

1.- Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{\alpha} = 2 \cdot q_{\text{protón}}$; $m_{\alpha} = 4 \cdot m_{\text{protón}}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. Justifica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse**.
- El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
- La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \text{sen } \alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q| \cdot v \cdot B$$

$$F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

$$r_p = \frac{m_p \cdot v}{q_p \cdot B}$$

$$r_{\alpha} = \frac{m_{\alpha} \cdot v}{q_{\alpha} \cdot B} = \frac{4 \cdot m_p \cdot v}{2 \cdot q_p \cdot B} = 2 \cdot r_p$$

La **partícula α** describe una **órbita circular** con el **doble de radio** que el **protón**.

2.- Una **carga** positiva de **5 μC** se mueve con una **velocidad** dada por la expresión: $\vec{v} = 5\vec{i} - 5\vec{k} \text{ m/s}$ en el interior de un **campo magnético** dado por $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} \text{ T}$.
Calcula el **vector fuerza** que actúa sobre esa carga.

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{j} \cdot \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{k} \\ 5 & -5 \end{vmatrix} = 10\vec{i} + 10\vec{k}$$

$$\vec{F}_m = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (10\vec{i} + 10\vec{k}) = 5 \cdot 10^{-5} \vec{i} + 5 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ N}$$

3. Un **protón**, inicialmente en reposo, es acelerado a través de un acelerador lineal (**LINAC**) con una diferencia de potencial de $7,5 \cdot 10^2 \text{ V}$, penetrando luego en dirección **perpendicular** a un **campo magnético uniforme**.

Datos: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$

- Calcula la **velocidad** del protón al llegar al campo magnético. (0,75 pt.)
(Demuestra la fórmula)
- Calcula el valor del **campo magnético** B necesario para que el protón gire en un pequeño anillo con un **radio** de 1 cm . **(Demuestra la fórmula)** (1,5 pt.)
- Calcula el **módulo** de la **fuerza** a la que está sometido el protón dentro del campo B .

a) El trabajo eléctrico es igual al incremento de energía cinética.

$$W = \underbrace{-q \cdot \Delta V}_{\text{Positivo; aumenta la velocidad}} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow$$

Positivo; aumenta la velocidad

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 7,5 \cdot 10^2 \text{ V}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 3,79 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) $\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \text{sen}(\vec{v}, \vec{B}) = \text{sen} 90^\circ = 1 \Rightarrow$ se cumple la condición de órbita.

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{B = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot r}}$$

$$B = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3,79 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,01 \text{ m}} = 0,396 \text{ T} \approx 0,4 \text{ T}$$

c) $\boxed{\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}$ Fuerza magnética que actúa sobre el protón.

$$\Rightarrow F_m = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,79 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot 0,396 \text{ T} \cdot \text{sen} 90^\circ = 2,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

4. Dos **conductores rectilíneos** A y B, **paralelos** y largos, están situados en el plano XY en la dirección del eje Y. Conducen corrientes **en sentido opuesto** y de intensidades $I_A = 3 \text{ A}$ e I_B de valor desconocido. La **distancia** entre ambos conductores es de 10 cm. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$

a) Calcula la intensidad I_B para que, en un punto P situado a 2,5 cm del primer conductor A, el **campo magnético total sea nulo**. Justifica si está en el **interior** o en el **exterior (esquema)**.

b) Para $I_B = 15 \text{ A}$ calcula el **módulo de la fuerza magnética** entre los dos conductores sabiendo que ambos tienen una longitud de 0,5 m.

c) **Justifica** vectorialmente si los conductores se **atraen** o se **repelen**.

a) El punto de equilibrio P sólo se puede hablar en el exterior cerca de la corriente débil (no conocemos I_B , pero sólo puede ser a la izquierda para que el punto caiga en el exterior).

$$\vec{B}_P = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} \vec{k} + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d+x)} (-\vec{k}) = 0 \text{ (Equilibrio)}$$

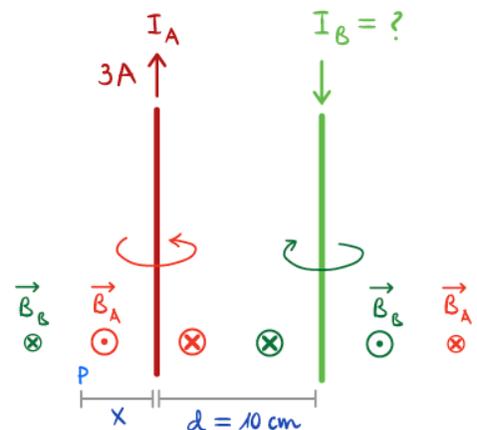
$$\frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} \vec{k} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d+x)} \vec{k}$$

$$\frac{I_A}{x} = \frac{I_B}{(d+x)}$$

$$I_B = \frac{I_A(d+x)}{x}$$

$$I_B = \frac{3 \text{ A} \cdot (10 + 2,5)}{2,5} = 15 \text{ A}$$

Lógicamente, la corriente débil es I_A .

