directa. Como el alambre está en el eje *OX* y la intensidad fluye en el sentido positivo tenemos, al expresar $\vec{L}$ en componentes, que,

$$\vec{L}=L_x\vec{i}=L\vec{i}=0{,}5\vec{i}\ m$$

Entonces, como $B_x=0$; $B_y=0{,}03\ T$ y $B_z=0{,}01\ T$, queda que,

$$\vec{F}=i\vec{L}\times\vec{B}=i\,L\vec{i}\times(B_y\vec{j}+B_z\vec{k})=i\left[LB_y(\vec{i}\times\vec{j})+LB_z(\vec{i}\times\vec{k})\right]$$

pero $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$ y $\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$, por lo que,

$$\vec{F}=i\vec{L}\times\vec{B}=i\,L\vec{i}\times(B_y\vec{j}+B_z\vec{k})=i\left[LB_y\vec{k}-LB_z\vec{j}\right]=0{,}5\cdot\left[(0{,}5\cdot0{,}03)\vec{k}-(0{,}5\cdot0{,}01)\vec{j}\right]=7{,}5\cdot10^{-3}\vec{k}-2{,}5\cdot10^{-3}\vec{j}$$

Finalmente, como la fuerza expresada en componentes viene expresada por la ecuación,

$$\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$$

tenemos, al comparar las dos últimas ecuaciones que,

$$\mathbf{F_x=0;\ F_y=-2{,}5\times10^{-3}\ N\ y\ F_z=7{,}5\times10^{-3}\ N}$$

Vamos a comprobar que $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$. En efecto,

$$\left|\vec{i}\times\vec{j}\right|=\left|\vec{i}\right|\cdot\left|\vec{j}\right|=1\cdot1\cdot\sin90=1$$

ya que son vectores unitarios y perpendiculares. Además, como el plano definido por $\vec{i}$ y $\vec{j}$ es *XY* y el producto $\vec{i}\times\vec{j}$ es perpendicular a ese plano, la dirección del producto vectorial tiene que ser la del eje *OZ*. Finalmente la regla de la mano derecha (dedos índice y corazón orientados, respectivamente, como $\vec{L}$ y $\vec{B}$) hacen que el pulgar apunte hacia el sentido positivo de *OZ*. Un vector de módulo 1 y que tiene la dirección y el sentido de *OZ* es el vector unitario $\vec{k}$. Comprueba tú mismo que $\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$.

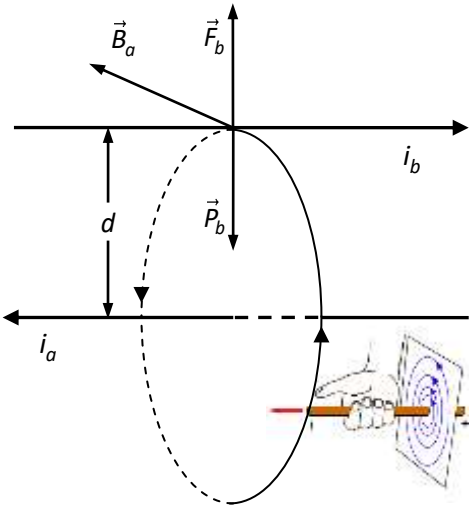
También podíamos haber realizado el producto vectorial resolviendo el siguiente determinante por los elementos de la primera fila,

$$\vec{F}=i\vec{L}\times\vec{B}=i\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\L_x&L_y&L_z\\B_x&B_y&B_z\end{vmatrix}=i\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\L_x&0&0\\0&B_y&B_z\end{vmatrix}$$

si te aclaras mejor de este modo, pues lo aplicas.

Un alambre largo que se encuentra en un plano horizontal conduce una corriente eléctrica i_a de 96 *A*. Directamente encima de él y en posición paralela hay un segundo alambre que conduce una corriente i_b de 23 *A* y que tiene un peso por unidad de longitud de 0,73 *N/m*. ¿A qué altura del alambre inferior habría que colocar el segundo alambre para que pueda ser soportado mediante la repulsión magnética que le ejerce el primero?

Solución



Como se desprende de la figura, para que la fuerza magnética (F_b) mantenga al cable es necesario que esté orientada hacia arriba y que su intensidad (módulo) sea igual al peso del alambre *b* (P_b); es decir,

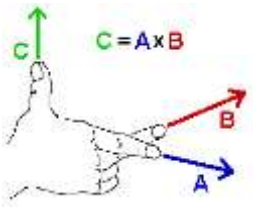
$$F_b = P_b$$

En la figura se ha dibujado la línea de inducción del campo magnético creado por el conductor *a* ($\vec{B}_a$) que pasa por un punto de *b*. Observa (ver figura inferior) que la regla de la mano derecha indica que la orientación de ésta es la de la figura; por tanto $\vec{B}_a$ es horizontal y dirigido hacia dentro del papel.

La fuerza que el campo magnético creado por el conductor *a* ejerce sobre el conductor *b* es,

$$\vec{F}_b = i_b \vec{L}_b \times \vec{B}_a$$

donde i_b es la intensidad que pasa por el conductor *b* y $\vec{L}_b$ (recuerda) es un vector que tiene la dirección del conductor, el sentido de i_b y cuyo modulo es igual a la longitud de *b*. De acuerdo con la definición del producto vectorial, $\vec{F}_b$ es perpendicular al plano formado por $\vec{L}_b$ y $\vec{B}_b$; es decir, vertical y su sentido el dado por la regla de la mano derecha (ver figura inferior); o sea, hacia arriba. Entonces, como $\vec{L}_b$ y $\vec{B}_b$ son perpendiculares,



$$\vec{F}_b = i_b \vec{L}_b \times \vec{B}_a \;\Rightarrow\; F_b = i_b L_b B_a \sin 90 = i_b L_b B_a$$

pero por otro lado,

$$F_b = P_b \;\Rightarrow\; i_b L_b B_a = P_b \;\Rightarrow\; B_a = \frac{P_b/L_b}{i_b} = \frac{0,73}{23} = 3,17 \cdot 10^{-2}\ T$$

es el campo magnético que ha de crear el conductor *a* para mantener al *b*.

Nota que P_b/L_b es el peso de *b* por unidad de longitud, que es el dato que dan.

Como el B_a a una distancia *d*, que es la que separa a los conductores, viene dado por,

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \;\Rightarrow\; d = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi B_a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 96}{2\pi \times 3,17 \cdot 10^{-2}} = \mathbf{6,06 \times 10^{-4}\ m = 0,606\ mm}$$

Una carga $q = -2\ \mu C$ y 0,01 *g* de masa, inicialmente en reposo en un punto *A*, es acelerada por un campo eléctrico horizontal orientado hacia la izquierda. Al llegar al punto *B*, situado a 20 *cm* de *A*, la velocidad de la partícula es de 100 *m/s*. Se pide:

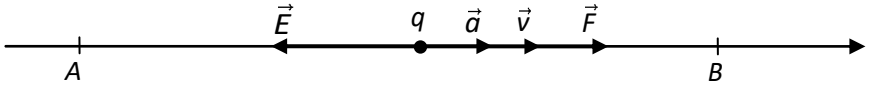
a) **Dibuja la intensidad del campo eléctrico y la fuerza aplicada sobre la carga.**

b) **Determina la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* ($V_A - V_B$) y la intensidad del campo eléctrico, supuesto éste constante.**

c) **Al salir la partícula del campo eléctrico, entra en un campo magnético uniforme de 0,4 *T* perpendicular a la velocidad de la carga y orientado hacia el papel. Dibuja la fuerza magnética que se ejerce sobre la partícula y la trayectoria circular que describe. Calcula los valores numéricos de la fuerza y del radio del círculo.**

Solución

Apartado a)



Recuerda que, $\vec{F} = q\vec{E}$

pero $q < 0$, lo que significa que $\vec{F}$ tiene sentido opuesto a $\vec{E}$. Esto es, que es horizontal y dirigida hacia la derecha (ver figura).

