MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE.

Formulario.

$$\begin{cases} y : \text{elongación. Separación del cuerpo de la posición de equilibrio. m.} \\ A : \text{amplitud o elongación máxima. m.} \\ \omega : \text{frecuencia angular. nº de periodos comprendidos en } 2.\pi \text{ s. rad/s.} \\ \varphi_0 : \text{fase inicial. Estado de vibración inicial. rad.} \\ \omega.t + \varphi_0 : \text{fase. Estado de vibración. rad.} \\ T : \text{periodo. Tiempo que tarda en realizar una oscilación completa. s.} \\ N \text{ o } f \text{ o } \nu : \text{frecuencia. nº de oscilaciones por s. Hz o r.p.s.} \\ k : \text{constante del muelle. N/m.} \\ l : \text{longitud del péndulo.} \end{cases}$$

- $y(t) = A.\text{sen}(\omega.t + \varphi_0)$
- $v(t) = A.\omega.\cos(\omega.t + \varphi_0)$. $v_{máx.} = A.\omega$
- $a(t) = -A.\omega^2.\text{sen}(\omega.t + \varphi_0)$. a: aceleración m/s^2. $a_{máx} = A.\omega^2$.
- $a(t) = -\omega^2 y$. En el M.A.S. la aceleración es en todo momento proporcional a la elonganión.

- $\left.\begin{matrix} \omega = 2.\pi.N \\ \omega = 2.\pi/T \end{matrix}\right\} N = \dfrac{1}{T}$
- $E_{mecánica} = \dfrac{1}{2}.k.A^2$
- $E_{potencial} = \dfrac{1}{2}.k.x^2$
- $E_{cinética} = \dfrac{1}{2}.m.v^2 = \dfrac{1}{2}.k.(A^2 - x^2)$
- $k = m.\omega^2$
- $T_{péndulo} = 2.\pi.\sqrt{\dfrac{l}{g}}$
- $T_{muelle} = 2.\pi.\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ v : velocidad m/s.

1. Un m.v.a.s. tiene la siguiente ecuación del movimiento: y(t) = 3·sen(πt – π/2). Calcular:

a. La amplitud.
b. La pulsación.
c. La fase inicial.
d. La fase.
e. El periodo.
f. La frecuencia.
g. La ecuación de la velocidad.
h. La ecuación de la aceleración.
i. La velocidad cuando la posición es 1,5 m.
j. Dos primeros instantes en que la velocidad es nula.
k. Dos primeros instantes en que la velocidad es 5 m/s.
l. Velocidad y aceleración máximas.
m. La ecuación qué relaciona la posición con la velocidad.

Comparando $y(t) = 3\cdot sen(\pi t - \pi/2)$ con $y(t) = A.sen(\omega.t + \varphi_0)$

a. 3 m.

b. π rad/s.

c. – π/2 rad.

d. (πt – π/2) rad.

e. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ s.

f. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ Hz.

g. $v(t) = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2)$

h. $a(t) = 3\pi^2\cdot sen(\pi t - \pi/2) = \pi^2\cdot y$

i. $1{,}5 = 3\cdot sen(\pi t - \pi/2) \rightarrow sen(\pi t - \pi/2) = 0{,}5 \rightarrow (\pi t - \pi/2) = \pi/6$ rad.

$v(t) = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2) = v(t) = 3\pi\cdot\cos(\pi/6) = 8{,}16$ m/s.

j. $v(t) = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow 0 = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow \cos(\pi t - \pi/2) = 0 \rightarrow$

$\pi t - \pi/2 = \pi/2 \rightarrow t = 1$ s. Para t = 1 s. el móvil tiene velocidad nula, situación que se repite siempre que la elongación es máxima, es decir, cada medio período. Si el período es de dos segundos será cada segundo. t = 0, t = 1 s. , t = 2 s. …

k. $v(t) = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow 5 = 3\pi\cdot\cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow \cos(\pi t - \pi/2) = 5/3\pi$ $\rightarrow \pi t - \pi/2 = 1{,}012$ rad $\rightarrow t = 0.82$ s. No sabemos cada cuanto tiempo el móvil adquiere la velocidad de 5 m/s. No lo podemos hacer, pues, como el apartado anterior, hecho por un método físico. Los siguientes tiempos los calcularemos por métodos matemáticos.

