

## LENTE DELGADAS.

De las expresiones  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_1 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  y  $\frac{1}{f'} = (n_1 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  obtenemos para lentes delgadas la expresión  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

$s$  es la distancia del objeto a la lente. La tomamos siempre negativa  
 $s'$  es la distancia de la imagen a la lente  $\left\{ \begin{array}{l} \text{si es } - \text{ la imagen es virtual} \\ \text{si es } + \text{ la imagen es real} \end{array} \right.$   
 $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$   
 $\left\{ \begin{array}{l} f' \text{ y } f \text{ son las distancias focales. } f = -f' \\ \text{Lentes divergentes } \rightarrow f' < 0 \\ \text{Lentes convergentes } \rightarrow f' > 0 \end{array} \right.$

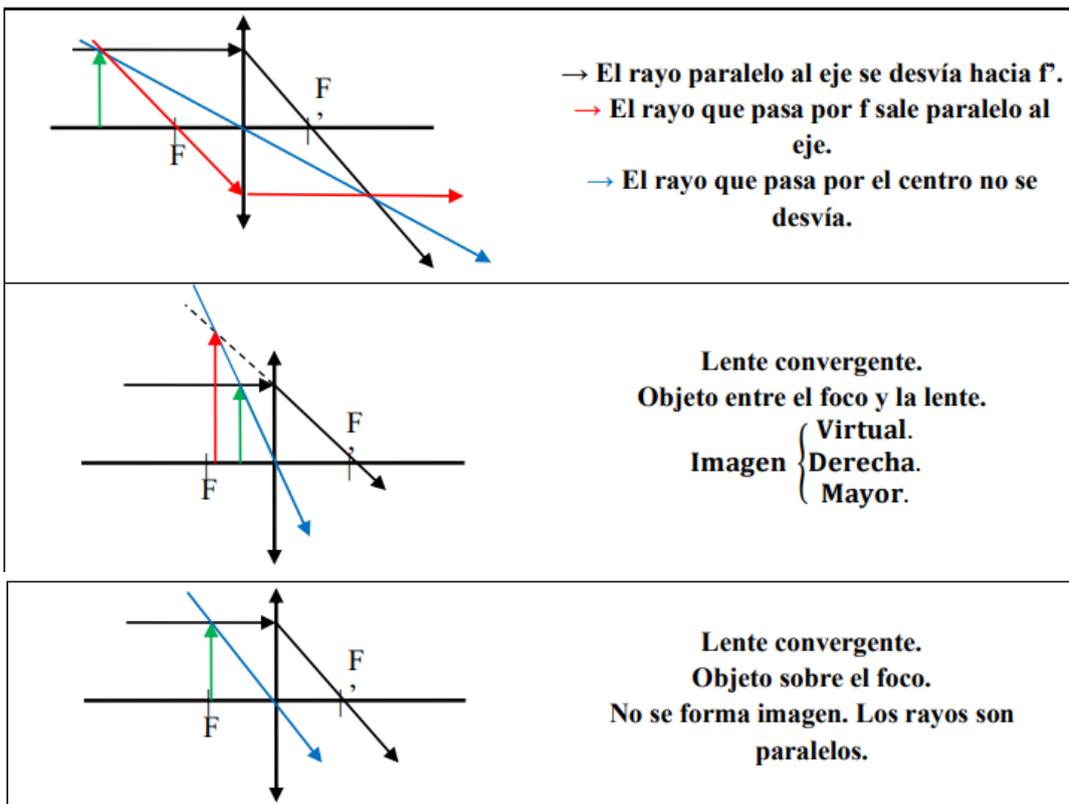
$y$  es el tamaño del objeto. Lo tomamos positivo.

