ACTIVIDADES

1 *¿Cómo sabrías, con ayuda de una brújula, cuál es el polo norte de un imán? ¡Cuidado! No te fíes de los colores que tienen las imanes del laboratorio.*

Acercamos el imán al polo norte de la brújula y observando lo que sucede:

☼ Si la brújula tiende a acercarse al imán es que el polo del imán más próximo es el polo Sur, el polo Norte será el opuesto.

☼ Si la brújula tiende a repelerse es que hemos acercado el polo Norte.

2 *Un protón se mueve con una velocidad de $3 \cdot 10^7$ m/s a través de un campo magnético de 1,2 T. Si la fuerza que experimenta es de $2 \cdot 10^{-12}$ N, ¿qué ángulo formaba su velocidad con el campo cuando entró en él?*

Carga del protón: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.
 Velocidad = $v = 3 \cdot 10^7$ m/s.
 Intensidad del campo magnético (módulo) = $B = 1,2$ T.
 Fuerza experimentada (módulo) = $F = 2 \cdot 10^{-12}$ N.

Como

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow \text{sen}\theta = \frac{F}{qvB} = \frac{2 \cdot 10^{-12} \text{ N}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,2 \text{ T}} = 0,3472 \Rightarrow \theta = \text{arcsen} 0,3472 = 20^\circ$$

19' 3".

3 *Un electrón penetra en un campo $\vec{B} \vec{k}$ con una velocidad $\vec{v} \vec{j}$. ¿En qué dirección actúa la fuerza?*

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = qv \cdot \vec{j} \times B \vec{k} = qvB \cdot \vec{j} \times \vec{k} = qvB \cdot \vec{i}$, la dirección de la fuerza es el eje OX (abscisas) en sentido positivo.

4 *Un haz de protones y otro de electrones son lanzados en la misma dirección y sentido. En ambos casos, se observa que las partículas se desplazan con movimiento rectilíneo y uniforme. ¿Podemos asegurar que en dicha región no existe campo magnético? ¿Y campo eléctrico?*

No se puede asegurar que exista un campo magnético ya que si este es paralelo al campo, la fuerza ejercida es nula y el movimiento será rectilíneo y uniforme.

No hay campo eléctrico ya que de haberlo aceleraría el haz de protones.

5) Un electrón incide en un campo magnético de $12 \vec{i}$ T con una velocidad de $1,6 \cdot 10^7$ m/s, formando un ángulo de 30° con las líneas de dicho campo.

- a) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón?
- b) ¿Cuál es su velocidad de avance en el campo?

a)

$$\begin{cases} \vec{v} = v \sin 30^\circ \vec{i} + v \cos 30^\circ \vec{j} \\ \vec{B} = B \vec{i} \end{cases} \quad \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q((v \sin 30^\circ \vec{i} + v \cos 30^\circ \vec{j}) \times B \vec{i}) = qvB \vec{j} \times \vec{i} =$$

$= -qvB \vec{k}$ ya que $\vec{i} \times \vec{i} = 0$ y $\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$ luego la componente paralela al campo no produce efecto y la perpendicular produce un movimiento circular de radio:

$$r = \frac{m_e v_y}{q_e B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^7 \cos 30^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 12} = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

b) Velocidad de avance = velocidad según el eje OX = $v_x = v \sin 30^\circ = 1,6 \cdot 10^7 \sin 30^\circ = 8 \cdot 10^6$ m/s.

Cuestiones y problemas

DE APLICACIÓN

1) ¿De dónde viene la terminología «polo norte» y «polo sur» aplicada al magnetismo?

De los experimentos de Pierre de Maricourt en el verano de 1269 que observó que las aguja de un imán esférico orientaban uno de sus extremos al norte geográfico y el opuesto al sur.

2) ¿Qué magnitud representa al campo magnética? ¿Qué particularidades tiene?

Una propiedad común a todos los campos magnéticos es que sus líneas de campo son cerradas. Otra manera de enunciar esta propiedad consiste en decir que el campo magnético no tiene fuentes ni sumideros; sus líneas de campo no nacen ni mueren en ningún punto, al contrario de lo que ocurría en los campos gravitatorio y electrostático.

La intensidad del campo magnético la representaremos por el vector $\vec{B}$. Este vector es en cada punto tangente a la línea de campo que pasa por dicho punto.

El campo magnético para cargas que se mueven a velocidades pequeñas comparadas con velocidad de la luz, puede representarse por un campo vectorial.

Considérese una carga eléctrica de prueba q_0 en un punto P de una región del espacio moviéndose a una cierta velocidad arbitraria $\mathbf{v}$ respecto a un cierto observador que no detecte campo eléctrico. Si el observador detecta una deflexión de la trayectoria de la partícula entonces en esa región existe un campo magnético. El valor o intensidad de dicho campo magnético puede medirse mediante el llamado vector de inducción magnética $\mathbf{B}$, a veces llamado simplemente "campo magnético", que estará relacionado con la fuerza $\mathbf{F}$ y la velocidad $\mathbf{v}$ medida por dicho observador en el punto P: Si se varía la dirección de $\mathbf{v}$ por P, sin cambiar su magnitud, se encuentra, en general, que la magnitud de $\mathbf{F}$ varía, si bien se conserva perpendicular a $\mathbf{v}$. A partir de la observación de una pequeña carga eléctrica de prueba puede determinarse la dirección y módulo de dicho vector del siguiente modo:

- La dirección del "campo magnético" se define operacionalmente del siguiente modo. Para una cierta dirección y sentido de $\mathbf{v}$, la fuerza $\mathbf{F}$ se anula. Se define esta dirección como la de $\mathbf{B}$.
- Una vez encontrada esta dirección el módulo del "campo magnético" puede encontrarse fácilmente ya que es posible orientar a $\mathbf{v}$ de tal manera que la carga de prueba se desplace perpendicularmente a $\mathbf{B}$. Se encuentra, entonces, que la $\mathbf{F}$ es máxima y se define la magnitud de $\mathbf{B}$ determinando el valor de esa fuerza máxima:

$$B = \frac{F_{\max}}{q \cdot v}$$

En consecuencia: Si una carga de prueba positiva q_0 se dispara con una velocidad $\mathbf{v}$ por un punto P y si obra una fuerza lateral $\mathbf{F}$ sobre la carga que se mueve, hay una inducción magnética $\mathbf{B}$ en el punto P siendo $\mathbf{B}$ el vector que satisface la relación:

$$\vec{F} = q \left(\vec{v} \times \vec{B} \right)$$

El campo magnético puede representarse mediante las llamadas líneas de inducción, de un modo parecido a como se representa el campo eléctrico mediante las líneas de campo. Sin embargo, las líneas de inducción son cerradas: el campo B es solenoidal.

Las líneas, por convenio, penetran por el polo sur y salen por el polo norte. Una brújula (pequeño imán) se orienta tangente a las líneas de inducción indicando así

La dirección del vector B en un punto es tangente a la línea de inducción que pasa por ese punto. Las líneas de inducción en una región se dibujan de modo que, cuanto mayor sea el número de ellas por unidad de área, más intenso será el campo magnético en dicha región.

❸ ¿Cómo varía con la distancia la fuerza con que se atraen o repelen dos polos?

Al igual que las cargas eléctricas, los polos magnéticos se atraen o repelen con un fuerza que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa y proporcional a la intensidad del campo magnético que poseen.

4 *¿Qué ocurre cuando rompemos un imán por la mitad?*

Que se forman dos imanes más pequeños siendo imposible aislar los polos magnéticos, se forma otro dipolo.

5 *¿Qué es lo que produce, en última instancia, un campo magnético?*

En la antigua teoría cuántica se considera que los electrones se mueven en órbitas alrededor del núcleo del átomo, como consecuencia de lo cual crean un campo magnético. Al crear tal campo, como de hecho se comportan como un imán, se les puede asignar un momento magnético. Este momento guardará relación íntima con el momento angular orbital (constante del movimiento que se puede asociar al electrón que se desplaza en un campo de fuerzas centrales, similar al gravitatorio). La composición de todos los momentos magnéticos dará lugar a un momento magnético resultante.

Por otro lado, para explicar ciertas estructuras de los espectros atómicos, fue necesario establecer que, en cada órbita, sólo podía haber dos electrones, los cuales estarían girando sobre su eje en sentidos contrarios. Esto daría lugar a un momento angular «intrínseco» que se llamó espín, y a un momento magnético asociado.

Un átomo se comporta, por tanto, como un pequeño imán con un momento magnético al que contribuyen los momentos magnéticos correspondientes al movimiento orbital y al espín. Algunas sustancias tienen todos sus electrones apareados, por lo que su momento magnético resultante es cero.

El movimiento de las partículas cargadas que hay en el interior de los átomos de las sustancias magnéticas, es pues, en última instancia el que produce el campo magnético.

6 *¿Cómo es la fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento? ¿Qué expresión tiene dicha fuerza?*

Es proporcional al valor de la carga y la velocidad con que la partícula entra en un campo magnético.

Si la carga incide en dirección paralela a la del campo sobre ella no actúa ninguna fuerza.

Si la carga incide en dirección perpendicular a la del campo la fuerza que actúa sobre ella adquiere su valor máximo y es también perpendicular a la velocidad al campo.

Si la carga incide en dirección oblicua al campo aparece una fuerza perpendicular a este y a la velocidad cuyo valor es proporcional al seno del ángulo de incidencia.

Cargas de distinto signo, en movimiento, manifiestan fuerzas de sentidos opuestos.

Su expresión es: $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ cuyo módulo es, pues, $F = qvB \sin \theta$ siendo q = la carga que se mueve con una velocidad v en un campo magnético de intensidad B y θ el ángulo de incidencia,

7 *¿Cuál es la unidad de inducción magnética en el Sistema Internacional? ¿Cómo se define?*

La unidad de inducción magnética es la tesla (T), en honor al físico yugoslavo NiKola Tesla, que se define como la intensidad de aquel campo que ejerce una fuerza de 1 newton sobre una carga de 1 culombio que penetra perpendicularmente al campo con una velocidad de 1 m/s:

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ C} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

8 *¿Ejerce un campo magnético uniforme algún tipo de acción sobre una espira o circuito cerrado? ¿En qué condiciones lo hace?*

Un campo magnético uniforme no ejerce fuerza neta sobre un conductor en forma de espira cerrada por la que circula una corriente ya que el sumatorio de las fuerzas ejercidas en todos los elementos diferenciales de corriente se anula, pero el par de fuerzas ejercido, si el ángulo que forma su vector superficie respecto al campo no es nulo, la hace girar y el vector momento del par es:

$$\vec{M} = I \vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Siendo I = intensidad de la corriente y $\vec{m} = I \vec{S}$ el momento magnético de la espira.