$\pi t - \pi/2 = 2\pi - 1{,}012 \rightarrow t = 2{,}18$ s.

l. $v_{máx.} = A\cdot\omega = 3\pi$ m/s. y $a_{máx} = A\cdot\omega^2 = 3\pi^2$ m/s².

m.

$$\begin{cases} y(t) = A.\,sen(\omega.t + \varphi_0) \\ v(t) = A.\,\omega.\cos(\omega.t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (y(t))^2 = A^2.\,sen^2(\omega.t + \varphi_0) \\ (v(t))^2 = A^2.\,\omega^2.\cos^2(\omega.t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} sen^2(\omega.t + \varphi_0) = \frac{(y(t))^2}{A^2} \\ \cos^2(\omega.t + \varphi_0) = \frac{(v(t))^2}{A^2.\,\omega^2} \end{cases} \rightarrow \overbrace{sen^2(\omega.t + \varphi_0) + \cos^2(\omega.t + \varphi_0)}^{1} = \frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2.\,\omega^2}$$

$$\frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2.\,\omega^2} = 1 \rightarrow \omega^2\cdot(y(t))^2 + (v(t))^2 = A^2.\,\omega^2$$

Podemos utilizar esta fórmula para resolver el apartado i.

$\pi^2\cdot 1{,}5^2 + (v(t))^2 = 9\cdot\pi^2 \rightarrow (v(t))^2 = 6{,}75\cdot\pi^2 \rightarrow v(t) = 8{,}16$ m.

2. Un móvil que se mueve con movimiento vibratorio armónico simple de amplitud 2 m. realiza 4 oscilaciones en 2 s.

a. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil

b. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil sabiendo que en el instante inicial su velocidad es 0 y su elongación positiva.

a. No tenemos datos para hallar φ_0, supondremos que vale 0.

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0{,}5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \ {}^{\text{rad}}/_{\text{s.}} \end{cases} \rightarrow y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t)$$

b. Sí tenemos datos para hallar φ_0 pues, tengo simultáneamente un instante y una posición o velocidad. Velocidad 0 y elongación positiva significa que $y = A$, $y = 2$

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0{,}5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \ {}^{\text{rad}}/_{\text{s.}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t) \\ 2 = 2 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases} \rightarrow$$

$$y(t) = 2 \cdot \text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

3. ¿Qué distancia recorre un móvil con movimiento vibratorio armónico simple durante un periodo?

Cuatro amplitudes.

4. ¿Cuál es la ecuación del movimiento de una partícula con movimiento vibratorio armónico simple, que durante un periodo recorre 6 m. y tiene una velocidad máxima de 3π rad/s., sabiendo que, en el instante inicial su velocidad es 1 m/s.?

Si durante un periodo recorre 6 m. es que la amplitud es 1,5 m.

$$\begin{cases} A = 1{,}5 \text{ m.} \\ v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega = 3\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}. \rightarrow \omega = \frac{v_{\text{máx.}}}{A} = 2\pi \ {}^{\text{rad}}/_{\text{s.}} \\ \left.\begin{array}{l} v(t) = 1{,}5 \cdot 2\pi \cdot \cos(2\pi t + \varphi_0) \\ 1 = 1{,}5 \cdot 2\pi \cdot \cos(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = 1.46 \text{ rad} \end{array}\right\} \end{cases} \rightarrow y(t) = 1{,}5 \cdot \text{sen}(2\pi t + 1{,}46)$$

5. U.I.B. 2017. Una partícula de masa m = 25,0 g realiza un movimiento armónico simple para el cual se satisface la relación a = −16x, donde x indica la elongación de la partícula en metros y a su aceleración en m/s^2. Sabiendo que la amplitud es de 8,0 m, calcular:

a. La frecuencia y el valor máximo de la velocidad.