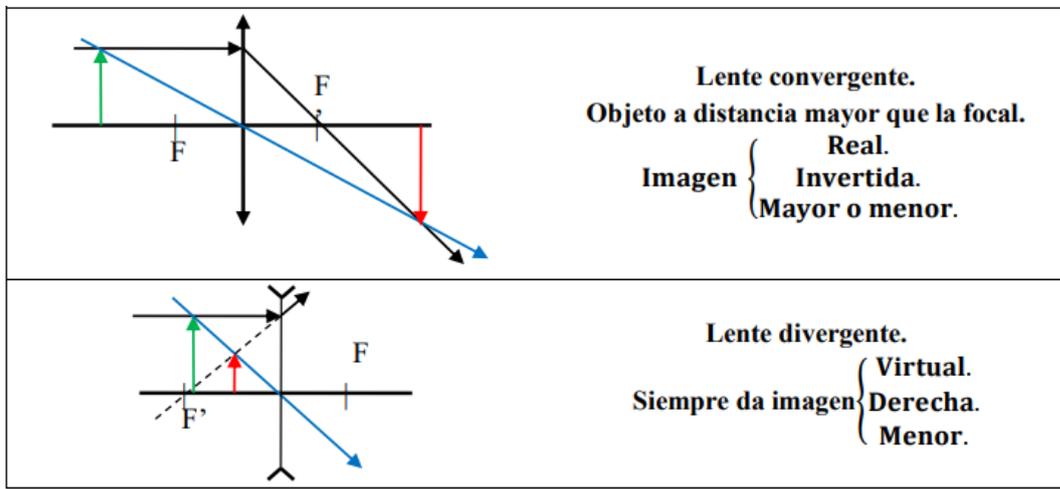
$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$   
 $y'$  es el tamaño de la imagen  $\left\{ \begin{array}{l} y' > 0 \rightarrow \text{imagen derecha} \\ y' < 0 \rightarrow \text{imagen invertida} \end{array} \right.$   
 $\beta$  es el aumento lateral  $\left\{ \begin{array}{l} |\beta| > 1 \rightarrow \text{imagen mayor} \\ |\beta| < 1 \rightarrow \text{imagen menor} \\ \beta > 0 \rightarrow \text{imagen derecha} \\ \beta < 0 \rightarrow \text{imagen invertida} \end{array} \right.$

$P = \frac{1}{f'}$   $\{P$  es la potencia de la lente. Se mide en dioptrías ( $m^{-1}$ )

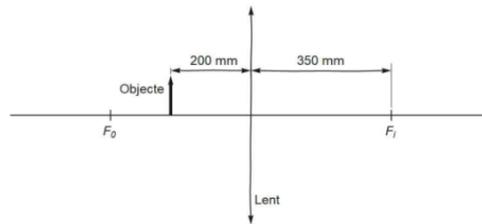
## Esquemas.

VER VIDEO <https://youtu.be/NJZXbPXnfEI>





26. Disponemos de una lente delgada de + 350 mm de distancia focal.

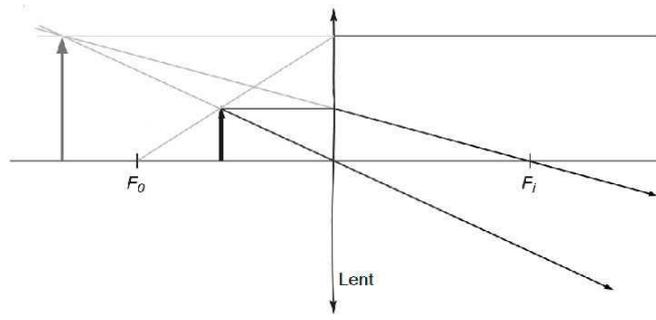


a. La figura representa la lente y un objeto a 200 mm de la lente. Copia la figura y dibuja los 3 rayos principales para determinar la imagen del objeto.

b. Calcula con la ecuación de Descartes la distancia entre la lente y la imagen de una flecha con el pie sobre el eje óptico a 400 mm a la izquierda de la lente. Indica explícitamente, si la imagen se forma a la izquierda o la derecha de la lente.

c. La imagen de una flecha de 5 mm de altura con el pie a 0,85 m de la lente es real y está a 595 mm de la lente. Calcula la altura de la imagen e indica si la imagen es derecha o invertida.

a.



b. La imagen se forma a 2,8 m a la derecha de la lente.

c. La imagen tiene una altura de - 3,5 mm. El hecho de que sea negativa, implica que la imagen es invertida.