9 *¿Qué es el momento magnético? ¿Guarda alguna semejanza con el momento dipolar de un dipolo eléctrico?*

$\vec{m} = I \vec{S}$ el momento magnético de la espira por la que pasa una corriente I y tiene una superficie dada por el vector superficie $\vec{S}$.

Un dipolo eléctrico es un sistema de dos cargas de signo opuesto e igual magnitud cercanas entre sí.

Se define el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ como una magnitud vectorial con módulo igual al producto de la carga q por la distancia que las separa d , cuya dirección es la recta que las une, y cuyo sentido va de la carga negativa a la positiva:

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

La semejanza es que en ambos se produce un giro en ciertas condiciones.

①① Resume lo que le ocurre a una partícula con carga positiva que penetra perpendicular u oblicuamente en un campo magnético uniforme.

Si la carga entra perpendicularmente $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = q \cdot v \cdot B$ la fuerza es constante y dirigida perpendicularmente al plano formado por los vectores velocidad y campo. Si una fuerza constante y perpendicular actúa sobre una partícula sabemos que la fuerza a describir una trayectoria circular, movimiento circular uniforme.

Una partícula de masa m y carga q penetra con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme, en una dirección que forma un ángulo α con $\vec{B}$. Si elegimos unos ejes de manera que el OY sea paralelo al campo $\vec{B}$, tenemos:

$$\begin{cases} \vec{v} = v \text{sen} \alpha \vec{i} + v \text{cos} \alpha \vec{j} \\ \vec{B} = B \vec{j} \end{cases}$$

Como la fuerza sobre una carga móvil es $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, dicha fuerza sólo actúa sobre la componente perpendicular de la velocidad, el producto vectorial del campo por la componente horizontal es nulo ya que su producto vectorial es nulo $\text{sen}0^\circ = \text{sen}180^\circ = 0$. Como consecuencia la partícula describe un movimiento circular uniforme en un plano perpendicular a $\vec{B}$ (plano ZX), como la componente paralela al campo ($v \text{cos} \alpha$) se mantiene constante la trayectoria circular se modifica, transformándose en una helicoidal en la dirección del eje OY.

①① ¿Cómo funciona un ciclotrón?

El primer acelerador de partículas cargadas que operó con campos magnéticos y con el que se consiguieron energías elevadas fue el **ciclotrón**. Fue inventado en 1932 por el físico norteamericano Ernest O. Lawrence (1901-1958) con el fin de acelerar partículas tales como protones hasta conseguir una energía cinética elevada.

El ciclotrón está formado por dos regiones conductoras huecas con forma de «D» en las que se ha practicado el vacío, conectadas ambas a un generador de corriente alterna, y situadas en el seno de un campo magnético uniforme perpendicular a las mismas.

Si en el centro de esta estructura se coloca una fuente de protones, una de estas partículas entrará en el interior de una de las regiones en forma de «D» debido a la diferencia de potencial que se ha establecido entre ellas. Y puesto que el campo magnético es perpendicular a la trayectoria de la partícula, esta experimentará dentro de la «D» un movimiento semicircular con un determinado

radio que hará que salga de dicha región; cuando la partícula vuelve a pasar por la zona de separación de las des, es acelerada de nuevo por el campo eléctrico y entra en la otra «D». Entonces vuelve a producirse una desviación semicircular con un radio mayor que provoca que la partícula salga de la «D» y sea acelerada otra vez en el espacio intermedio.

Por efecto del campo magnético, las partículas describen un semicírculo en un tiempo igual a la mitad del período de revolución (período de semirevolución) que, como hemos visto, solo es función del tipo de partículas que se aceleran y del valor del campo. Si se ajusta el signo de la diferencia de potencial aplicada, de modo que en cada período de semirevolución se invierta la polaridad de las des, conseguiremos que las partículas sean aceleradas cada vez que salen de una «D».

La velocidad y, en consecuencia, la energía cinética máxima que las partículas adquieren al ser aceleradas, vienen determinadas por las características del ciclotrón. Como:

$$v = \frac{qBr}{m} \Rightarrow E_{\text{CMax}} = \frac{Q^2 B^2 r^2}{2m}$$

Uno de los defectos de los primeros ciclotrones fue que no se tuvo en cuenta el hecho de que, a grandes velocidades, aparecen efectos relativistas que suponen un incremento de masa y, en consecuencia, un aumento del período de semirevolución que da lugar a un desfase con las alternancias de voltaje. Esto puede llegar a producir un efecto de frenado contrario al deseado. El problema fue solucionado en 1950, con los llamados ciclotrones sincronizados, o «sincrotrones».

①② ¿Qué podemos decir de las corrientes que circulan por dos conductores paralelos que se repelen?

Que han de circular en sentido contrario.

①③ ¿Cómo son las líneas del campo magnético producido por una corriente rectilínea e indefinida? ¿Cuál es la expresión que representa dicho campo?

Son circunferencias concéntricas.

El campo producido por una corriente rectilínea e indefinida en un punto exterior P es directamente proporcional la intensidad e inversamente proporcional a la distancia a dicho punto y su dirección es tangencial en el plano perpendicular a la corriente:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \vec{u}$$

DE RAZONAMIENTO

①④ ¿Para qué se fabrican imanes rectos y de herradura?

