

1. Un satélite artificial de telecomunicaciones de 400 kg gira en una órbita circular a 540 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcule:
- La velocidad y el periodo orbital. (0.5 puntos)
 - La energía que se debe comunicar al satélite para que partiendo de esa órbita se coloque en otra órbita circular de 7000 km de radio. (1 punto)

Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $R_T = 6370 \text{ km}$, $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$.

SOLUCIÓN:

- a. Para calcular la velocidad orbital, el periodo y la energía potencial partimos de la expresión

$$F_C = F_G \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM_T}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6370 + 540) \times 10^3 \text{ m}}} = 7.6 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (0.25 \text{ puntos})$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6370 + 540) \times 10^3 \text{ m}}{7.6 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 5.7 \times 10^3 \text{ s} \quad (0.25 \text{ puntos})$$

- b. La energía que se debe comunicar es la diferencia de energía mecánica que poseerá el satélite en la nueva órbita E_{m_f} respecto a la que posee en la órbita de partida E_{m_i}

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - GM_T m \frac{1}{r} = \frac{1}{2}m \frac{GM_T}{r} - GM_T m \frac{1}{r} = -GM_T m \frac{1}{2r} \quad (0.25 \text{ puntos})$$

$$\Delta E_m = E_{m_f} - E_{m_i} \Rightarrow \Delta E_m = -GM_T m \left(\frac{1}{2r_f} - \frac{1}{2r_{fi}} \right) \quad (0.25 \text{ puntos})$$

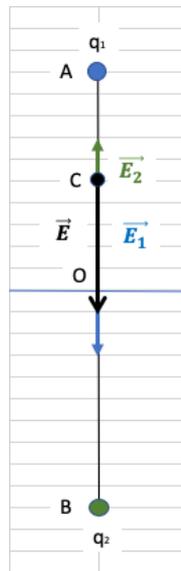
$$\Delta E_m = -6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \times 400 \text{ kg} \times \frac{1}{2 \times 10^3 \text{ m}} \left(\frac{1}{7000} - \frac{1}{(6370 + 540)} \right)$$

$$\Delta E_m = 1.49 \times 10^3 \text{ J} \quad (0.5 \text{ puntos})$$

2. Dos cargas iguales de valor q en el vacío se colocan en los puntos A (0,20 m) y B (0,-20 m). Calcular:
- El campo eléctrico en el punto C (0,10 m) (1 punto)
 - El trabajo para trasladar una carga $-q$ desde el punto C hasta el origen de coordenadas. ¿Será trasladada la carga por las fuerzas del campo? Justifique la respuesta (1 punto)

SOLUCIÓN:

- a. Aplicando el principio de superposición de campos el campo \vec{E} en el punto C será el campo resultante de la suma del campo \vec{E}_1 debido a la carga q situado en el punto A y el campo \vec{E}_2 debido a la carga q situado en el punto B. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ **(0.25 puntos)**



(0.25 puntos)

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{10^2} \hat{j} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{30^2} \hat{j} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8q}{30^2} \hat{j} = \frac{-q}{450\pi\epsilon_0} \hat{j} \quad \text{(0.5 puntos)}$$

- b. El trabajo para trasladar una carga $-q$ desde C al origen de coordenadas.

El campo eléctrico es conservativo por tanto el trabajo que realizan las fuerzas del campo al trasladar una carga $-q$ entre dos puntos C y O se corresponde con $-\Delta E_p$ que experimenta la carga al pasar del punto C al punto O **(0.25 puntos)**

$$W_{C \rightarrow O} = -\Delta E_p = E_{p_C} - E_{p_O} = -q(V_C - V_O) = -q \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{10} + \frac{q}{30} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{20} + \frac{q}{20} \right) \right] \Rightarrow$$

$$W_{C \rightarrow O} = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2}{15} - \frac{1}{10} \right) = \frac{-q^2}{120\pi\epsilon_0} \quad \text{(0.5 puntos)}$$

¿Será trasladada la carga por las fuerzas del campo? Justifique la respuesta

$W_{C \rightarrow O} < 0$ Las fuerzas del campo NO trasladarían la carga del punto C al origen de coordenadas O, se precisaría la acción de una fuerza externa. **(0.25 puntos)**

3. La distancia entre los centros de dos objetos cuyas masas son 5×10^3 y 1.5×10^4 kg, respectivamente, es de 2 m. Determine y discuta la posición del punto o puntos en que la intensidad del campo gravitatorio es nula. En ese lugar, ¿cuál es el potencial del campo? (1.5 puntos)

$$\text{Datos: } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

SOLUCIÓN:

El vector intensidad del campo gravitatorio debido a las dos masas sólo se puede anular completamente en una posición sobre el eje que une ambas masas (que vamos a considerar como el eje x). **(0.25 puntos)**

Igualando los módulos de la intensidad del campo gravitatorio debidos a cada una de las masas y considerando el origen de coordenadas en la posición de la masa pequeña (5000 kg), podemos determinar la posición en la que la intensidad del campo gravitatorio total es nula. **(0.25 puntos)**

$$g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(2-x)^2} \Rightarrow (m_1 - m_2)x^2 - 4xm_1 + 4m_1 = 0$$

$$\Rightarrow (5000 - 15000)x^2 - 20000x + 20000 = 0 \Rightarrow x = 0.73 \text{ m} \quad \textbf{(0.5 puntos)}$$

El potencial gravitatorio en ese punto será:

$$V = \frac{-Gm_1}{x} + \frac{-Gm_2}{(2-x)} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad \textbf{(0.25 puntos)}$$

$$V = \frac{-5000G}{0.73} + \frac{-15000G}{(2-0.73)} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}} = -1.24 \times 10^{-6} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad \textbf{(0.25 puntos)}$$