27. a. Calcula la distancia focal de una lente delgada si la imagen de un objeto de 2 mm de altura creada por la lente es virtual, tiene 8 mm de altura y se forma a 18 cm de la lente. Escribe explícitamente si la lente es convergente o divergente.

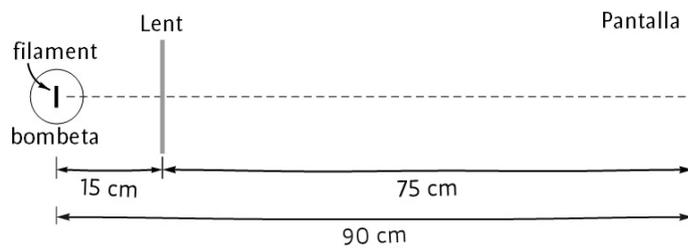
b. Un objeto de 3 cm de altura está situado con el pie sobre el eje óptico a 7 cm de una lente delgada de más 35 mm de distancia focal determina la imagen del objeto con el trazado de los 3 rayos principales.

VER VÍDEO <https://youtu.be/TdAQVyw2wg0>

a. 60 mm. La lente es convergente.

28. El filamento de una bombilla encendida se proyecta sobre una pantalla usando una lente delgada. Las distancias del filamento y de la pantalla a la lente son 15 cm y 75 cm respectivamente. Ver figura.

- Calcula la distancia focal de la lente usada.
- La imagen del filamento sobre la pantalla tiene una longitud de 2,5 cm. Calcula la longitud del filamento de la bombilla.
- El filamento y la pantalla se mantienen separados 90 cm. La lente se mueve hacia la pantalla hasta que el filamento vuelve a estar enfocados sobre la pantalla. Calcula a ¿qué distancia de la pantalla ha quedado la lente?



VER VÍDEO <https://youtu.be/-Kdeq-rjXbc>

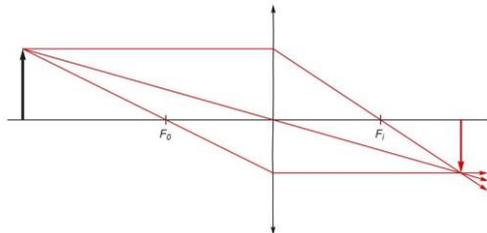
- $f = 12,5$  cm.
- $y = 0,5$  cm.
- A 15 cm de la pantalla.

29. a. La imagen de un objeto de 3 mm de altura creada por una lente delgada es virtual, tiene 10 mm de altura y se forma a 14 cm de la lente. Calcula la distancia focal de la lente. Escribe explícitamente si la lente es convergente o divergente.

b. Traza los 3 rayos principales que determinan la imagen de un objeto de 4 cm. de altura situado sobre el eje óptico a 7 cm de una lente delgada de 30 mm de distancia focal.

VER VÍDEO <https://youtu.be/J3BoTCJ4wdQ>

- $f = 6$  cm.  $> 0$  lente convergente.
- 



30. Un objeto vertical de 2 mm de altura se encuentra situado 15 cm a la izquierda de una lente convergente de 40 dioptrías. Calcule:

- La posición y tamaño de la imagen que forma la lente.
- La posición de una segunda lente convergente de 6 cm de distancia focal, situada a la derecha de la primera lente, para que el sistema óptico genere una imagen en el infinito.

VER VÍDEO <https://youtu.be/cocsZHPAhrQ>

- $s' = 3$  cm y  $y' = -0,4$  mm.
- Distancia entre lentes 9 cm.

