

## Trigonometría

- 1) Resolver un triángulo del que se conocen:  $a = 4$ ,  $c = 10$  y  $A = 20^\circ$ . (2,5 puntos)
- 2) Demostrar que  $2 \operatorname{tg} x \cos^2 \frac{x}{2} - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$  (2 puntos)
- 3) Resolver la ecuación:  $3 \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0$  (2,5 puntos)
- 4) Empleando las fórmulas que relacionan las distintas razones trigonométricas entre sí, y sin usar calculadora, hallar las restantes razones de  $\alpha$ , sabiendo que  $\operatorname{tg} \alpha = -5/3$ ,  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Después, decir el valor de  $\alpha$  con ayuda de la calculadora. (2 puntos)
- 5) Sin usar la calculadora, decir el valor de: a)  $\operatorname{tg} 1920^\circ$ ; b)  $\operatorname{sen} (-765^\circ)$ . (1 punto)

## SOLUCIONES

1) Resolver un triángulo del que se conocen:  $a = 4$ ,  $c = 10$  y  $A = 20^\circ$ . (2,5 puntos)

Por el T. de los senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow \operatorname{sen} C = \frac{c \operatorname{sen} A}{a} = \frac{10 \operatorname{sen} 20}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 58,76^\circ \text{ ó } C = 180^\circ - 58,76^\circ = 121,23^\circ.$$

- Si  $C = 58,76^\circ \Rightarrow B = 180^\circ - A - C = 101,23^\circ$ . Y además:

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B} = \sqrt{16 + 100 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cos 101,23^\circ} = 11,47$$

- Si  $C = 121,23^\circ \Rightarrow B = 180^\circ - A - C = 38,76^\circ$ . De modo que:

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B} = \sqrt{16 + 100 - 2 \cdot 4 \cdot 10 \cos 38,76^\circ} = 7,32$$

Demostrar que  $2 \operatorname{tg} x \cos^2 x - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$  (2 puntos)

$$2 \operatorname{tg} x \cos^2 x - \operatorname{sen} x = 2 \operatorname{tg} x \frac{1 + \cos x}{2} - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x (1 + \cos x) - \operatorname{sen} x =$$

$$= \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \cos x - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x + \frac{\operatorname{sen} x}{\frac{x}{2}} \cos x - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x + \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$$

2) Resolver la ecuación:  $3 \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0$  (2,5 puntos)

$$3(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow 3 - 3\cos^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow$$

$-2\cos^2 x + \cos x + 3 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$  que es una ecuación de segundo grado cuya incógnita es  $\cos x$ :

$$\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1-5}{4} = -1 \Rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k, \forall k \in \mathbb{Z} \\ \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ que no es posible} \end{cases}$$

3) Empleando las fórmulas que relacionan las distintas razones trigonométricas entre sí, y sin usar calculadora, hallar las restantes razones de  $\alpha$ , sabiendo que  $\operatorname{tg} \alpha = -5/3$ ,  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Después, decir el valor de  $\alpha$  con ayuda de la calculadora. (2 puntos)

$\alpha$  es del segundo cuadrante.  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{25}{9} = \frac{34}{9} \Rightarrow \boxed{\cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{34}}}$

$\operatorname{sen} \alpha = -\frac{5}{\sqrt{34}}$ . Por otra parte:  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = -\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} = \boxed{-\frac{5}{\sqrt{34}}}$ .

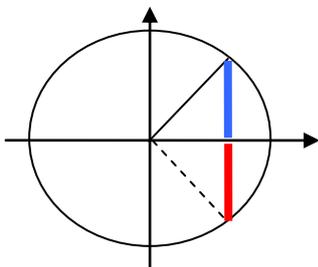
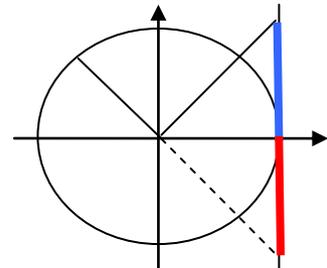
Por tanto:  $\boxed{\cotg \alpha = -\frac{3}{5}, \sec \alpha = -\frac{\sqrt{34}}{3}, \operatorname{cosec} \alpha = \frac{\sqrt{34}}{5}}$ .

Con la calculadora, usando que  $\operatorname{tg} \alpha = -5/3$ , obtenemos que  $\alpha = -59,03^\circ$ . Pero tratándose de un ángulo del segundo cuadrante, el verdadero valor es  $180^\circ - 59,03^\circ$ :  $\boxed{\alpha = 120,97^\circ}$ .

4) Sin usar la calculadora, decir el valor de: a)  $\operatorname{tg} 1920^\circ$ ; b)  $\operatorname{sen}(-765^\circ)$ . (1 punto)

Dividiendo 1920 entre 360 se obtiene 5 de cociente y 120 de resto. Es decir:  $1920^\circ = 360^\circ \cdot 5 + 120^\circ$ . Luego  $1920^\circ$  coincide, sobre la circunferencia, con  $120^\circ$ , después de dar 5 vueltas. Por tanto,  $\operatorname{tg} 1920^\circ = \operatorname{tg} 120^\circ$ .

Además  $\operatorname{tg} 1920^\circ = \operatorname{tg} 120^\circ = \operatorname{tg} (180 - 60) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}$



De la misma forma,  $765 = 360 \cdot 2 + 45^\circ \Rightarrow -765^\circ$  coincide con  $-45^\circ$ , después de dos vueltas en sentido negativo. Y además, por tratarse de un ángulo del 4º cuadrante:  $\operatorname{sen}(-$

$$765^\circ) = \operatorname{sen}(-45^\circ) = -\operatorname{sen}(45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$