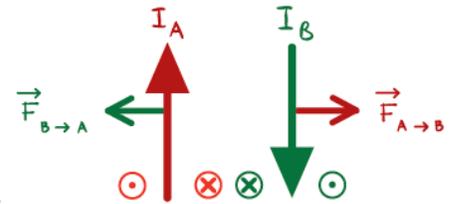


b) $\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ Ley de Laplace $\Rightarrow F_{A \rightarrow B} = I_B \cdot l_B \cdot B_A$, $B_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d}$, $l = 0,5\text{ m}$

$F_{A \rightarrow B} = I_B \cdot l_B \cdot \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d} \Rightarrow F_{A \rightarrow B} = 15\text{ A} \cdot 0,5\text{ m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3\text{ A}}{2\pi \cdot 0,1\text{ m}} = 4,5 \cdot 10^{-5}\text{ N}$

c) $\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ 1ª ley de Laplace

$\vec{F}_{A \rightarrow B} \Rightarrow \vec{l}_B \times \vec{B}_A \Rightarrow -\vec{j} \times (-\vec{k}) = \vec{i}$
 $\vec{F}_{B \rightarrow A} \Rightarrow \vec{l}_A \times \vec{B}_B \Rightarrow \vec{j} \times (-\vec{k}) = -\vec{i}$ } Las hilos se repelen



5.- Dos **cargas** de $2\ \mu\text{C}$ se mueven **paralelamente** con una

velocidad de $5 \cdot 10^4\ \vec{i}\text{ m/s}$ (a lo largo del eje X). En cierto instante, la primera carga se encuentra en $A(0,4,1)$ y la segunda en $B(0,0,4)$, con las distancias expresadas en **metros**.

- a) Calcula el **vector campo magnético** creado por la primera carga en el punto B .
- b) Calcula el **vector fuerza magnética** que ejerce la **primera carga** sobre la **segunda**.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ Tm A}^{-1}$

a) Calculamos primero el vector unitario que va de A a B .

$\vec{u}_{AB} = \frac{B-A}{|AB|} = \frac{(0,0,4)-(0,4,1)}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{(0,-4,3)}{5} = -\frac{4}{5}\vec{j} + \frac{3}{5}\vec{k}$; la distancia es 5 m .

$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}_r$ Campo magnético creado por una carga puntual ; la velocidad $v = 5 \cdot 10^4\ \vec{i}\text{ m/s}$

$\vec{B}_{AB} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 5^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{vmatrix} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{5^2} \cdot (-1) \cdot (3\vec{j} + 4\vec{k})\text{ T}$
 $\vec{B}_{AB} = -2,4 \cdot 10^{-10}\vec{j} - 3,2 \cdot 10^{-10}\vec{k}\text{ T}$

b) La fuerza de Lorentz

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{AB} &= q_B \cdot (\vec{v}_B \times \vec{B}_{AB}) = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -2,4 \cdot 10^{-10} & -3,2 \cdot 10^{-10} \end{vmatrix} \\ &= 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot (-10^{-10}) \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2,4 & 3,2 \end{vmatrix} = +3,2 \cdot 10^{-11} \vec{j} - 2,4 \cdot 10^{-11} \vec{k} \text{ N} \end{aligned}$$

6.  **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Cuando una partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético, la **fuerza magnética** que actúa sobre ella **realiza un trabajo** que siempre es:
- a) **positivo**, si la **carga es positiva**.
 - b) **negativo**, si la **carga es negativa**.
 - c) **cero**, sea como sea la carga.

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ley de Faraday - Henry [V ≡ Voltios]
(forma diferencial)

siendo el flujo: $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$

Tanto si disminuye como si aumenta el flujo, se induce una fuerza electromotriz. La causa es un cambio en el flujo de cualquier signo. La respuesta correcta es la **C**