b. La energía mecánica total de esta partícula mientras describe este movimiento.

a. $a = -16x = -\omega^2 x \rightarrow \omega = 4$ rad/s.$\rightarrow f = \omega/2\pi = 0{,}64$ Hz.
$V_{\text{máx.}} = A\cdot\omega = 32$ m/s.

b. La v es máxima si $x = 0 \rightarrow E_{\text{mec.}} = ½\, kx^2 + ½\, mv^2 = 0 + ½\, mv_{\text{máx.}}^2 = 12{,}8$ J

6. U.I.B. 2017. Una partícula de masa 2,0 kg efectúa un movimiento armónico simple de amplitud 1,0 cm. La elongación y la velocidad de la partícula en el instante inicial valen 0,5 cm i 1,0 cm/s, respectivamente.

a. Determinar la fase inicial y la frecuencia de este movimiento.

b. Calcular la energía total del movimiento, así como la energía cinética y la energía potencial en el instante t = 1,4 s.

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \rightarrow 0{,}005 = 0{,}01 \cdot \text{sen}\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{rad.}$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow 0{,}01 = 0{,}01 \cdot \omega \cdot \cos\frac{\pi}{6} \rightarrow \omega = 1'15 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}18 \text{ Hz.}$$

b.
$k = \omega^2 m = 2{,}30\ \mathrm{N/m}$

$E_{mec.} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\omega^2 mA^2 = 1{,}32 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{J}.$

$E_{pot.} = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}\omega^2 mA^2 \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0) = 9{,}46 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{J}.$

$E_{cin.} = E_{mec.} - E_{pot.} = 3{,}88 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{J}.$

---

7. U.I.B. 2016. Un cuerpo de 7,0 g describe un movimiento armónico simple de amplitud 10,0 cm. y frecuencia 3,0 Hz. Sin considerar otras fuerzas que las elásticas, ¿para qué valor de la elongación se igualan las energías potencial i cinética de este cuerpo?

$$\begin{cases} E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \\ E_c = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (A - x)^2 \end{cases} \rightarrow E_p = E_c \rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (A - x)^2 \rightarrow x = 7{,}1\ \mathrm{cm}.$$

---

8. Un móvil animado de movimiento armónico simple tiene una aceleración de 5 m/s² cuando su elongación es de 5 cm. Calcular:

a.- Periodo de dicho movimiento.

b.- La ecuación de dicho movimiento vibratorio si sabemos que en un periodo la partícula recorre 40 cm.

a. $a = -\omega^2 \cdot y \rightarrow 5 = \omega^2 \cdot 0{,}05 \rightarrow \omega = 10$ rad/s. $\rightarrow T = 2\pi/\omega = 0{,}63$ s.

b. Si en un periodo la partícula recorre 40 cm. es porque la amplitud es 10 cm. $y = 0{,}1 \cdot \mathrm{sen}\ (10t)$

---

9. Un M.V.A.S. tiene una amplitud de 50 cm y un periodo de 8 s. Si en el instante inicial nos encontramos con una elongación máxima y positiva. Calcular:

a. Velocidad i aceleración máxima de este movimiento.

b. La ecuación del movimiento.

a) $v_{máx.} = A \cdot \omega = \cdot A\frac{2\pi}{T} = 0{,}39$ m/s.

b) $y = 0{,}5 \cdot \mathrm{sen}(\pi/4 \cdot t + \varphi_0) \rightarrow 0{,}5 = 0{,}5 \cdot \mathrm{sen}(0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \pi/2$ rad.