31. Una ventana de 40 cm de anchura y 60 cm de altura se encuentra a 3 m de una pared. Se obtiene la imagen de la ventana enfocada sobre la pared con una lente delgada situada a 30 cm de la pared y 2,7 m de la ventana. Calcula:

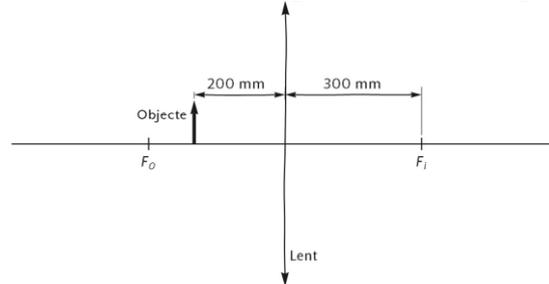
- La distancia focal de la lente usada.
- El tamaño de la imagen, altura de la ventana
- El área de la imagen de la ventana.

VER VÍDEO <https://youtu.be/JPazvQ543Lg>

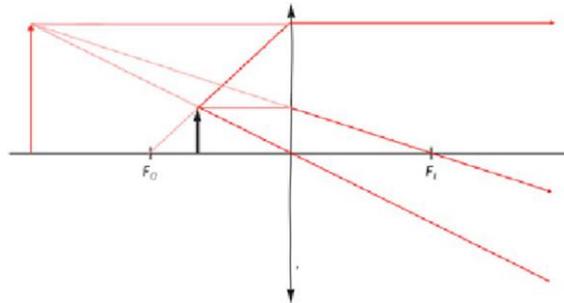
- a.  $f' = 0,27$  m.
- b.  $y' = 6,67$  cm.
- c.  $A = 29,63$  cm<sup>2</sup>.

32. La figura representa un objeto delante de una lente delgada.

- a. Copia la figura y dibuja los 3 rayos principales para determinar la imagen de la flecha.
- b. Usa la ecuación de Descartes para calcular la distancia entre la lente y la imagen de una flecha con el pie sobre el eje óptico a 400 mm a la izquierda de la lente. Indica explícitamente si la imagen se forma a la izquierda o derecha de la lente.
- c. Una flecha de 1,2 cm de altura está a 0,42 m de la lente. La imagen de la flecha es real y se forma a 1,05 m de la lente. Calcula la altura de la imagen e indica si la imagen es derecha o invertida.



VER VÍDEO <https://youtu.be/JMqcdFt4vHs>



- b.  $s' = 1200$  mm imagen real.
- c.  $y' = -3$  cm imagen invertida.

33. La imagen de una ventana cuadrada de  $0,48$  m<sup>2</sup> se proyecta sobre una pantalla con una lente delgada colocada a 1,5 metros de la ventana. La imagen es real, invertida y de  $0,03$  m<sup>2</sup>.

- a. Justifica, con esta información, de manera breve y si usar el resultado del apartado siguiente, si la lente es convergente o divergente.
- b. Calcula la distancia focal de la lente usada para formar la imagen.

VER VIDEO <https://youtu.be/tpGjPpYNvos>

a. Si la imagen es real la lente es convergente, pues las lentes divergentes solo dan imágenes virtuales.

b.

$$s = -1,5$$

$$\left\{ \frac{s'}{s} = \frac{-\sqrt{0,03}}{\sqrt{0,48}} = -0,25 \rightarrow \frac{s'}{-1,5} = -0,25; s' = 0,375 \text{ m.}; \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; f' = 0,3 \text{ m.} \right.$$

34. a. Haz un esquema con los 3 rayos principales que determinan la imagen de una flecha con el pie sobre el eje óptico a 3 centímetros de una lente de distancia focal + 50 mm.

b. Calcula a qué distancia de la lente convergente se ha de poner la flecha para que la imagen sea virtual y 3 veces más alta?

VER VIDEO <https://youtu.be/hV7YL-LGP7g>

a.



- El rayo paralelo al eje se desvía hacia  $f'$ .
- El rayo que pasa por  $f$  sale paralelo al eje.
- El rayo que pasa por el centro no se desvía.

b.

$$s = ? \text{ cm.}$$

$$f' = 5 \text{ cm.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 3 \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{5}; \frac{1-3}{3s} = \frac{1}{5}; 3s = -10 \rightarrow s = \frac{-10}{3} \text{ cm.}$$

35. Una vela a 80 cm de una lente delgada, se enfoca sobre una pantalla a 120 cm de la lente.

a. Calcula la altura de la imagen de la vela si la misma tiene 2,1 cm de altura. ¿Cómo es la imagen?

b. ¿Cuál es la distancia focal de la lente usada?