Apartado b) Puede resolverse de dos formas diferentes:

1ª forma: Conservación de la energía mecánica.

Ya que el campo eléctrico es conservativo, la energía mecánica de la carga ha de permanecer constante durante su movimiento. Por tanto,

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

$E_c(A) = 0$ pues *q* está en reposo en el punto *A* y $E_p = qV$. Entonces,

$$q\,V_A = \tfrac{1}{2} m v_B^2 + q\,V_B \Rightarrow q(V_A - V_B) = \tfrac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow$$

$$\mathbf{V_A - V_B} = \frac{m v_B^2}{2q} = \frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}\ kg \times (100\ m/s)^2}{2(-2 \cdot 10^{-6}\ C)} = \mathbf{-2{,}5 \times 10^4\ V}$$

Ya que el campo es constante, se cumple que

$$\mathbf{E} = \frac{V_A - V_B}{d} = \frac{-2{,}5 \cdot 10^4\ V}{0{,}2\ m} = \mathbf{-1{,}25 \times 10^5\ V/m\ (N/C)}$$

Nota: ya que el campo es horizontal (tiene la dirección del eje OX), su valor puede reprensarse por un único número que lo determina. El signo indica el sentido del mismo; en nuestro caso este signo es negativo porque el vector $\vec{E}$ está orientado hacia la izquierda.

2ª forma: Aplicación de las leyes de Newton.

Puesto que el campo es constante, también lo son la fuerza y la aceleración; esto significa que el movimiento es uniformemente variado (cuyas ecuaciones conocemos bien). Además es también rectilíneo porque la fuerza y la velocidad tienen la misma dirección (ver figura). Por otro lado, al tener los vectores $\vec{E}, \vec{F}$ y $\vec{v}$ la dirección del eje *OX*, podemos escribir las ecuaciones vectoriales en su forma escalar.

Al ser el movimiento rectilíneo uniformemente variado se cumple que

$$v_B^2 - v_A^2 = 2ad \Rightarrow v_B^2 = 2ad \text{ pues } v_A^2 = 0$$

$$a = \frac{v_B^2}{2d} = \frac{(100\,m/s)^2}{2 \times 0{,}2\,m} = 2{,}5 \cdot 10^4\, m/s^2$$

Por otro lado tenemos que,

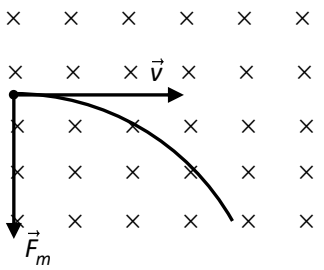
$$\left.\begin{array}{l} F = qE \\ F = ma \end{array}\right\} \Rightarrow qE = ma \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{ma}{q} = \frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}\, kg \times 2{,}5 \cdot 10^4\, m/s^2}{-2 \cdot 10^{-6}\, C} = \mathbf{-1{,}25 \times 10^5\ N/C}$$

Observa que la ecuación $F = qE$ no es una ecuación de módulos de vectores. Es una ecuación vectorial expresada en su forma escalar porque los vectores tienen la dirección del eje OX. En consecuencia, el valor numérico de la carga se escribe con su signo (en este caso negativo).

Para hallar la diferencia de potencial,

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \Rightarrow \boldsymbol{V_A - V_B} = Ed = -1{,}25 \cdot 10^5\, V/m \times 0{,}2\,m = \mathbf{2{,}5 \cdot 10^4\, V}$$

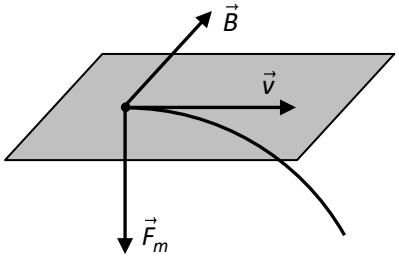
Apartado c)



Recuerda que la fuerza magnética que ejerce un campo magnético sobre una carga en movimiento viene dada por,

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La regla de la mano derecha determina que la fuerza magnética ha de actuar hacia arriba. La razón de que en el dibujo se aplique hacia abajo es que la se trata de una carga negativa y en este caso la fuerza actúa en sentido opuesto al indicado por la regla.



Ya que $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, se cumple,

$$\mathbf{F_m} = |q|vB\sin 90 = |q|vB = 2 \cdot 10^{-6}\, C \times 100\ m/s \times 0{,}4\,T = \mathbf{8 \times 10^{-5}\ N}$$

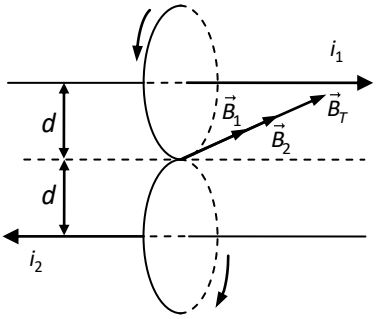
donde F_m es el módulo de la fuerza magnética.

Como la F_m es también la fuerza centrípeta que obliga a la carga a describir un círculo, tenemos que,

$$\mathbf{F_m} = F_c = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv^2}{F_m} = \frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}\, kg \times (100\,m/s)^2}{8 \cdot 10^{-5}\, N} = \mathbf{1250\ m}$$

Dos largos conductores paralelos están separados 10 *cm*; por uno (1) pasa una corriente de 30 *A* y por el otro (2) de 40 *A*, pero en sentido contrario. Calcula el campo magnético resultante en una línea del plano de los dos conductores, paralela a ellos y a igual distancia de ambos y la fuerza que se ejercen los conductores por unidad de longitud.

Solución



El campo magnético creado por un conductor rectilíneo en un punto viene dado por,

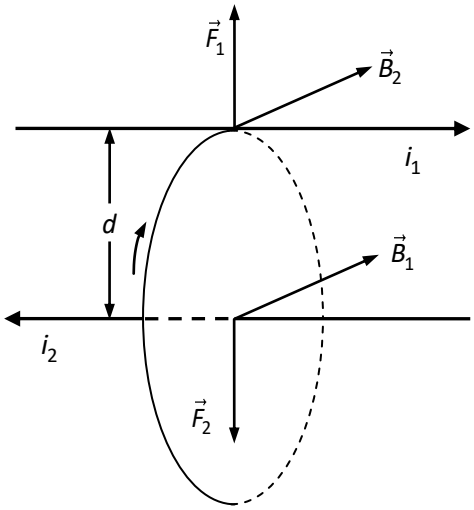
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

donde d es la distancia entre cada conductor y la línea en la que deseamos hallar el campo magnético.

