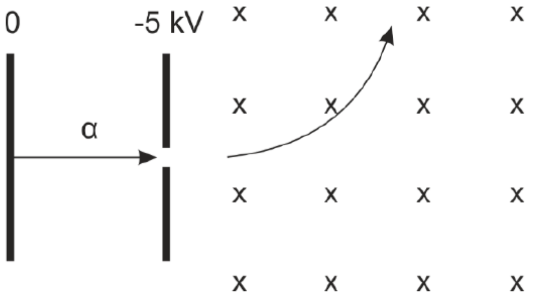
Ejercicio 1.

Una partícula alfa (núcleo de helio) inicialmente en reposo se acelera a través de una diferencia de potencial de 5kV, y entra en una región con un campo magnético de 0,3 T perpendicular a su velocidad, como muestra la figura.
Determine al penetrar en el campo magnético:



a) La energía cinética adquirida por la partícula y el módulo de su velocidad.
b) La fuerza magnética que experimenta la partícula y el radio de curvatura de la trayectoria.
Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e=1{,}60\cdot 10^{-19}$ C; masa de la partícula alfa, $m_\alpha=6{,}68\cdot 10^{-27}$ kg.

La energía potencial eléctrica creada por la diferencia de potencial sobre la partícula ($^4_2\text{He} \rightarrow q_\alpha = 2|q_e|$) se transforma en energía cinética:

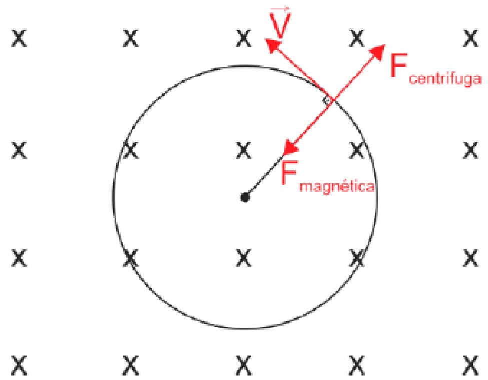
$$-q_\alpha \cdot \Delta V = E_c \rightarrow E_c = -2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-5-0)\cdot 10^3 = 1{,}6\cdot 10^{-15}\ \text{J}$$

Despejando la velocidad de la expresión de la energía cinética resulta:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-15}}{6{,}68\cdot 10^{-27}}} = 6{,}92\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) La fuerza magnética originada por el campo es un vector siempre perpendicular al campo magnético y a la velocidad de la partícula, y cuyo módulo es:

$$|\vec{F}_{\text{magnética}}| = qvB = 2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6{,}92\cdot 10^5\cdot 0{,}3 = 6{,}64\cdot 10^{-14}\ \text{N}$$



Al entrar en el campo magnético, la partícula alfa comienza a describir un movimiento circular uniforme debido a que en la dirección radial el sumatorio de fuerzas es nulo, por lo que:

$$|\vec{F}_{\text{Centrífuga}}| = |\vec{F}_{\text{magnética}}| \rightarrow m\frac{v^2}{R} = |\vec{F}_{\text{magnética}}| \rightarrow R = \frac{mv^2}{|\vec{F}_{\text{magnética}}|}$$

Por tanto:

$$R = \frac{6{,}68\cdot 10^{-27}\cdot(6{,}92\cdot 10^5)^2}{6{,}64\cdot 10^{-14}} = 0{,}048\ \text{m}$$

Ejercicio 2.

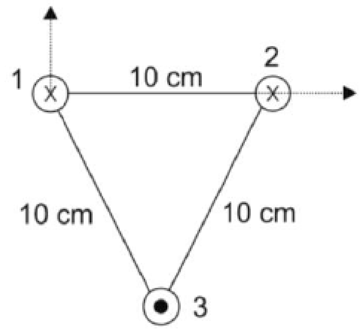
Tres conductores rectilíneos, largos y paralelos, que transportan una corriente de 5 A cada uno de ellos, pasa a través de los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado, tal y como se muestra en la figura. Suponiendo que el origen de coordenadas se encuentra en el conductor 1, determine:

a) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor 3 debida a los conductores 1 y 2.

b) El campo magnético en el punto medio del segmento que une los conductores 1 y 2.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{7}$ N A^{2}

a) La fuerza por unidad de longitud sobre el conductor 3 debida a los conductores 1 y 2.