VER VIDEO <https://youtu.be/MU4JGcgouk>

a.

$$s = -80, \left. \begin{array}{l} y' \\ s' = 120 \end{array} \right\} \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{y \cdot s'}{s} = \frac{2,1 \cdot 120}{-80} = -3,15 \text{ cm.}$$

El signo negativo de  $y'$  implica que la imagen es invertida y, por tanto, real.

b.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{s \cdot s'}{s - s'} = \frac{-80 \cdot 120}{-80 - 120} = 48 \text{ cm.}$$

36. Se tiene una lente de + 300 mm de longitud focal.

a. ¿Qué lente adicional se necesita para hacer un telescopio de Galileo de aumento angular 3?

b. Dibuja un esquema con la disposición de las dos lentes anteriores para el telescopio.

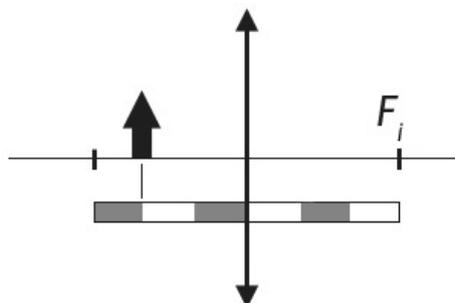
$$\text{Aumento} = - \frac{\text{Distancia focal objetivo}}{\text{Distancia focal ocular}} \rightarrow DF_{\text{ocular}} = \frac{-300}{3} = -100 \text{ mm.}$$

37. Una lente delgada de +60 mm de distancia focal se usa como lupa para mirar una hormiga.

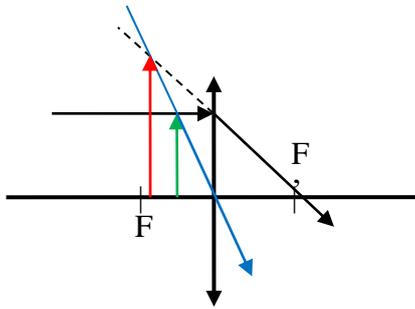
a. Calcula a que distancia de la hormiga se ha de situar la lente para que la imagen virtual se forme a 25 cm. de la lente.

b. Copia la lente y la flecha en el papel de examen con una escala semejante y haz un diagrama con dos rayos principales para determinar la imagen de la flecha.

VER VIDEO <https://youtu.be/AVjdQ9YHATQ>



$$s' = -25 \text{ cm. (pues es virtual)} \left. \vphantom{s'} \right\} \begin{array}{l} f' = 6 \text{ cm} \\ \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \rightarrow s = -\frac{150}{31} \text{ cm.}$$



**Lente convergente.**  
**Objeto entre el foco y la lente.**  
**Imagen** { **Virtual.**  
**Derecha.**  
**Mayor.**

**38. Una lente de distancia focal +12 cm se usa para enfocar el filamento encendido de una bombilla sobre una pantalla situada a 21 cm de la lente en un montaje como el de la figura.**

**a. ¿A qué distancia del filamento se encuentra la lente cuando el filamento está enfocado sobre la pantalla?**

**b. Si la longitud transversal del filamento es de 1.2 cm, ¿qué longitud tiene su imagen?**

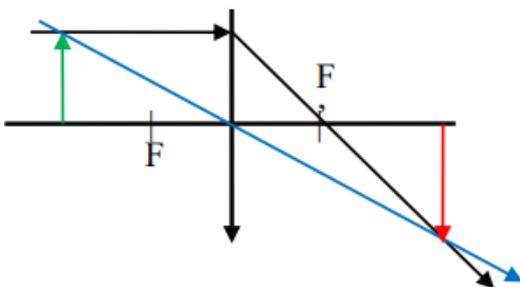
**c. La imagen del filamento es real o virtual? ¿Está derecha o invertida?**