El dibujo muestra que los campos de los dos conductores tienen la misma dirección y sentido. Ya que estamos considerando puntos equidistantes a los dos conductores, el campo magnético resultante (B_T) es, en magnitud,

$$B_T = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d}(i_1 + i_2) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\, T \cdot m/A}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}\, m}(40+30)\ A = \mathbf{2{,}80 \times 10^{-4}\, T}$$

* * * * *



Para calcular la fuerza que un conductor ejerce sobre el otro (por ej., 2 sobre 1) hay que conocer primero el campo magnético que 2 crea en los puntos donde se encuentra 1,

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

La intensidad de la fuerza que 2 ejerce sobre 1 es,

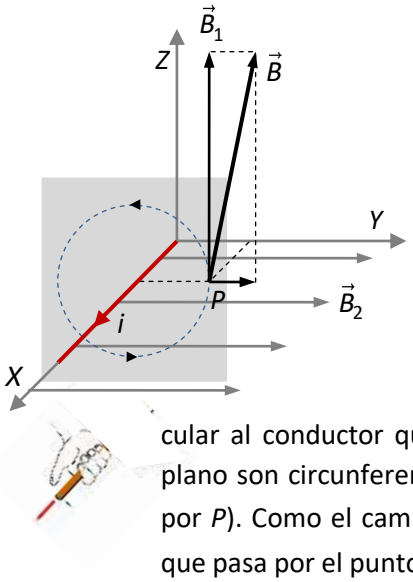
$$F_1 = i_1 L B_2 = i_1 L \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{d} L$$

y la fuerza por unidad de longitud por,

$$\frac{F_1}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}\frac{30 \cdot 40}{0{,}1} = \mathbf{2{,}4 \times 10^{-3}\ N/m}$$

Un largo hilo conductor, que transporta una corriente de 20 *A* en el sentido del eje *OX*, está en el interior de un campo magnético uniforme de 10^{-5} T orientado en la dirección del eje *OY* y en su mismo sentido. Calcula el campo magnético resultante en el punto (2, 2) *cm*.

Solución



El punto *P* (2, 2) al que se refiere el problema es el indicado en la figura; es decir, el punto $P(x=2,\, y=2)$. Observa que está en el plano *XY*.

Como el campo magnético uniforme $(\vec{B}_2)$ tiene la dirección y el sentido del eje *OY*, su expresión vectorial es,

$$\vec{B}_2 = B_2\vec{j} = 10^{-5}\vec{j}\ T$$

En la figura se han dibujado sus líneas de inducción. Son paralelas e igualmente espaciadas porque el campo es constante.

Para encontrar la dirección y el sentido del campo magnético creado por el conductor rectilíneo en el punto *P*, consideremos el plano perpendicular al conductor que pasa por *P* (ver figura). Sabemos que las líneas de inducción en ese plano son circunferencias con centro en el conductor (en la figura se ha dibujado la que pasa por *P*). Como el campo creado por el conductor en *P* $(\vec{B}_1)$ es tangente a la línea de inducción que pasa por el punto (ver figura), tiene que tener la dirección del eje *OZ*.

Para determinar el sentido de las líneas de inducción hacemos uso de la regla de la mano derecha: con la mano extendida, coloca el pulgar de la mano derecha apuntando en la dirección del conductor y en el sentido de la intensidad de la corriente y cierra la mano; el sentido de las líneas de inducción es el indicado por los dedos al cerrar la mano (ver figura). Por lo tanto, el sentido de $\vec{B}_1$ es el del eje *OZ*, como se ve en la figura.

La magnitud del campo (B_1) la obtenemos aplicando la fórmula del campo magnético creado por un conductor rectilíneo,

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\cancel{\pi}\times10^{-7}\times20}{2\cancel{\pi}\times0{,}02} = 2{,}00\cdot10^{-4}\ T$$

donde *d* es la distancia del punto *P* al conductor; en nuestro caso, *d* = 2 *cm* = 0,02 *m*. μ_0 es la permeabilidad magnética que es un dato que tiene que dar el problema.

La expresión vectorial del campo creado por el conductor es pues,

$$\vec{B}_1 = B_1\vec{k} = 2{,}00\cdot10^{-4}\vec{k}\ T$$

El campo magnético total en *P* es la suma vectorial de los dos campos; es decir,

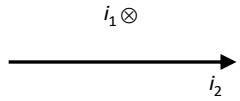
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \mathbf{20{,}0\times10^{-5}\,\vec{k} + 1{,}00\times10^{-5}\,\vec{j}\ T}$$

La magnitud del campo (su módulo) se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras,

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(20\cdot10^{-5})^2 + (1\cdot10^{-5})^2} = \mathbf{2{,}002\times10^{-4}\ T}$$

Observa que si $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ no fuesen perpendiculares, tendríamos que haber usado el teorma del coseno para obtener la magnitud del campo total.

Se tienen dos corrientes rectilíneas dispuestas como se ve en la figura. Dibuja, si existe, la fuerza magnética que i_1 ejerce sobre i_2. Justifica la respuesta.



Solución

Suponemos que ambos conductores son de igual longitud y muy largos. También admitimos que el punto *P* está sobre la vertical del conductor 1 y que es el punto medio de 2.

Para hallar la fuerza $\vec{F}$ que i_1 ejerce sobre i_2 tenemos que usar la ecuación $\vec{F}=i_2\vec{L}_2\times\vec{B}_1$, donde i_2 es la intensidad que circula por el conductor 2 y $\vec{B}_1$ el campo magnético creado por 1. Recuerda que $\vec{L}_2$ es un vector de módulo igual a la longitud del conductor 2, de su misma dirección y cuyo sentido es el de la intensidad de corriente i_2.

En realidad el campo magnético creado por 1 ejerce una fuerza infinitesimal $(d\vec{F})$ sobre cada elemento del conductor 2 $(d\vec{L}_2)$; de modo que la fuerza resultante es la suma de todas estas pequeñas fuerzas. Así que la ecuación anterior se transforma en, $d\vec{F}=i_2d\vec{L}_2\times\vec{B}_1$.

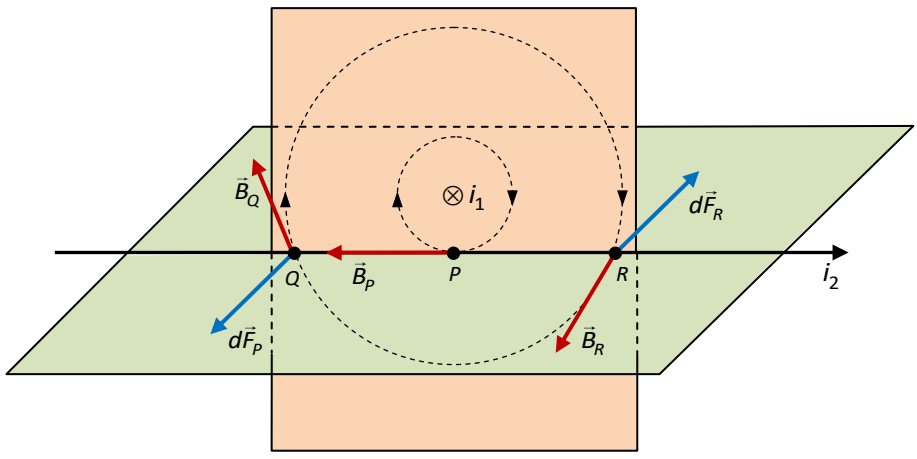
Como el conductor 1 es perpendicular al papel y orientado hacia adentro (ver figura), sus líneas de inducción son circunferencias verticales. Se han dibujado 2 de ellas en el plano del papel y su orientación, de acuerdo con la regla de la mano derecha.