$y = 0{,}5 \cdot \mathrm{sen}(\pi/4 \cdot t + \pi/2)$

---

10. Escribe la ecuación del m. v. a. s. en los casos siguientes.

a. Sabiendo que $v_{máx}$= 2·π m/s. y la frecuencia = 2 Hz.

b. Sabiendo que para y = 2 m. la a = – π²/2 m/s². Y que A = 2 m. Y que en el instante inicial la elongación es 1 m.

$$\begin{cases} f = 2\ \mathrm{Hz} \rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 4\pi \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}. \\ v_{máx.} = A \cdot \omega \rightarrow A = 0{,}5\ \mathrm{m}. \end{cases} \rightarrow y = 0{,}5 \cdot \mathrm{sen}(4 \cdot \pi \cdot t)$$

Al no tener datos para calcular φ_0, suponemos que vale 0.

$$\begin{cases} a = -\omega^2 \cdot y \rightarrow \frac{-\pi^2}{2} = -\omega^2 \cdot 2 \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}. \\ A = 2\ \mathrm{m}. \end{cases} \rightarrow y = 2 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right)$$

$$y = 2 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right) \rightarrow 1 = 2 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0 + \varphi_0\right) \rightarrow \mathrm{sen}(\varphi_0) = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}\ \mathrm{rad}.$$

$$y = 2 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

11. Un muelle se alarga 6,5 cm. cuando se usa para colgar una esfera de 260 g. El centro de la esfera queda a 15 cm. del suelo. La esfera se mueve 3 cm. hacia abajo y se deja oscilar.

a. Escribe la ecuación que da la distancia entre el centro de la esfera y el suelo en función del tiempo.

b. Calcula la velocidad y la aceleración máximas de la esfera.

c. ¿Cuál es la longitud del péndulo simple de periodo igual a 7 veces el de oscilación de la esfera?

a.

$$F = k \cdot \Delta x \rightarrow k = \frac{mg}{\Delta x} = 39{,}2\ ^{N}/_{m.} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12{,}3\ ^{rad}/_{s}$$

$$\left.\begin{array}{r} y = 0{,}03 \cdot \mathrm{sen}(12{,}3.t + \varphi_0) \\ \mathrm{Si}\ t = 0 \rightarrow y = -0{,}03 \end{array}\right\} -0{,}03 = 0{,}03 \cdot \mathrm{sen}\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}\mathrm{rad.}$$

$$y = 0{,}03 \cdot \mathrm{sen}\left(12{,}3.t - \frac{\pi}{2}\right). \text{Desde el suelo} \rightarrow y = 0{,}15 + 0{,}03 \cdot \mathrm{sen}\left(12{,}3.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

b. $v_{máx.} = A \cdot \omega = 0{,}37$ m/s. y $a_{máx.} = A \cdot \omega^2 = 4{,}52$ m/s^2

c.

$$\left.\begin{array}{l} T_{muelle} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T_{péndulo} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \end{array}\right\} \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}} = 7 \cdot \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \frac{l}{g} = 49\frac{m}{k} \rightarrow l = \frac{49 \cdot g \cdot m}{k} = 3{,}185\ \mathrm{m.}$$

12. U.I.B. 2014. Un péndulo hecho con una masa de medida despreciable duplica su periodo cuándo la longitud del hilo se alarga 60 cm.

a. ¿Cuál es la longitud inicial del péndulo?

b. Supón que la longitud del péndulo es de 155 cm. La masa se separa 0.5 cm. de la vertical, con el hilo estirado. Al soltar la masa, ésta se moverá sobre un arco pequeño, se podrá despreciar la diferencia entre el arco y la línea horizontal. Escribe la ecuación del movimiento armónico. Que da la distancia entre la masa y la vertical.

c. ¿Cuánto tiempo pasará desde que se suelta la masa del apartado anterior hasta que llega a x = 0,25 cm. por primera vez?

a. $T_{péndulo} = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\cancel{2.\pi.}\sqrt{\frac{L+0{,}6}{g}} = 2 \cdot \cancel{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot L}{g}} \rightarrow \frac{L+0{,}6}{g} = 4\frac{l}{g} \rightarrow L + 0{,}6 = 4L$$

L = 0,2 m.

b.

$$T_{péndulo} = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{1{,}55}{9{,}8}} = 2{,}5\ \mathrm{s.}$$

$$y = 0{,}005 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

φ_0 es $\pi/2$ pues el movimiento se inicia en un punto de y máxima.

c.

$$0{,}0025 = 0{,}005 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathrm{sen}\left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5 \rightarrow \left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \rightarrow$$

$t = \frac{-5}{12}$, resultado no posible.