Los imanes rectos se utilizan, de forma aproximada, como polos magnéticos que actúan por separado, y los imanes de herradura para producir campos magnéticos muy intensos y uniformes en el entrehierro.

①⑤ Si se calienta fuertemente un imán, su capacidad de imantar desaparece. ¿Serías capaz de sugerir alguna explicación a este fenómeno?

Un electrón que gira alrededor de un núcleo constituye una carga en movimiento, o corriente eléctrica y, por tanto, crea un campo magnético. Podemos caracterizar el movimiento de los electrones dentro de los átomos mediante un momento magnético.

Se ha comprobado experimentalmente que la magnetización de los materiales varía cuando se les aplica un campo magnético externo o cuando se modifica su temperatura. Diferentes materiales responden de manera también distinta a estos cambios externos y, en función de este comportamiento magnético diverso, se pueden clasificar en **ferromagnéticos**, **paramagnéticos** o **diamagnéticos**.

✿ **Ferromagnéticos.** En esencia, son aquellos materiales que orientan los momentos magnéticos atómicos en la dirección y sentido de un campo magnético externo. Es decir, se magnetizan fuertemente en presencia de un campo magnético. Esta magnetización puede ser permanente (dentro de un cierto rango de temperatura), como ocurre con algunas aleaciones de hierro que se utilizan como imanes permanentes.

Orientación de los momentos magnéticos en una sustancia ferromagnética

Dominios de una sustancia ferromagnética no imantada

Pierre Weiss propuso en 1907 una teoría sobre la constitución interna de los materiales ferromagnéticos que puede comprobarse experimentalmente. Según este científico, en un material ferromagnético existen zonas de imantación uniforme, que reciben el nombre de dominios magnéticos, donde los momentos magnéticos atómicos están fuertemente alineados. El hecho de que un material ferromagnético no sea un imán permanente se debe a que estos dominios, en su totalidad, no muestran una orientación preferente. Sin embargo, al aplicar un campo magnético externo, los dominios, se orientan a favor del campo. La orientación de estos dominios genera tensiones en el interior del material que hacen que los dominios vuelvan a desorientarse una vez que cesa el campo magnético. No obstante, si el campo aplicado es intenso, los dominios pueden quedar orientados de manera permanente, como les sucede a los imanes permanentes.

☀ **Paramagnéticos.** Estos materiales se magnetizan débilmente en presencia de un campo magnético externo, aunque la orientación de los momentos magnéticos atómicos de estas sustancias está muy mediatizada por el movimiento térmico de los átomos. Si se retira el campo externo, la magnetización es nula, debido a que los momentos magnéticos se vuelven a orientar al azar. Ejemplos de este tipo de sustancias son el aluminio, el sodio, el platino, el uranio, el oxígeno, etc., algunas de las cuales presentan electrones desapareados.

☀ **Diamagnéticos.** Frente a un campo magnético externo, estos materiales son repelidos muy débilmente hacia zonas donde el campo magnético es menos intenso. La estructura interna de estas sustancias impide la orientación de los momentos magnéticos, y, en ellas, la respuesta de reacción dada por la ley de Lenz acaba primando sobre el campo externo. En consecuencia, la sustancia es repelida débilmente. A este grupo pertenecen el bismuto, el cobre, el plomo, la sal, el azufre, el mercurio, el cuarzo, la plata, el grafito, el diamante y la mayoría de los compuestos orgánicos.

La magnetización de las sustancias ferromagnéticas y paramagnéticas disminuye con la temperatura, más drásticamente en el caso de las primeras. Si calientas un imán permanente, conseguirás que pierda su capacidad de magnetización. La razón de la desimantación es que, por efecto del calentamiento, se refuerza la agitación térmica, que tiende a desorientar los momentos magnéticos. La temperatura crítica a la que un material ferromagnético se convierte en paramagnético debido a la desorientación térmica se denomina temperatura de Curie (en memoria del descubridor de este efecto, Pierre Curie).

①⑥ En cierta región hay un campo magnético y otro eléctrico que tienen la misma dirección y sentido. Razona lo que ocurre cuando incide en la dirección y sentido de los campos:

- a) Un haz de protones.
- b) Un haz de electrones.

Como el campo Magnético es de la misma dirección y sentido al del vector velocidad su producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B \cdot \text{sen} 0^\circ = 0$, es nulo y por tanto también lo será la fuerza magnética, pero el campo magnético sí produce una fuerza $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, que será

- a) si el haz es de protones, la fuerza será en la misma dirección del campo eléctrico.
- b) Si el haz es de electrones, la fuerza es de sentido contrario al campo.

17 Un haz de protones incide en dirección perpendicular en los campos de la cuestión anterior. ¿Es posible, bajo alguna circunstancia, que el haz no sufra desviación alguna?

Como las fuerzas debidas a los campos eléctrico y magnético son perpendiculares, los campos llevan la misma dirección, la resultante nunca será nula.

Para que el haz no sufra desviación alguna los campos eléctrico y magnético han de ser perpendiculares y las fuerzas ejercidas serán de sentido contrario, que será nula cuando la velocidad con la que inciden iguale ambas fuerzas:

$$F_e = F_M \Leftrightarrow qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

18 ¿Cómo hemos de aplicar dos campos uniformes, uno eléctrico y otro magnético, para que sus respectivas fuerzas sobre una partícula con velocidad v se cancelen? ¿Cuál ha de ser la relación entre sus módulos?