Observa en la figura que la línea de inducción del campo creado por 1 y que pasa por el punto *P* nos dice que el campo magnético en el punto *P* $(\vec{B}_P)$ tiene la misma dirección que el conductor 2 pero sentido opuesto a i_2, así que,

$$d\vec{F}_P=i_2d\vec{L}_2\times\vec{B}_1\ \Rightarrow\ dF_P=i_2LB_1\sin 180=0$$

es decir, en el punto medio del conductor 2 no se ejerce fuerza alguna.

Consideremos ahora dos puntos *P* y *Q* del conductor 2 simétricamente dispuestos respecto a *P*, como se ve en la figura. Se ha dibujado la línea de inducción del campo creado por 1 que pasa por ambos puntos (esto es así porque *Q* y *R* son simétricos respecto a *P*).



PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD (UPNA)

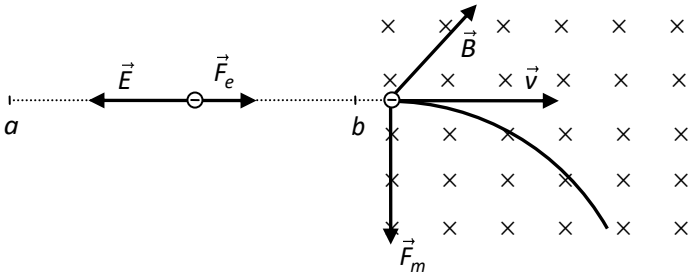
Un electrón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 *V*. Después se introduce en una región con un campo magnético uniforme de dirección perpendicular a la velocidad del electrón y de módulo 0,5 *T*. Calcula: (J02)

d) La velocidad que adquiere el electrón.

e) El radio de la trayectoria que describe.

Datos: $q_e = -1{,}60\cdot10^{-19}$ *C*; $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ *kg*

Solución



Supongamos que el campo eléctrico $\vec{E}$ que crea la diferencia de potencial tiene la dirección horizontal, como se ve en la figura. Como,

$$\vec{F}_e = q_e\vec{E} \quad \text{y} \quad q_e < 0$$

la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ que actúa sobre el electrón tiene sentido opuesto al campo $\vec{E}$; es decir, si queremos que el electrón acelere hacia la derecha, el campo eléctrico ha de estar orientado a la izquierda (ver figura).

El campo apunta siempre en el sentido de los potenciales decrecientes, así que,

$$V_a < V_b \Rightarrow V_b - V_a > 0$$

Como la única fuerza que realiza trabajo es la eléctrica (despreciamos el peso del electrón), que es conservativa, la energía mecánica del electrón permanece constante,

$$E_m = cte \Rightarrow E_m(a) = E_m(b) \Rightarrow E_c(a) + E_p(a) = E_c(b) + E_p(b)$$

Ya que el electrón se acelera desde el reposo, $E_c(a) = 0$; entonces,

$$\left.\begin{aligned} E_p(a) &= \tfrac{1}{2}m_e v^2 + E_p(b) \\ E_p &= qV \end{aligned}\right\} \Rightarrow q_e V_a = \tfrac{1}{2}m_e v^2 + q_e V_b \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q_e\left(V_a - V_b\right)}{m_e}}$$

donde $V_b - V_a = +1000$ *V* (pues $V_a < V_b$) $\Rightarrow$ $V_a - V_b = -1000$ *V*; por lo tanto,

$$v = \sqrt{\frac{2q_e\left(V_a - V_b\right)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times\left(-1{,}6\cdot10^{-19}\right)\div\left(-1000\right)}{9{,}11\cdot10^{-31}}} = \mathbf{1{,}87\times10^{7}\ m/s}$$

es la velocidad del electrón cuando entra en el campo magnético.

La velocidad del electrón es constante cuando entra en el campo magnético (ya no hay campo eléctrico) y además es perpendicular a dicho campo (ver figura). Entonces, de acuerdo con la ley de Lorentz, la intensidad de la fuerza magnética es constante y perpendicular en todo momento a la velocidad de la partícula; por lo tanto, la fuerza magnética es también la fuerza centrípeta; es decir, $F_m = F_c$. Además, al ser constante, obliga al electrón a describir una circunferencia de radio *R* comunicándole una aceleración $a_c = v^2/R$. Así pues,

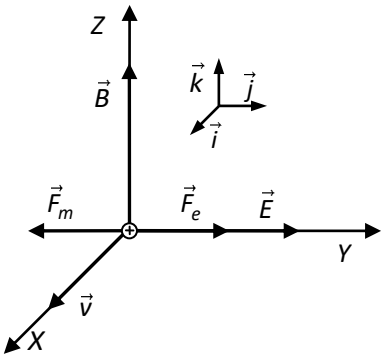
$$\left.\begin{aligned} F_m &= \left|q_e\right| vB\sin 90 \\ F_c &= mv^2/R \end{aligned}\right\} \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \left|q_e\right| vB \Rightarrow R = \frac{mv}{\left|q_e\right|B} = \frac{9{,}11\cdot10^{-31}\times1{,}87\cdot7}{1{,}6\cdot10^{-19}\times0{,}5} = \mathbf{2{,}13\times10^{-4}\ m}$$

Un protón penetra con una velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6 \vec{i}$ *m/s* en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 3 \cdot 10^3 \vec{j}$ *N/C*. (S04)

f) Hallar módulo, dirección y sentido del campo magnético $\vec{B}$ que superpuesto al eléctrico hace que el protón no se desvíe de su trayectoria.

g) Representar gráficamente los vectores $\vec{v}$, $\vec{E}$ y $\vec{B}$ fuerza eléctrica y fuerza magnética.

Solución



Ya que $\vec{v} = 2 \cdot 10^6 \vec{i}$ *m/s* y $\vec{E} = 3 \cdot 10^3 \vec{j}$ *N/C*, el protón se mueve en el sentido positivo de *OX* y la orientación del campo eléctrico es la del eje *OY*, como se ve en la figura.

Como $\vec{F}_e = q_p \vec{E}$ y $q_p > 0$, se desprende que $\vec{F}_e$ tiene la misma orientación que $\vec{E}$; es decir, la de eje *OY*.

Para que el protón pase sin desviar su trayectoria es necesario que las fuerzas magnética y eléctrica se anulen; es decir, han de tener la misma magnitud ($F_e = F_m$), la misma dirección y sentidos opuestos, como ilustra la figura.

La ley de Lorentz establece que $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$; por lo que, al aplicar la regla de la mano derecha (teniendo en cuenta la dirección y el sentido de $\vec{v}$), la orientación del campo magnético que ejerce una fuerza magnética opuesta a la eléctrica es la indicada en la figura; es decir, el campo magnético tiene que tener la orientación de *OZ*.