Lo primero representamos en diagrama el campo usando la regla de la mano derecha. Como en C2 el campo es entrante, en C3 el campo será tangente a una circunferencia imaginaria (siguiendo la regla de la mano derecha) tal y como se indica en la figura. Para el conductor 1 procedemos de forma similar.

Vemos que las componentes B1Y y B2Y se anulan.

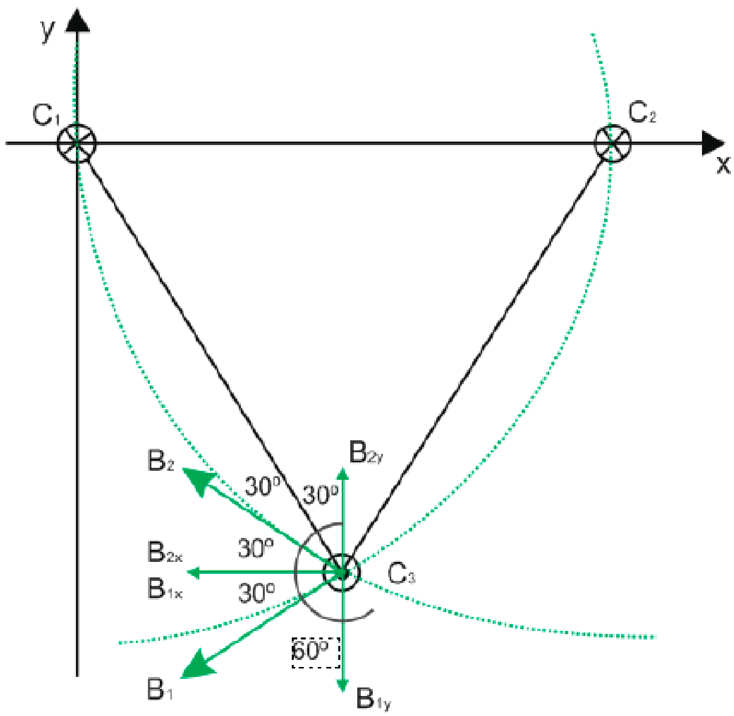
$B_{Total} = B_1 \cos\alpha + B_2 \cos\alpha$

$(B1 = B2) \rightarrow$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} 5}{2\pi 0{,}1} = 10^{-5} T \rightarrow \; B_{Total} = 2B\cos\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \cos 30 = 1{,}73 \cdot 10^{-5}\, T$$

$\vec{B}$ se obtiene multiplicando el módulo de B por el vector unitario (-i).

$\vec{B} = -1{,}73 \cdot 10^{-5}\ i$

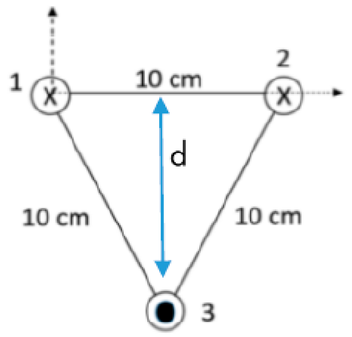


$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$

El conductor y el campo son perpendiculares

$$\frac{F}{l} = I_3 \cdot B = 5 \cdot 1{,}73 \cdot 10^{-5} = 8{,}65 \cdot 10^{-5} N/m \quad \text{sentido eje y negativo } (-j)$$

b) El campo magnético en el punto medio del segmento que une los conductores 1 y 2. En el punto medio del segmento que une el conductor 1 (C_1) y el conductor 2 (C_2) los campos magnéticos creados por estos dos conductores se anulan, por lo tanto solo hay calcular el campo magnético creado por el conductor 3.
d=altura del triángulo equilátero de lado



d=0,1·cos30

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} 5}{2\pi 0{,}1\cos 30} = 1{,}15 \cdot 10^{-5}\mathrm{T}$$

sentido el eje de las x negativo (-i)

Ejercicio 3.