**VER VIDEO** <https://youtu.be/l0FEgpozvPg>



$$s' = 21 \text{ cm. (pues es real)} \left. \vphantom{s'} \right\} \begin{array}{l} f' = 12 \text{ cm.} \\ \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \rightarrow s = -28 \text{ cm.}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = -0,9 \text{ cm.}$$



**Lente convergente.**  
**Objeto a distancia mayor que la focal.**  
**Imagen** { **Real.**  
**Invertida.**  
**Mayor o menor.**

**39. Una lente convergente forma una imagen de tamaño doble que un objeto real. Si la imagen queda 60 cm más allá de la lente, calcula:**

**a. La distancia del objeto a la lente.**

**b. La distancia focal de la lente.**

**VER VIDEO** [https://youtu.be/dBgHZj\\_PBL0](https://youtu.be/dBgHZj_PBL0)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Al formarse la} \\ \text{imagen mas alla} \\ \text{de la lente es} \\ \text{real e invertida.} \\ \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -2 \\ s' = 60 \text{ cm.} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{s'}{s} = -2 \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{60}{s} = -2 \\ \frac{1}{60} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \right\} \begin{cases} s = -30 \text{ cm.} \\ f' = 20 \text{ cm.} \end{cases}$$

**40. Considera una lente convergente de 10 cm de distancia focal y 2 objetos situados a 15 y 5 centímetros respectivamente de la lente. Para ambos objetos:**

- Determinar la distancia imagen y decir si la imagen es real o virtual.
- Determinar el aumento lateral y decir si la imagen es derecha o invertida.
- Explica en cada caso donde debemos colocar el ojo para observar bien la imagen directamente.

VER VIDEO <https://youtu.be/opFj5j1bR9w>

a.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{10} \rightarrow s' = 30 \text{ cm.} \rightarrow \text{imagen real.} \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{-5} = \frac{1}{10} \rightarrow s' = -10 \text{ cm.} \rightarrow \text{imagen virtual.} \end{array} \right.$$

b.

$$\beta(\text{aumento lateral}) = \frac{s'}{s} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{30}{-15} = -2 \rightarrow \text{Mayor e invertida.} \\ \beta = \frac{-10}{-5} = 2 \rightarrow \text{Mayor y derecha.} \end{array} \right.$$

c. La imagen se debe de producir más allá del punto próximo del ojo que se considera a 25 cm. del mismo por tanto en el primer caso debemos de situar el ojo a 55 cm. de la lente y en el segundo a 15 cm. de la lente. Así la imagen se sitúa a 25 cm. del ojo.

**41. Queremos utilizar una lente convergente como lupa con una distancia focal de 12 cm para observar una moneda de 1,8 cm de diámetro. Determina la posición, naturaleza y tamaño de la imagen si:**

- la moneda está a 10 cm de la lente.
- La moneda está a 14 cm de la lente.
- El ojo está relajado cuando mira objetos lejanos. ¿A qué distancia de la lente deberíamos de poner la moneda para observarla con el ojo relajado? ¿Cuál sería el aumento angular?

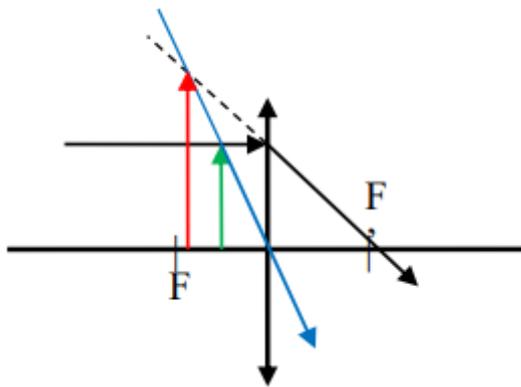
VER VIDEO <https://youtu.be/mUC8FhfWXDQ>

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{12} \rightarrow s' = -60 \text{ cm.} \rightarrow \text{imagen virtual, derecha y mayor.} \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{-14} = \frac{1}{12} \rightarrow s' = 84 \text{ cm.} \rightarrow \text{imagen real, mayor e invertida.} \end{array} \right.$$

Deberíamos de situar la lente a una distancia de la moneda igual a la distancia focal, a 12 cm. Así los rayos llegarían paralelos al ojo. El aumento lateral será  $\alpha = 25/f = 2,1$  cm.