Puesto que $F_e = F_m$, se tiene que,

$$\left.\begin{array}{l} F_e = |q_p| E \\ F_m = |q_p| v B \sin 90 \end{array}\right\} \Rightarrow |q_p| E = |q_p| v B \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^6} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\, T$$

y como la dirección y el sentido del campo magnético son los del eje *OZ*, la expresión vectorial del campo es,

$$\vec{B} = \mathbf{1{,}5 \times 10^{-3}\, \vec{k}\ T}$$

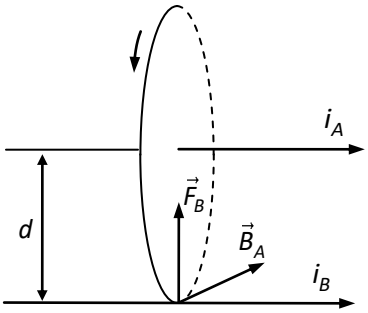
Dos cables largos, rectos y paralelos se colocan a 1 *m* de distancia en el vacío. Las corrientes que pasan por el cable van en el mismo sentido, siendo de 2 *A* la de uno de ellos. La fuerza medida a lo largo de una longitud de un metro de cable es de $12\cdot10^{-7}$ *N*. (J11)

a) ¿Cuál es la corriente que pasa por el otro cable?

b) Calcula el valor del campo magnético en un punto situado en el plano de ambos cables, entre ellos, a una distancia de 0,25 *m* del cable de 2 *A*.

c) Hacer un dibujo en el que figuren las fuerzas por unidad de longitud en los hilos y el campo magnético en el punto considerado.

Solución



Apartado a): Supongamos que i_A = 2 *A*. En la figura se ha dibujado la línea de inducción del campo magnético creado por el conductor *A* que pasa por el conductor *B*. Como puedes ver, la aplicación de la regla de la mano derecha pone de manifiesto que el campo magnético creado por el conductor *A* en los puntos del conductor *B* es perpendicular a éste y está dirigido hacia el papel (ver figura).

Puesto que el conductor *A* es rectilíneo, la magnitud del campo magnético creado por *A* en los puntos del conductor *B* es,

$$B_A = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d}$$

donde d es la distancia entre los conductores. Y la fuerza que ese campo magnético ejerce sobre el conductor *B* es,

$$\vec{F}_B = i_B \vec{L} \times \vec{B}_A$$

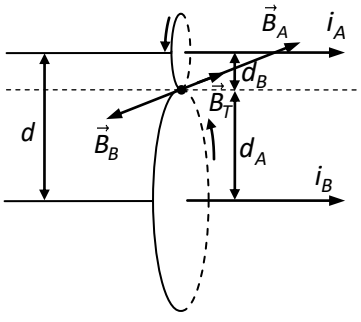
donde $\vec{L}$ es un vector cuyo módulo es la longitud del conductor *B*, de la misma dirección que el conductor y de sentido el de la intensidad de la corriente. Aplicando la regla de la mano derecha al producto vectorial se deduce que la fuerza es vertical y dirigida hacia arriba (ver figura); es decir, los conductores se ejercen fuerzas de atracción.

Como los vectores $\vec{L}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, la intensidad de la fuerza magnética sobre el conductor *B* es,

$$F_B = i_B L B_A \operatorname{sin}90 = i_B L B_A \;\Rightarrow F_B/L = i_B B_A$$

donde $F_B/L = 12\cdot10^{-7}\, N/m$ es la fuerza por unidad de longitud. Así que la intensidad que circula por el cable *B* es,

$$i_B = \frac{F_B/L}{B_A} = \frac{F_B/L}{\mu_0 i_A/2\pi d} = \frac{12\cdot10^{-7}}{4\pi\cdot10^{-7}\times2/2\pi\times1} = \mathbf{3\,A}$$



Apartado b): La figura muestra las dos líneas de inducción de los campos magnéticos creados por los cables que pasan por el punto en el que nos piden calcular el vector $\vec{B}$. Observa que sus orientaciones son opuestas, por lo que, al ser $\vec{B}$ tangente a las líneas de inducción en cada punto, $\vec{B}_A$ y $\vec{B}_B$ tienen la misma dirección y sentidos opuestos en el punto que nos piden; o sea, la magnitud del campo total es,

$$B_T = B_A - B_B = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d_A} - \frac{\mu_0 i_B}{2\pi d_B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_A}{d_A} - \frac{i_B}{d_B}\right) = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{2}{0{,}25} - \frac{3}{0{,}75}\right) = \mathbf{8{,}00\times10^{-7}\ T}$$

Un electrón entra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico uniforme, paralelo al eje *OX* y de intensidad $\vec{E} = 1000\,\vec{i}$ (*V/m*). La velocidad del electrón es paralela al eje *OY* y de valor $\vec{v} = 1000\,\vec{j}$ (*m/s*).

a) Calcular la fuerza eléctrica sobre el electrón. ¿Cómo será la trayectoria descrita?

b) La fuerza eléctrica sobre el electrón puede anularse mediante una fuerza producida por un campo magnético superpuesto al anterior en esa región del espacio. Determina el módulo, la dirección y el sentido de la intensidad de ese campo.

c) Hacer un dibujo claro que incluya los campos y las fuerzas que actúan sobre el electrón, así como la trayectoria seguida por el mismo en a) y b).

Datos: *Carga e^-, $q_e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, masa e^-, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg*

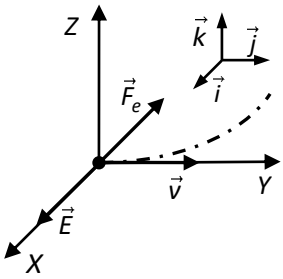
Solución

Observa que actúan dos fuerzas sobre el electrón: la eléctrica y la gravitatoria. Vamos a calcular sus intensidades para compararlas.

$$P = m_e g = 9{,}1\cdot10^{-31}\times 9{,}81 = 8{,}93\cdot10^{-30}\ N$$

$$F_e = |q_e| E = 1{,}6\cdot10^{-19}\times10^{3} = 1{,}6\cdot10^{-16}\ N$$

Como puedes ver $F_e >> P$, de modo que podemos despreciar el peso frente a F_e.

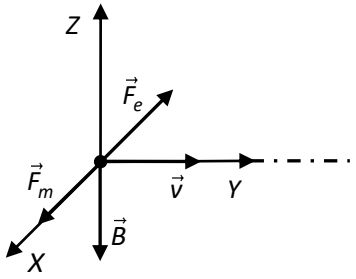


Apartado a)

La Fuerza eléctrica es,

$$\vec{F} = q_e\vec{E} = -1{,}6\cdot10^{-19}\times10^{3}\,\vec{i} = \mathbf{-1{,}60\times10^{-19}\,\vec{i}\ N}$$

Trayectoria descrita: el movimiento del electrón es la composición de dos movimientos independientes. El primero rectilíneo uniforme (con velocidad *v*) en el eje *OY* y el segundo rectilíneo uniformemente acelerado (sin velocidad inicial) en el eje *OX* negativo (la aceleración la proporciona F_e). Como ya sabes, **la composición de estos dos movimientos da lugar a un movimiento parabólico**, como se aprecia en la figura. Observa que la parábola se describe en el plano *XY*. El movimiento en el eje *OZ* es despreciable porque el peso es despreciable.