Para que las fuerzas sobre la partícula de velocidad v se cancelen, los campos eléctrico y magnético han de ser perpendiculares, las fuerzas ejercidas serán de sentido contrario, que será nula cuando la velocidad con la que inciden iguale ambas fuerzas:

$$F_e = F_M \Leftrightarrow qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

19 ¿Se podría detener una partícula cargada en un campo magnético uniforme?

No ya que siempre se produce una fuerza perpendicular al plano formado por los vectores velocidad e campo magnético, que, en el peor de los casos, cuando la partícula cargada incide en la dirección del campo, aunque la fuerza sea nula, el ángulo y por tanto su seno, lo son, la partícula seguiría con su movimiento, se supone a $v = \text{cte}$, pero no estaría sometida a una aceleración negativa que la frene.

20 ¿Cómo puede usarse el movimiento de una partícula cargada para distinguir un campo eléctrico de uno magnético?

Si una partícula cargada, q , se mueve en el interior de un campo eléctrico uniforme se ve sometida a una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ en la dirección del campo que la hace describir una parábola si entra perpendicular al campo, pero si se introduce perpendicularmente al campo magnético, se produce una fuerza constante $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ que la hace describir un movimiento circular uniforme.

21 ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza magnética sobre una partícula cargada?

El trabajo es igual a la variación de la energía cinética:

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{|q|}{m} R \cdot B \right)^2 = \frac{1}{2m} q^2 r^2 B^2$ siendo r el radio de la circunferencia que describe, q la carga y B la intensidad del campo magnético a que se ve sometido.

22 En un instante dado, un electrón se mueve en la dirección -Z en una región donde hay un campo magnético en la dirección +X. ¿Cuál es la dirección de la fuerza que actúa?

La fuerza actúa en la dirección del eje Y, sentido negativo ya que aunque el producto vectorial $(\vec{v} \times \vec{B})$ daría una fuerza en el sentido positivo del eje Y, como la carga es negativa la fuerza $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ irá en sentido contrario

23 Si deseamos que el campo en un punto cualquiera entre dos conductores rectilíneos paralelos sea más intenso que el que correspondería a un único conductor, ¿en qué sentido relativo deberían circular las corrientes?

La corriente debe circular en sentido contrario para que el campo se refuerce

24 ¿Qué le ocurrirá a un muelle hecho de material conductor si hacemos circular por él una corriente intensa?

Que se convierte en un solenoido, de manera que el campo magnético en su interior es prácticamente uniforme asemejándose a una barra de imán, el valor de l campo en su interior viene dado por:

$$B = \mu_0 N \frac{I}{L}$$

siendo N = n° de espiras, I = la intensidad que por él circula y L la longitud del solenoido.

Se comporta como un imán poseyendo una cara norte y una cara sur, según el sentido de circulación de la corriente por ellas.

25 Si coges una pila de 9 V, por ejemplo, y conectas sus bornes mediante un alambre que se ha arrollado alrededor de un clavo, observarás que este se convierte en un imán. ¿Por qué motivo? ¿Encuentras alguna relación entre este fenómeno y el hecho de imantar un clavo al ponerlo en contacto con un imán permanente?

El campo magnético que se crea en el interior del arrollamiento del alambre reordena los dominios magnéticos del clavo de hierro formándose un electroimán.

El fenómeno es el mismo, un campo magnético el del solenoido o el del imán permanente reordena los dominios magnéticos del hierro confiriéndole propiedades magnéticas temporales o permanentes dependiendo de que se pierda o no la citada reordenación de los dominios magnéticos.

26 Una espira se sitúa de modo que su momento magnético tiene la misma dirección que el campo externo y sentido opuesto. ¿Cuál es el momento del par que actúa sobre ella? ¿Se encontrará en equilibrio estable o inestable? Razona tu respuesta.

$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \Rightarrow M = mB \sin 0^\circ = 0$, luego el momento es nulo. Se encuentra en equilibrio estable, mientras no varíe la orientación de la espira el par será nulo.

27 Dos iones (Fe^{2+} y Fe^{3+}) penetran en dirección perpendicular a un campo uniforme con la misma velocidad. ¿Cómo son en comparación los períodos de sus revoluciones en el seno del campo? ¿Y los radios de las circunferencias que describen?

El período viene dado por: $T = \frac{2\pi m}{qB}$ si consideramos que las masas de los dos iones son semejantes y teniendo en cuenta que el período es inversamente proporcional a la carga, como $q_{Fe^{3+}} > q_{Fe^{2+}} \Rightarrow T_{Fe^{2+}} < T_{Fe^{3+}}$.

El radio de la circunferencia viene dado por la fórmula: $r = \frac{mv}{qB}$ que también es inversamente proporcional a la carga, luego $r_{Fe^{2+}} < r_{Fe^{3+}}$.

28) *Por dos conductores rectilíneos y perpendiculares se hacen pasar corrientes I_1 e I_2 , ¿Qué efecto producirán?*

Ninguno ya que las fuerzas de un conductor sobre el otro perpendicular es nula ya que al ser campo perpendicular a la dirección de la corriente, el conductor y el campo tienen la misma dirección, luego la fuerza ejercida sobre el elemento de corriente, dada por $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\theta$, es cero ya que $\text{sen}0^\circ$ o $\text{sen}180^\circ$ es nulo.