**42. ¿Qué es una imagen virtual? ¿Se pueden formar imágenes virtuales con una lente convergente? si es que sí, da un ejemplo; si es que no, demuéstralo. Para explicarlo ayúdate de un diagrama de rayos.**

La imagen es VIRTUAL cuando ésta se forma por la intersección en un punto de las prolongaciones de los rayos divergentes formados. Sí, si se sitúa el objeto entre el foco y la lente.

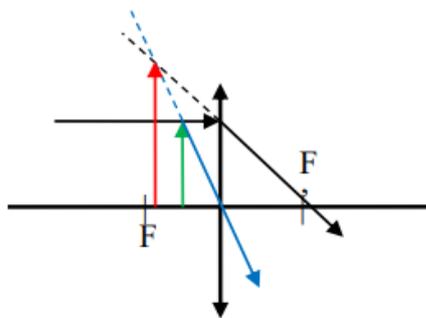


**Lente convergente.**  
**Objeto entre el foco y la lente.**

Imagen { **Virtual.**  
**Derecha.**  
**Mayor.**

**43. Explica con la ayuda de un diagrama de rayos que es una imagen virtual y da un ejemplo en que un objeto real forme imagen virtual.**

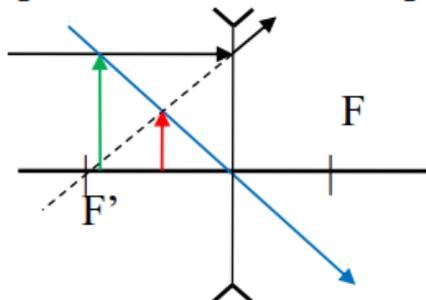
La imagen virtual es aquella que se forma por la prolongación de los rayos y no por estos mismos. Puede ser vista situando el ojo en el trayecto de los rayos. Con lentes convergentes sí se pueden formar imágenes virtuales, como indica el gráfico.



Lente convergente.  
 Objeto entre el foco y la lente.

Imagen { **Virtual.**  
**Derecha.**  
**Mayor.**

Igualmente, con lentes divergentes.



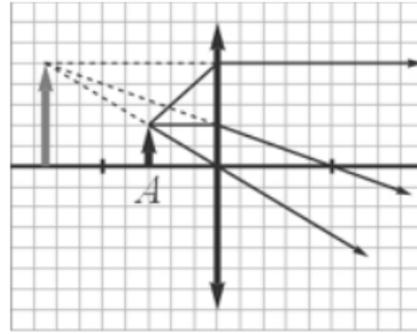
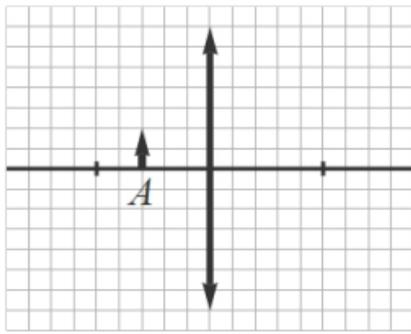
Lente divergente.

Siempre da imagen { **Virtual.**  
**Derecha.**  
**Menor.**

**44. Se quiere construir una lente convergente de 5 dioptrías y sección simétrica, los radios de las caras son iguales en valor absoluto. ¿Cuál ha de ser el radio de las caras si la lente se fabrica con un vidrio de índice de refracción 1,68? Dibuja la sección de la lente.**

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{2}{R} \rightarrow R = 0,27 \text{ m.}$$

**45. En la figura, el esquema representa una lente delgada y un objeto A. Dibuja la lente y el objeto en el papel de examen y traza la trayectoria de los 3 rayos principales para determinar la posición y medida de la imagen. Se valorará la precisión y claridad del trazado.**



46. Al situar un objeto delante de una lente convergente de 50 mm de distancia focal se observa que su imagen se forma también delante de la lente y separada 45 milímetros del objeto. ¿Cuál es el aumento transversal de la imagen?