Apartado b)

Para anular la fuerza eléctrica sobre el electrón necesitamos una fuerza magnética igual y opuesta ($\vec{F}_m = -\vec{F}_e$). De acuerdo con $\vec{F}_m = q_e\,\vec{v}\times\vec{B}$ (aplicando la regla de la mano derecha y teniendo en cuenta que la carga del electrón es negativa) se ve que el campo magnético ha de tener la dirección del eje *OZ* y sentido opuesto (ver figura). Entonces,

$$\vec{v}\perp\vec{B} \ \Rightarrow\ F_m = |q_e|\,vB\sin90 = |q_e|\,vB.$$

$$F_e = F_m \ \Rightarrow\ \cancel{|q_e|}E = \cancel{|q_e|}vB \ \Rightarrow\ B = \frac{E}{v} = \frac{10^3}{10^3} = \mathbf{1{,}00\ T}$$

De la figura se desprende que,

$$\vec{B} = \mathbf{-1{,}00\,\vec{k}\ T}$$

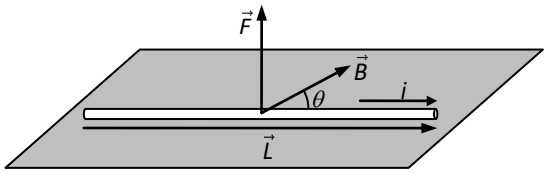
Trayectoria descrita: Puesto que la fuerza neta es cero, el electrón se mueve con un movimiento rectilíneo y uniforme en la dirección y sentido del eje *OY*.

2) Un hilo conductor recto de 20 *cm* de longitud, que es recorrido por una corriente eléctrica de 1,3 *A*, se encuentra bajo la acción de un campo magnético uniforme de 0,5 *T* y cuya dirección forma un ángulo de 60º con la dirección de la corriente eléctrica. Se pide:

a) La fuerza a que está sometido el cable.

b) Representar gráficamente el hilo, el sentido de la corriente, el vector campo magnético y el vector fuerza.

Solución

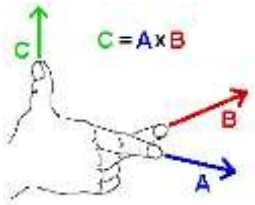


La ecuación que expresa la fuerza que un campo magnético constante ejerce sobre un conductor rectilíneo por el que circula una corriente de intensidad *i* es,

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B} \;\Rightarrow\; F = iLB\sin\theta$$

entonces,

$$F = 1,3A \times 0,2m \times 0,5T \times \sin 60 = \mathbf{0,113\ N}$$



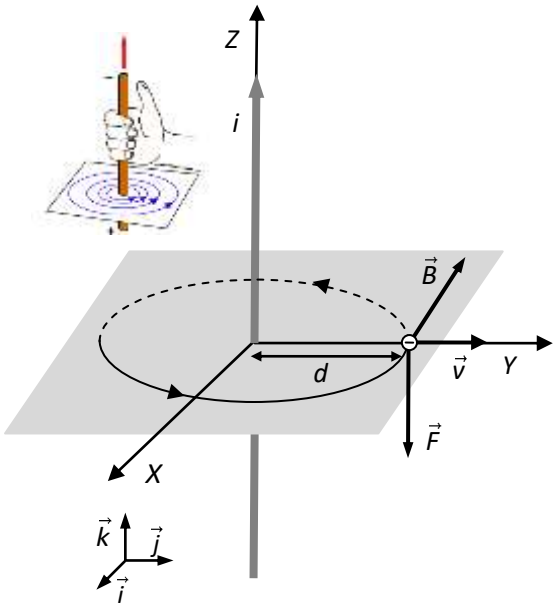
Observa en la figura cómo se aplica la regla de la mano derecha para obtener el sentido de la fuerza.

Por un hilo conductor rectilíneo de gran longitud circula una corriente de 12 *A*. El hilo define el eje *OZ* de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje *OY* a una distancia del hilo de 1 *cm*.

a) Calcula el campo magnético en la posición del electrón.

b) Calcula la fuerza que sufre el electrón si lleva una velocidad $\vec{v}=1\vec{j}$ *m/s*.

Datos: $q_e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ *C*, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ *T·m·A*$^{-1}$



Solución

Apartado a): En la figura se ha dibujado la línea de inducción, del campo magnético creado por el conductor, que pasa por la posición del electrón. Su orientación se deduce al aplicar la regla de mano derecha tal indica la figura superior izquierda. La dirección y el sentido de $\vec{B}$ en el punto donde está el electrón es el indicado en la figura, ya que es tangente a la línea de inducción y su sentido lo determina la orientación de dicha línea.

La magnitud (módulo) del campo creado por la corriente rectilínea donde está el electrón es,

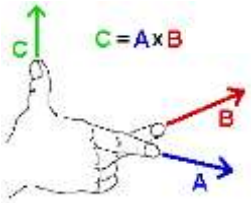
$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi d}=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\,T\cdot m\cdot A^{-1}\times12\,A}{2\pi\times10^{-2}\,m}=2{,}4\cdot10^{-4}\,T$$

En la figura se ve que la dirección de $\vec{B}$ es la del eje *OX* y de sentido opuesto, por lo tanto su expresión vectorial es,

$$\vec{B}=\mathbf{-2{,}4\times10^{-4}\,\vec{i}\ T}$$

Apartado b): La fuerza que sufre una partícula cargada que se mueve dentro de un campo magnético viene expresada por la ley de Lorentz,

$$\vec{F}=q_e\vec{v}\times\vec{B}\ \Rightarrow\ F=|q_e|vB\sin\theta$$



En nuestro caso $\theta=90º\Rightarrow\sin\theta=\sin90=1$ porque el electrón se mueve perpendicularmente al campo magnético, así que,

$$F=1{,}6\cdot10^{-19}\times1\times2{,}4\cdot10^{-4}=3{,}84\cdot10^{-23}\ N$$

La regla de la mano derecha aplicada como se aprecia en la figura indica que la fuerza tiene la dirección del eje *OZ* y, como la carga es negativa, sentido opuesto, así que,

$$\vec{F}=-3{,}84\cdot10^{-23}\vec{k}\ N$$

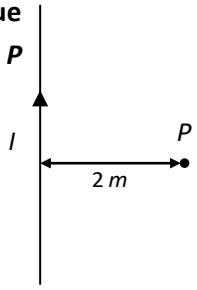
También se puede obtener el resultado efectuando directamente el producto vectorial,

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}=q_e\vec{v}\times\vec{B}=q_e\,v\vec{j}\times(-B)\vec{i}=-q_evB\left(\vec{j}\times\vec{i}\right)\\ \vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\vec{F}=-q_evB\left(-\vec{k}\right)=q_evB\vec{k}=-1{,}6\cdot10^{-19}\times1\times2{,}4\cdot10^{-4}\,T=\mathbf{-3{,}84\times10^{-23}\,\vec{k}\ N}$$

¡OJO! En la ecuación vectorial $\vec{F}=q_e\vec{v}\times\vec{B}$, la carga va con su signo. Y puesto que se trata de un electrón, el signo es negativo.