En el dibujo adjunto se aprecia como los vectores B_1 y L_2 llevan la misma dirección (sea el mismo sentido o el contrario) y lo mismo ocurre con los vectores B_2 y L_1 .

29) *¿Qué ocurrirá si dirigimos un haz de electrones hacia el interior de un solenoide por el que circula una corriente, de manera que aquellos penetren en la dirección del eje principal?*

Seguirán su trayectoria con movimiento uniforme, ya que el campo en el interior del solenoide está dirigido según su eje principal, luego los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son paralelos y su producto vectorial $(\vec{v} \times \vec{B})$ es nulo ya que el ángulo es 0° o 180° .

30) *¿Marcará lo mismo un galvanómetro si eliminamos algunas espiras de su bobina o cuadro?*

El galvanómetro de laboratorio consta de un cuadro móvil sobre el que se enrolla un fino hilo conductor; el cuadro está apoyado en dos pivotes, de modo que puede girar entre los polos de un imán cuando lo recorre una corriente.

El par de fuerzas magnético se equilibra con el que opone un resorte en espiral solidario al cuadro cuando éste ha girado un cierto ángulo. Este movimiento se transmite a una aguja que indica sobre una escala la intensidad de la corriente (fig. 10.2).

Teniendo en cuenta la ecuación del par de fuerzas sobre un cuadro, $M = NIB$, e igualándolo al momento del par de fuerzas mecánicas del muelle, se deduce que $NSIB = k\Delta\theta$, siendo k la constante de torsión del sistema mecánico. Por tanto,

$$\Delta\theta = \frac{NSB}{k} I$$

y se deduce que la sensibilidad del galvanómetro aumentará si lo hace N , S o B . La solución más sencilla es aumentar el número de espiras, pero ello hace también aumentar la resistencia del aparato, lo que no es conveniente por motivos eléctricos.

③① ¿Por qué se dice que una espira por la que circula una corriente constituye un dipolo magnético?

Por que se induce un campo magnético en su interior que tiene dos polos, uno en cada cara, comportándose como un imán natural, un dipolo magnético.

DE CÁLCULO

③② Con una velocidad $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ m/s, un electrón se mueve en una región del espacio en la que el campo magnético viene dado por $\vec{B} = 0,3\vec{i} - 0,02\vec{j}$ T. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre él? ¿Y su módulo?

$q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q((2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) \times (0,3\vec{i} - 0,02\vec{j})) = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 0,3 & -0,02 & 0 \end{vmatrix} = q(0,06\vec{i} - 0,9\vec{j} - 0,34\vec{k}) = 9,6$$

$\cdot 10^{-21}\vec{i} + 1,44 \cdot 10^{-19}\vec{j} + 5,44 \cdot 10^{-20}\vec{k}$ y su módulo es:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(9,6 \cdot 10^{-21})^2 + (1,44 \cdot 10^{-19})^2 + (5,44 \cdot 10^{-20})^2} = 1,54 \cdot 10^{-19} \text{ N.}$$

33 Un protón incide en dirección perpendicular a un campo de 3 T. ¿Con qué velocidad debe hacerlo para que el radio de su trayectoria sea de 2 cm?

Al incidir perpendicularmente, el producto vectorial de la velocidad por el vector campo magnético es constante pues $\text{sen}90^\circ = 1$ y la fuerza también lo es describiendo un movimiento circular uniforme para el que podemos igualar la fuerza centrípeta con la magnética:

$$F_c = F_m \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = qvB \Leftrightarrow mv = qBr \Leftrightarrow v = \frac{qBr}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 0,02}{1,673 \cdot 10^{-27}} = 5,74 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

34 Una corriente de 25 mA circula sobre una bobina rectangular de 50 espiras de 3 cm x 5 cm. Calcula:

- a) El momento magnético de la bobina.
- b) El momento del par de fuerzas que actúa sobre la espira si se coloca paralela a un campo de 0,2 T.

$$S = 0,03 \text{ m} \times 0,05 \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

a) $\vec{m} = N \cdot \vec{I} \cdot \vec{S} = 50 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 1,875 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$

b) Si se coloca paralela al campo, $\vec{m} \perp \vec{B}$ luego $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \Leftrightarrow M = m \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = mB = 1,875 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$

35 Un protón y un electrón penetran en dirección perpendicular a un campo magnético entrante hacia el papel. Representa de modo aproximado las trayectorias que describirán, así como la razón entre sus radios. ¿Cuánto tarda cada partícula en completar un círculo si el campo es de 10 T?

$$\text{Como } r = \frac{m \cdot v}{q} \Rightarrow \frac{r_{p^+}}{r_{e^-}} = \frac{\frac{m_{p^+} \cdot v_{p^+}}{q_{p^+}}}{\frac{m_{e^-} \cdot v_{e^-}}{q_{e^-}}} = \frac{m_{p^+} \cdot v_{p^+} \cdot q_{e^-}}{m_{e^-} \cdot v_{e^-} \cdot q_{p^+}} = \frac{m_{p^+} \cdot v_{p^+}}{m_{e^-} \cdot v_{e^-}}$$

Se trata de hallar el período, que depende de la masa:

$$T_{e^-} = \frac{2\pi m_{e^-}}{q_{e^-} \cdot B} = \frac{2\pi 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10} = 3,57 \cdot 10^{-12} \text{ s}; T_{p^+} = \frac{2\pi m_{p^+}}{q_{p^+} \cdot B} = \frac{2\pi 1,673 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10} = 6 \cdot 10^{-9}$$

③⑥ Un ciclotrón ha sido diseñado para acelerar protones. El campo magnético con el que opera es de 1,4 T, y el radio es de 0,5 m. ¿Cada cuánto tiempo tenemos que alternar el voltaje entre las des si no consideramos efectos relativistas? ¿Cuál es la máxima energía en MeV que podría alcanzarse en este ciclotrón?