VER VÍDEO <https://youtu.be/hDts8cMU44s>

$$\left\{ \begin{array}{l} s - 45 = s' \\ \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{s - 45} - \frac{1}{s} = \frac{1}{50} \rightarrow s = -30 \text{ mm.} \rightarrow s' = -75 \text{ mm.}$$

$$\beta = \frac{-75}{-30} = 2,5$$

47. Al situar un objeto 40 mm por delante de una lente convergente se observa que su imagen se forma también delante de la lente, y su tamaño es 3 veces mayor que el objeto. ¿A qué distancia de la lente debería colocarse el objeto para que la imagen fuera 3 veces mayor pero invertida?

VER VÍDEO <https://youtu.be/B8HfaXHJGN8>

$$\left\{ \begin{array}{l} s = -40 \text{ mm.} \\ y' = 3 \cdot y \end{array} \right. \rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 3 \rightarrow s' = 3s = -120 \text{ mm.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{-120} - \frac{1}{-40} = \frac{1}{f'} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{60} \rightarrow f' = 60 \text{ mm.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f' = 60 \text{ mm.} \\ y' = -3 \cdot y \end{array} \right. \rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 3 \rightarrow s' = -3s$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{-3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{60} \end{array} \right. \rightarrow s = -80 \text{ mm.}$$

48. A 100 mm de una lente convergente de distancia focal 40 mm hay una flecha perpendicular al eje óptico de la lente. Determina gráficamente la imagen de la flecha con los 3 rayos principales. Comprueba que la posición de la imagen obtenida es coherente con la posición calculada mediante la ecuación de Descartes. ¿A qué distancia de la lente está la imagen?

VER VÍDEO <https://youtu.be/YMUr3spa-aA>

66,67 cm.

49. A 42 mm de una lente convergente de distancia focal 60 mm hay una mina de lápiz de 2,4 mm perpendicular al eje óptico de la lente. Determina gráficamente la imagen mediante los 3 rayos principales. Comprueba que la posición y el tamaño de la imagen obtenida es coherente con la posición calculada mediante la ecuación de Descartes y el tamaño calculado con el aumento transversal. ¿Cuál es el tamaño de la imagen?

VER VÍDEO <https://youtu.be/Of7YcNnSq5g>

$$s' = -140 \text{ mm.}$$

$$y' = 8 \text{ mm.}$$

50. La separación entre las lentes objetivo y ocular en un telescopio de Galileo es de 250 mm. Si la distancia focal del ocular es de -50 mm. ¿Cuál es el aumento del telescopio?

VER VÍDEO <https://youtu.be/3DaQsc1wQqo>

$$\text{Aumento} = 6$$

## 4. ESPEJOS ESFÉRICOS.

$s$  es la distancia del objeto al espejo. La tomamos siempre negativa.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f'}$$

$s'$  es la distancia de la imagen al espejo {  $s' > 0$  si es + la imagen es virtual  
 $s' < 0$  si es - la imagen es real

$R$  es el radio del espejo

$f'$  son las distancias focales.  $f = f'$  { Espejos concavos  $\rightarrow f' < 0$   
 Espejos convexos  $\rightarrow f' > 0$

$h$  es el tamaño del objeto. Lo tomamos positivo.

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s}{s'}$$

$y'$  es el tamaño de la imagen {  $y' > 0 \rightarrow$  imagen derecha  
 $y' < 0 \rightarrow$  imagen invertida  
 $|\beta| > 1 \rightarrow$  imagen mayor  
 $|\beta| < 1 \rightarrow$  imagen menor

$\beta$  es el aumento lateral {  $\beta > 0 \rightarrow$  imagen derecha  
 $\beta < 0 \rightarrow$  imagen invertida

## Esquemas.