Un electrón se dirige con velocidad $v = 6\cdot10^6$ *m/s* hacia un conductor rectilíneo por el que circula una intensidad $I = 2$ *A*. En un instante dado el electrón se encuentra en un punto *P* situado a 2 *m* del conductor. Calcular:



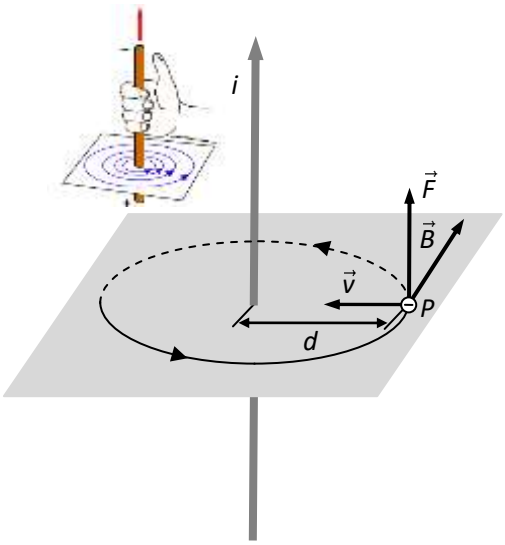
a) El campo magnético en el punto *P*.

b) La fuerza magnética que el conductor ejerce sobre el electrón en *P*.

c) Hacer un dibujo representando el campo magnético y la fuerza.

Datos: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,T\cdot m\cdot A^{-1}$; $q_{e^-} = -1{,}6\cdot10^{-19}\,C$

Solución



Apartado a): En la figura se ha dibujado la línea de inducción, del campo magnético creado por el conductor, que pasa por la posición del electrón. Su orientación se deduce al aplicar la regla de mano derecha tal indica la figura superior izquierda. La dirección y el sentido de $\vec{B}$ en el punto donde está el electrón es el indicado en la figura, ya que es tangente a la línea de inducción y su sentido lo determina la orientación de dicha línea.

La magnitud del campo creado por la corriente rectilínea en el punto *P* es,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\,T\cdot m\cdot A^{-1}\times 2\,A}{2\pi\times 2\,m} = \mathbf{2\times10^{-7}\ T}$$

Apartado b): La fuerza que sufre una partícula cargada que se mueve dentro de un campo magnético viene expresada por la ley de Lorentz,

$$\vec{F} = q_e\vec{v}\times\vec{B} \;\Rightarrow\; F = |q_e|vB\sin\theta$$

En nuestro caso $\theta = 90º \Rightarrow \sin\theta = \sin 90 = 1$ porque el electrón se mueve perpendicularmente al campo magnético, así que,

$$F = 1{,}6\cdot10^{-19}\times6\cdot10^{6}\times2\cdot10^{-7} = \mathbf{1{,}92\times10^{-19}\ N}$$

La aplicación de la regla de la mano derecha indica que la fuerza tiene la dirección vertical porque el plano formado por $\vec{v}$ y $\vec{B}$ es horizontal y que su sentido es hacia arriba porque la carga es negativa.

Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 200 *V*. Penetra en una región del espacio con un campo magnético perpendicular a su trayectoria y describe una trayectoria circular con un periodo de $2\cdot10^{-10}$ *s*. Calcular:

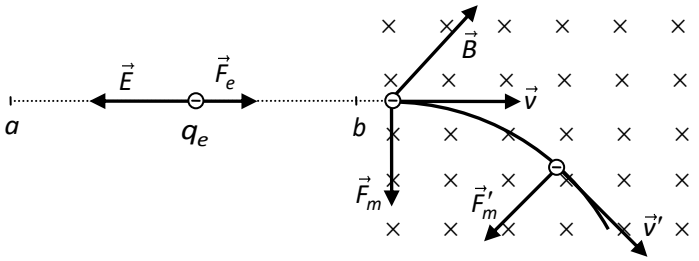
a) La velocidad del electrón.

b) El valor del campo magnético.

c) ¿Qué campo eléctrico debemos introducir para conseguir que la trayectoria del electrón sea rectilínea? Dibujar la trayectoria, los campos y las fuerzas que actúan sobre el electrón.

Datos: $m_e = 9{,}1\cdot10^{-11}\ kg;\ q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}\ kg$.

Solución



Apartado a): Supongamos que colocamos al electrón en reposo en el punto *a*, que el campo eléctrico es horizontal (ver figura) y que la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* es de 200 *V*.

Como $\vec{F}_e = q_e\vec{E}$ y $q_e<0 \Rightarrow \vec{F}_e$ y $\vec{E}$ tienen sentidos opuestos. Para que el electrón acelere desde *a* hasta *b*, es necesario que $\vec{F}_e$ esté dirigida hacia la derecha (y $\vec{E}$ hacia la izquierda), como se ve en la figura.

Por otro lado, sabemos que $\vec{E}$ tiene la orientación de los potenciales decrecientes, lo que significa que, $V_a<V_b \Rightarrow V_b-V_a=200\ V \Rightarrow V_a-V_b=-200\ V$.

Puesto que la fuerza eléctrica es conservativa se tiene que cumplir que,

$$E_m = cte \Rightarrow E_m(a)=E_m(b) \Rightarrow E_p(a)+E_c(a)=E_p(b)+E_c(b)$$

Como $E_c(a)=0$ (electrón en reposo), $E_c=\frac{1}{2}mv^2$ y $E_p=qV$, tenemos que,

$$q_eV_a = q_eV_b + \tfrac{1}{2}m_ev^2 \Rightarrow \tfrac{1}{2}mv^2 = q_e\left(V_a-V_b\right) \Rightarrow$$

$$v=\sqrt{\frac{2q_e\left(V_a-V_b\right)}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\times(-1{,}6\cdot10^{-19})\times(-200)}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=\mathbf{8{,}39\times10^{6}\ m/s}$$

Apartado b): Supongamos que $\vec{B}$ es perpendicular al papel y está dirigido hacia dentro, como ilustra la figura, entonces como $\vec{F}_m = q_e\vec{v}\times\vec{B}$, $\vec{F}_m$ (cuya intensidad es constante) es perpendicular a $\vec{v}$, lo que da como resultado un movimiento circular uniforme de radio *R* en el que la fuerza centrípeta necesaria es $\vec{F}_m$; es decir,

$$\left.\begin{aligned}\vec{F}_m = q_e\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow F_m = |q_e|vB\sin90\\ F_c = m_e\,v^2/R\\ F_c = F_m\end{aligned}\right\} \Rightarrow m_e\frac{v^2}{R}=|q_e|vB \Rightarrow m_e\frac{v}{R}=|q_e|B$$

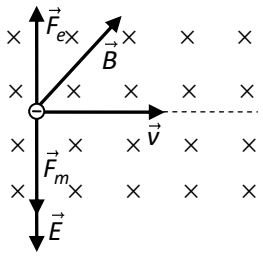
y despejando *R* llegamos a, $R = m_ev/|q_e|B$

Como se trata de un MCU tenemos que,

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi\ \frac{m_e}{|q_e|B}}{} \Rightarrow B=\frac{2\pi m_e}{|q_e|T}=\frac{2\pi\times9{,}1\cdot10^{-31}}{1{,}6\cdot10^{-19}\times2\cdot10^{-10}}=\mathbf{0{,}179\ T}$$

Nota: también se podía haber usado directamente la fórmula $T = 2\pi m/|q|B$.