Un protón se desplaza con una velocidad $\vec{v}$=5 $\vec{\imath}$ m·s^{-1} en el seno de un campo eléctrico definido por la expresión $\vec{E}$=−100 $\vec{\jmath}$ V·m^{-1}. Determine:

a) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme.

b) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,60·10^{-19} C; Masa del protón, m_p = 1,67·10^{-27} kg

a) El campo magnético necesario, contenido en el plano YZ, para mantener al protón siguiendo un movimiento rectilíneo y uniforme.

$\vec{F}_{Eléctrica} + \vec{F}_{magnética} = 0$ $\vec{F}_{Eléctrica} = -\vec{F}_{magnética}$ para que el movimiento sea rectilíneo y uniforme.

$$\vec{F_e} = q \cdot \vec{E} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-100\vec{j}) = -1{,}6 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{N}$$

$$\overrightarrow{F_m} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} \rightarrow \overrightarrow{F_m} = 8 \cdot 10^{-19} \cdot (B_y\vec{k} - B_z\vec{j})\mathrm{N}$$

Igualando ambas expresiones:

$B_y = 0$

$-1{,}6 \cdot 10^{-17} = -8 \cdot 10^{-19} \cdot (-B_z) \rightarrow B_z = -20$ T

b) El radio de giro que tendría dicho protón en una región donde solamente existiera el campo magnético del apartado anterior.

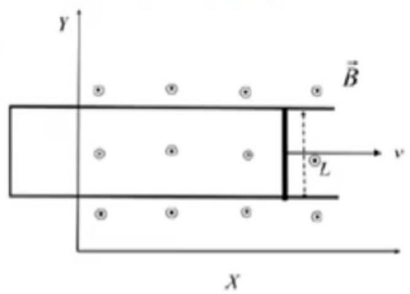
$$F_c = F_g \rightarrow |qvB| = m a_c \rightarrow |qvB| = m\frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv^2}{|qvB|} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 5^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 20} = 2{,}6 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}$$

Ejercicio 4

Una barra conductora, de 30 cm de longitud y paralela al eje y, se mueve en el plano xy con una velocidad en el sentido positivo del eje x. La barra se mueve sobre unos rieles conductores paralelos en forma de U (ver figura). Perpendicular al plano, hay un campo magnético uniforme $10^{-3}\vec{k}\,T$. Halle la fuerza electromotriz inducida en la barra en función del tiempo en los siguientes casos:

a) La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2\vec{\imath}\ {}^{m}/_{s}$

b) La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5\vec{\imath}\ {}^{m}/_{s^2}$



a) Se llama fuerza electromotriz (ε) a la potencia que el generador comunica a la unidad de carga. Es la causa que permite mantener la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito. La ley de Faraday establece que la fuerza electromotriz inducida en un circuito sometido a un flujo magnético variable es igual y de signo contrario a la rapidez con que varía el flujo magnético que lo atraviesa.

$$\Phi = B(x_0 + vt)l$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B \cdot l \cdot v = 10^{-3} \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-2} = -0{,}03V$$

La intensidad comunicada recorre los conductores en sentido antihorario, como lo indica la ley de Lenz, que explica que el sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la originó.

b)

$$\Phi = B\left(x_0 + \frac{1}{2}at^2\right)l$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2 \cdot t = -B \cdot l \cdot a \cdot t = -10^{-3} \cdot 0{,}3 \cdot 5 \cdot t = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot t\,V$$