Si $\frac{\pi}{6}$ es el resultado de la ecuación $\mathrm{sen}\left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5$, tambien lo es $\pi - \frac{\pi}{6}$.

$$\left(\frac{4}{5}\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow t = \frac{5}{12}\ \mathrm{s.}$$

13. U.I.B. 2014 (2). Una masa de 0,25 g. se cuelga de un muelle y este se estira 5 cm. por su peso.

a. ¿Cuál será la frecuencia de oscilación vertical de la masa?

b. Escribe la ecuación que da la altura de la masa respecto de la posición de equilibrio en función del tiempo. Supón que la elongación es 1,5 cm. a t = 0.

a. $F = K\cdot\Delta L \rightarrow 0{,}25\cdot10^{-3}\cdot9{,}8 = K\cdot0{,}05 \rightarrow K = 0{,}049$ N/m.

$K = m\cdot\omega^2 \rightarrow K = m\cdot(2\cdot\pi\cdot f)^2 \rightarrow f = 2{,}23$ Hz.

b. $\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 14$ rad/s.

$y = 0{,}05\cdot \text{sen}(14t + \varphi_0)$; $0{,}015 = 0{,}05\cdot \text{sen}(\varphi_0)$; $\varphi_0 = 0{,}3$ rad.;

$y = 0{,}05\cdot \text{sen}(14t + 0{,}3)$

14. Una masa de 3 g. cuelga de un muelle de 0,15 cm. de longitud y constante recuperadora de 85,0 N/m. Si la dejamos oscilar verticalmente, ¿con qué frecuencia lo hará?

$K = m\cdot\omega^2 \rightarrow K = m\cdot(2\cdot\pi\cdot f)^2 \rightarrow 85 = 0{,}003\cdot(2\cdot\pi\cdot f)^2 \rightarrow f = 26{,}79$ Hz.

15. Señala cual será el desplazamiento de una partícula que se mueve efectuando un movimiento armónico simple al cabo de un periodo completo.

Recorre 4 veces la amplitud, pero el desplazamiento es cero pues la partícula se encuentra de nuevo en la misma posición.

16. Demostrar la siguiente afirmación: en un M.V.A.S. la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

$y = A.\text{sen}\ (\omega t + \varphi)$; $v = A.\omega.\cos\ (\omega t + \varphi)$; $a = -\ \underline{A}\omega^2.\underline{\text{sen}\ (\omega t + \varphi)}$; la parte subrayada es y, por tanto, $a = -\ \omega^2 y$ es decir, la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

17. a.- Definir o comentar brevemente para un M.V.A.S.: Amplitud, frecuencia, elongación y ley de Hooke.

b.- Calcula el periodo de oscilación de un péndulo de un metro de longitud en un lugar donde la aceleración de la gravedad es de 9'8 m/s².

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9'8}} = 2s.$$

18. Un cuerpo de 300 g. se mueve con M.V.A.S., siendo su frecuencia angular de 15 rad/s. Si la amplitud del movimiento es de 6 cm. Calcular:

a.- Constante elástica.

b.- Energía mecánica.

c.- Velocidad máxima de vibración.

d.- Aceleración en cualquier instante.

a.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 0'42s. T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 67'14N/m.$$

b.

$$Em = \frac{1}{2}kA^2 = 0'016J.$$

c.- $V_{máx} = a.\omega = 0'9$ m/s.

d.- $y = 0'06.\text{sen}\ (15t)$, $v = 0'9.\cos\ (15t)$, $a = -\ 13'5.\text{sen}\ (15t)$.