Apartado c): Para que el electrón no se desvíe la fuerza eléctrica ha de ser igual a la magnética pero de sentido opuesto, como se ve en la figura. Como se ha explicado antes,



$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = q_e\vec{E} \\ q_e < 0\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F}_e \text{ y } \vec{E} \text{ tienen sentidos opuestos.}$$

$$\left.\begin{array}{l}F_m = |q_e|vB \\ F_e = |q_e|E \\ F_e = F_m\end{array}\right\} \Rightarrow |q_e|E = |q_e|vB \Rightarrow E = vB = 8{,}39\cdot 10^6 \times 0{,}179 = \mathbf{1{,}50\times 10^6\ N/C}$$

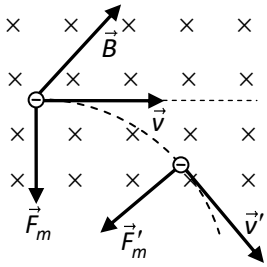
Un electrón que lleva una velocidad de 10^7 *m/s* penetra en una región del espacio en la que existe un campo magnético constante perpendicular al papel y dirigido hacia él. El electrón se mueve perpendicularmente al campo magnético y experimenta una fuerza de 10^{-14} *N*.

a) Dibuja y explica la trayectoria del electrón.

b) Calcula el valor del campo.

c) Si el campo se duplica, ¿cómo se modificaría la trayectoria del electrón?

Solución



Apartado a): Primero tenemos que ver cuál es la orientación de fuerza magnética, que obtenemos al aplicar la regla de la mano derecha al producto vectorial $\vec{F}_m = q_e\vec{v}\times\vec{B}$. Recuerda que, al ser $q_e < 0$, $\vec{F}_m$ tiene sentido opuesto al obtenido (ver figura).

Como $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ (por ser un producto vectorial) $\Rightarrow$ la F. magnética es también la F. centrípeta. Por otro lado, la F. centrípeta no puede modificar la magnitud de la velocidad, solo su dirección, y como $\vec{F}_m = q_e\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow F_m = |q_e|vB\sin 90 = |q_e|vB$, resulta que, al ser las magnitudes de *v* y *B* constantes, la intensidad de $F_m = F_c$ es también constante; por lo que la trayectoria es una circunferencia y el movimiento circular uniforme.

Apartado b): Como,

$$F_m = |q_e|vB\sin 90 \Rightarrow B = \frac{F_m}{|q_e|v} = \frac{10^{-14}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\times 10^7} = \mathbf{6{,}25\times 10^{-3}\ T}$$

Apartado c): Puesto que la F. magnética es también la F. centrípeta, se cumple que,

$$\left.\begin{array}{l}F_m = |q_e|vB \\ F_c = mv^2/R\end{array}\right\} \Rightarrow |q_e|vB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q_e|B}$$

Así que si el campo se duplica, de modo que $B' = 2B$, tenemos que,

$$R' = \frac{mv}{|q_e|B'} = \frac{mv}{|q_e|2B} = \frac{1}{2}\frac{mv}{|q_e|B} = \frac{R}{2}$$

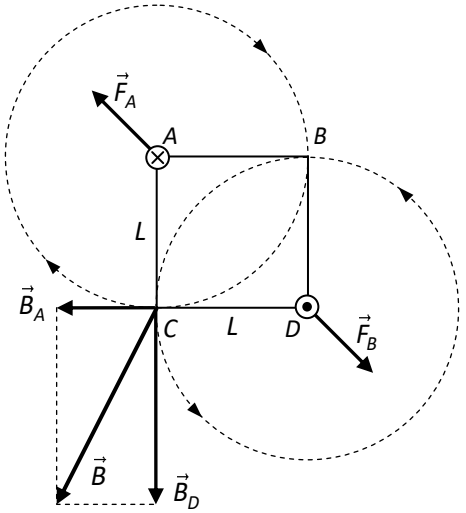
Dos hilos conductores largos por los que circulan corrientes de 1 y 2 *A*, pasan por los vértices *A* y *D* de un cuadrado de 1 *m* de lado situado en un plano perpendicular a los hilos, como se ve en la figura. Las corrientes tienen sentidos contrarios, siendo entrante en el papel en el vértice *A*. (E10)

a) Realizar un dibujo en el que figuren las fuerzas por unidad de longitud que sufren los hilos y el campo magnético en el vértice *C*. Hallar el campo en el vértice *C*.

b) Calcular el campo magnético en el vértice A.

c) Calcular la fuerza por unidad de longitud sobre cada uno de los hilos.

Solución



Apartado a): En la figura superior, además de las fuerzas y el campo magnético en el vértice *C*, se han dibujado las líneas de fuerzas de los campos que pasan por el vértice *C* con sus orientaciones y los campos magnéticos creados por los conductores *A* y *D* en el vértice *C*.

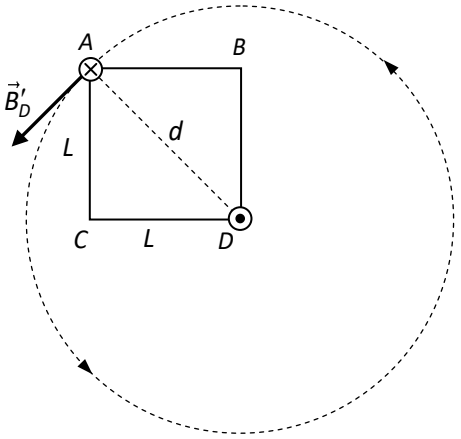
Para hallar el campo magnético total $\vec{B}$ en el vértice *C* tenemos que sumar vectorialmente los campos creados en ese vértice por los conductores *A* y *D*; es decir,

$$\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_D$$

como no hacen referencia a ningún sistema de coordenadas, es suficiente hallar el módulo $\vec{B}$ y dibujar el vector que lo representa (ver figura superior). Entonces, como $d = L$ en ambos casos, tenemos que,

$$B_A = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\times 1}{2\pi\times 1} = 2\cdot 10^{-7}\, T$$

$$B_D = \frac{\mu_0 i_A}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\times 2}{2\pi\times 1} = 4\cdot 10^{-7}\, T$$



donde B_A y B_D representan, respectivamente, las magnitudes de los campos creados por los conductores *A* y *D* en el vértice *C*. Teniendo en cuenta (ver figura superior) que $\vec{B}_A$ y $\vec{B}_B$ son perpendiculares,

$$B = \sqrt{B_A^2 + B_D^2} = \sqrt{(4+16)}\cdot 10^{-7} = \mathbf{4,47\times 10^{-7}\ T}$$

Apartado b): para hallar el campo $\vec{B}'_D$ que el conductor *D* crea en el vértice *A* (ver figura inferior) aplicamos la fórmula anterior, teniendo en cuenta que ahora,

$$d = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2L^2} = \sqrt{2}L$$

$$\vec{B}'_D = \frac{\mu_0 i_D}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_D}{2\pi\sqrt{2}L} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\times 2}{2\pi\times\sqrt{2}\times 1} = \mathbf{2,83\times 10^{-7}\ T}$$

Apartado c): la fuerza magnética que el campo magnético $\vec{B}'_D$ ejerce sobre el conductor *A* es,

$$\vec{F}_A = i_A\vec{L}\times\vec{B}'_D \ \Rightarrow\ F_A = i_A L B'_D \sin 90 = i_A L B'_D$$

así que la fuerza por unidad de longitud es,

$$F_A/L = i_A B'_D = 1\times 2,83\cdot 10^{-7} = \mathbf{2,83\times 10^{-7}\ N}$$

Como se cumple la 3ª ley de Newton, la fuerza sobre el otro hilo es igual y opuesta.