El tiempo pedido es el período de semirevolución, que calculamos:

$$t = \frac{1}{2} T_{p^+} = \frac{1}{2} \frac{2\pi m_{p^+}}{q_{p^+} \cdot B} = \frac{\pi 1,673 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,4} = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

y la energía cinética máxima:

$$E_{c \text{ max}} = \frac{q_{p^+}^2 \cdot B^2 \cdot r^2}{2m_{p^+}} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 1,4^2 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27}} = 3,75 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 3,75 \cdot 10^{-12} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 23437500 \text{ eV} =$$

23,44 MeV.

③⑦ Un espectrógrafo de masas utiliza un selector de velocidades consistente en dos placas paralelas separadas 5 mm, entre las que se aplica una diferencia de potencial de 250 V. El campo magnético cruzado en la región de las placas vale 0,5 T. Calcula:

a) La velocidad de los iones que entran en el espectrógrafo.

b) La distancia entre los picos del registro correspondientes al $^{232}\text{Th}^+$ y al $^{228}\text{Th}^+$ si el campo magnético con el que opera el espectrógrafo en su interior es de 1 T.

a) $v = \frac{E}{B} = \frac{\Delta V / d}{B} = \frac{250 / 5 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 100000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) Masa del isótopo $^{232}\text{Th}^+$: $232 \text{ uma} = 232 \text{ uma} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{6,023 \cdot 10^{26} \text{ uma}} = \frac{232}{6,023 \cdot 10^{26}} \text{ kg}$

Masa del isótopo $^{228}\text{Th}^+$: $228 \text{ uma} = 228 \text{ uma} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{6,023 \cdot 10^{26} \text{ uma}} = \frac{228}{6,023 \cdot 10^{26}} \text{ kg}$

La distancia pedida será la diferencia entre los diámetros de las circunferencias que describen:

$$d = 2R_{^{232}\text{Th}^+} - 2R_{^{228}\text{Th}^+} = 2 \cdot \frac{m_{^{232}\text{Th}^+} \cdot v}{qB} - 2 \cdot \frac{m_{^{228}\text{Th}^+} \cdot v}{qB} = \frac{2v}{qB} (m_{^{232}\text{Th}^+} - m_{^{228}\text{Th}^+}) = \frac{2 \cdot 100000}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1} \left(\frac{232}{6,023 \cdot 10^{26}} - \frac{228}{6,023 \cdot 10^{26}} \right) =$$

$$= 0,0083 \text{ m} = 8,3 \text{ cm}.$$

③① Un ión positivo de carga +1 tiene una masa de $3,3 \cdot 10^{-25}$ kg. Si se acelera a través de una diferencia de potencial de 300 V para después entrar en dirección perpendicular a un campo magnético de 0,7 T, ¿cuál será el radio de la trayectoria que describirá? ¿Cuál sería el radio si hubiese entrado en el campo formando un ángulo de 60° con él?

$$\Delta E_p = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta V \cdot q = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta V \cdot q}{m}} \text{ que sustituimos en la fórmula del radio:}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{qB} = \frac{m \cdot \sqrt{\frac{2\Delta V \cdot q}{m}}}{qB} = \frac{\sqrt{2\Delta V \cdot m}}{B} = \frac{\sqrt{2 \cdot 300 \cdot 3,3 \cdot 10^{-26}}}{0,7} = 0,0159 \text{ m}$$

$$r_2 = \frac{m \cdot v}{qB \cdot \text{sen}60^\circ} = \frac{r}{\text{sen}60^\circ} = \frac{0,0159 \text{ m}}{\text{sen}60^\circ} = 0,018 \text{ m}$$

③② Una bobina rectangular formada por 30 espiras de 10 cm x 8 cm conduce una corriente de 1,5 A. Se introduce dicha bobina en un campo magnético uniforme de 0,8 T, de modo que la normal al plano de la bobina forma 60° con las líneas del campo.

- a) ¿Cuál es el valor del momento magnético de la bobina?
- b) ¿Cuánto vale el momento del par de fuerzas que actúa sobre la bobina?

a) $\vec{m} = N \cdot \vec{I} \cdot \vec{S} = 30 \cdot 1,5 \cdot (0,1 \cdot 0,08) = 0,36 \text{ A} \cdot \text{m}^2$

b) $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = m \cdot B \cdot \text{sen}60^\circ = 0,36 \cdot 0,8 \cdot \text{sen}60^\circ = 0,249 \text{ N} \cdot \text{m}$

④① Por dos conductores rectilíneos y paralelos circula una corriente de intensidad 1 con el mismo sentido. Si la separación entre ambos es d, calcula el valor del campo magnético en un punto P exterior situado a una distancia d/2 de uno de ellos.

$$\begin{cases} B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \left(d + \frac{d}{2}\right)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{3d}{2}} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} \\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \end{cases}$$

El módulo del campo resultante será la suma de los dos módulos ya que llevan la misma dirección y sentido:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} + \frac{\mu_0 I}{\pi d} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \left(\frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4\mu_0 I}{3\pi d}$$

④① Por un conductor rectilíneo largo circula una corriente de 30 A. Un electrón pasa con una velocidad de $2 \cdot 10^7$ m/s a 2 cm del alambre. Indica qué fuerza actúa sobre él si:

- a) Se mueve hacia el conductor en dirección perpendicular a este.
- b) Se mueve paralelamente al conductor.
- c) Se mueve en dirección perpendicular a las dos direcciones anteriores.