19. Demostrar la siguiente afirmación: en un M.V.A.S. la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

$y = A.\text{sen}\ (\omega t + \varphi)$; $v = A.\omega.\cos\ (\omega t + \varphi)$; $a = -\ \underline{A\omega^2.\text{sen}\ (\omega t + \varphi)}$; la parte subrayada es y, por tanto, $a = -\ \omega^2 y$ es decir, la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

20. Un M.V.A.S. tiene una amplitud de 50 cm y un periodo de 8 s. Si en el instante inicial nos encontramos con una elongación máxima y positiva. Calcular:

a.- Ecuación del movimiento.

b.- Desfase entre dos puntos cuyo intervalo de tiempo es de 6 s.

a) $y = 0{,}5\cdot\text{sen}(\pi/4\cdot t + \varphi_0) \rightarrow 0{,}5 = 0{,}5\cdot\text{sen}(0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \pi/2$ rad.

$y = 0{,}5\cdot\text{sen}(\pi/4\cdot t + \pi/2)$

b)

$$\frac{T}{2\pi} = \frac{t_2 - t_1}{\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{(t_2 - t_1)2\pi}{T} = \frac{6\cdot 2\cdot \pi}{8} = \frac{3}{2}\pi \text{ rad.}$$

21. ¿Cuál es el periodo de un péndulo simple sí vale un segundo menos que el periodo del péndulo simple de longitud doble?

$$T_{\text{péndulo}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow 2.\pi.\sqrt{\frac{l}{g}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}} - 1 \rightarrow 4\pi^2\frac{l}{g} = 4\pi^2\frac{l}{g} - 4\pi\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}} + 1 \rightarrow$$

$$4\pi\sqrt{\frac{2\cdot l}{g}} = 1 \rightarrow 16\pi^2\frac{2\cdot l}{g} = 1 \rightarrow l = \frac{g}{32\pi^2} = 0{,}031 \text{ m.} = 3{,}1 \text{ cm.}$$

22. Un niño y una niña juegan a balancear una pelota colgada, de un hilo, de una rama. La pelota tarda 1,2 s. en completar una oscilación. ¿Cuánto tiempo tardaría si el hilo fuera 28 cm. más largo?

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow 1{,}2 = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{9{,}8}} \rightarrow L = 0{,}36 \text{ m.}$$

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} = 2.\pi.\sqrt{\frac{0{,}36 + 0{,}28}{9{,}8}} = 1{,}6 \text{ s.}$$

23. a. El periodo de un péndulo simple es de 2,2 segundos. La longitud del péndulo se modifica y el nuevo período vale 2,06 s. ¿Se ha alargado o acortado el péndulo? ¿cuántos centímetros?

b. Qué masa deberíamos ligar a un muelle de 20 N/m. para que oscile con un periodo de 2,2 s. como el péndulo simple anterior.

c. Al muelle del apartado anterior se le liga una masa de 3 Kg. Escribe la expresión queda la velocidad en función del tiempo si la amplitud del movimiento es 2 cm. y es máxima a t = 1 s.

a.

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow 2{,}2 = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{9{,}8}} \rightarrow L = 1{,}2 \text{ m.}$$

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow 2{,}06 = 2.\pi.\sqrt{\frac{L}{9{,}8}} \rightarrow L = 1{,}05 \text{ m.}$$

Se ha acortado $1{,}2 - 1{,}05 = 0{,}15$ m.

b.

$$K = m \cdot \omega^2 = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow m = K \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 2{,}45\ \mathrm{Kg}.$$

c.

$$K = m \cdot \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 2{,}58\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)\,;\, v = \overbrace{0.02 \cdot 2{,}58}^{v_{\text{máxima}}} \cdot \cos(2{,}58t + \varphi_0);$$

$$0.02 \cdot 2{,}58 = 0.02 \cdot 2{,}58 \cdot \cos(2{,}58 + \varphi_0); \cos(2{,}58 + \varphi_0) = 1; \varphi_0 = -2{,}58\ \mathrm{rad}.$$

$$v = 0.02 \cdot 2{,}58 \cdot \cos(2{,}58t - 2{,}58)$$