$I = 30$ A, $v = 2 \cdot 10^7$ m/s, $d = 2$ cm = 0,02 m

Hallamos el valor del campo magnético producido por el alambre en ese punto:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0,02} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

a)

Ahora hallamos la fuerza ejercida por el campo magnético sobre el electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = -2 \cdot 10^7 \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}}$, perpendicularmente hacia el conductor:

$$\vec{F} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(-2 \cdot 10^7 \vec{j} \times (-3 \cdot 10^{-4} \vec{i}) \right) =$$

$$= 9,6 \cdot 10^{-16} \left(\vec{j} \times \vec{i} \right) = -9,6 \cdot 10^{-16} \vec{k} \text{ N, ya que}$$

$$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

b)

$$\vec{F} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(2 \cdot 10^7 \vec{k} \times (-3 \cdot 10^{-4} \vec{i}) \right) =$$

$$= -9,6 \cdot 10^{-16} \left(\vec{k} \times \vec{i} \right) = 9,6 \cdot 10^{-16} \vec{j} \text{ N, ya que}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

c)

Como los vectores velocidad y campo llevan la misma dirección pero sentido contrario su producto vectorial es nulo $\vec{v} \times \vec{B} = 0$ y por tanto también es nula la fuerza

④② Una espira rectangular de 10 cm x 5 cm se sitúa paralela a un conductor rectilíneo de gran longitud a una distancia de 2 cm, como se indica en la figura. Si la corriente que circula por el conductor es de 15 A, y la que circula por la espira en el sentido indicado es de 10 A, ¿cuál es la fuerza neta que obra sobre la espira?

Las fuerzas F_2 y F_4 son iguales y de sentido contrario, se anulan, luego la resultante será la diferencia entre F_1 y F_3 , que como son de sentido contrario y $F_1 > F_3$ (por estar más cerca), la resultante será atractiva.

Hallamos primero los campos magnéticos producidos por el conductor (de intensidad I_1) en los puntos de aplicación de F_1 y F_3 :

$$\begin{cases} B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d_1} \\ B_3 = \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d_3} \end{cases}$$

y ahora el módulo de la fuerza resultante:

$$F = F_1 - F_2 = I_2 \cdot L \cdot B_1 - I_2 \cdot L \cdot B_3 = I_2 \cdot L \cdot (B_1 - B_3) = I_2 \cdot L \cdot \left(\frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d_1} - \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi d_3} \right) = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2 \pi} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_3} \right) = \frac{10A \cdot 0,1m \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15A}{2\pi} \left(\frac{1}{0,02} - \frac{1}{0,07} \right) = 1,07 \cdot 10^{-4} N.$$

④③ Una corriente de 30 A recorre un hilo rectilíneo de gran longitud. Una corriente de 10 A circula por un rectángulo, ABCD, cuyos lados BC y AD son paralelos al conductor rectilíneo. Calcula la fuerza ejercida sobre cada lado del rectángulo por el campo magnético creado por el conductor.

Datos: distancia del conductor al lado AD = 10 cm; al lado BC = 20 cm; longitud de AD = 20 cm.

Las fuerzas sobre los lados AD y BC son constantes pues la distancia es constante y por tanto lo será el campo producido por la corriente I_1 , hallamos primero esos campos:

$$\begin{cases} B_{AD} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_{AD}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0,1} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ T} \\ B_{BC} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_{BC}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0,2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T} \end{cases}$$

y ahora hallamos los módulos de las fuerzas:

$$F_1 = F_{AD} = I_2 \cdot L_{AD} \cdot B_{AD} = 10 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 6 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_3 = F_{BC} = I_2 \cdot L_{BC} \cdot B_{BC} = 10 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Las fuerzas sobre los lados AB y DC ya hemos dicho en el ejercicio anterior que son iguales y de sentido contrario, para hallar su módulo tenemos que tener en cuenta que ahora el campo debido a l conductor es variable a medida que varia la distancia al conductor, luego tenemos que resolver una integral:

$$F_2 = F_{AB} = F_4 = F_{DC} = I_2 \int_{0,1}^{0,2} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi L} dL = \frac{I_1 I_2 \cdot \mu_0}{2\pi} \int_{0,1}^{0,2} \frac{dL}{L} = \frac{I_1 I_2 \cdot \mu_0}{2\pi} \ln(L) \Big|_{0,1}^{0,2} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{0,2}{0,1} = 4,16 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

④④ ¿Cuántas espiras circulares estrechamente arrolladas deberá tener una bobina de 12,56 mm de radio por la que circula una intensidad de 0,25 A, para que el campo magnético en su centro valga 10^{-4} T?

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \Leftrightarrow N = \frac{B \cdot 2R}{\mu_0 I} = \frac{10^{-4} \text{ T} \cdot 2 \cdot 0,01256 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,25 \text{ A}} = 7,99 \approx 8 \text{ espiras.}$$