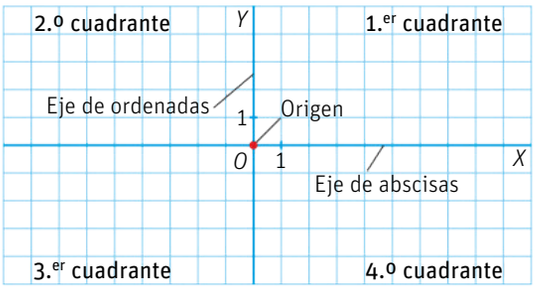
FUNCIONES

EL PLANO CARTESIANO. COORDENADAS



Coordenadas cartesianas de un punto: (x, y)

- x, representa la posición sobre el eje horizontal y se denomina **abscisa** del punto.
- y, representa la posición sobre el eje vertical y se denomina **ordenada** del punto.

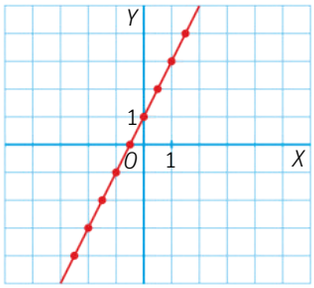
RELACIONES DADAS POR TABLAS, GRÁFICAS Y FÓRMULAS

La relación entre dos magnitudes se puede expresar de varias formas distintas.

Tabla

x	y
–3	–5
–2	–3
–1	–1
0	1
1	3
2	5

Gráfica



Fórmula

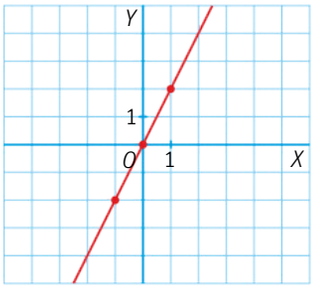
$y = 2x + 1$

FUNCIONES

- Una **función** $y = f(x)$ es una relación entre dos magnitudes, de forma que **a cada valor de la primera** le corresponde **un único valor de la segunda**.
- A partir de los valores de la primera magnitud (**variable independiente**), se obtienen los de la segunda (**variable dependiente**).
- Una función se puede expresar por medio de una **tabla**, una **gráfica** o una **fórmula**.

LA FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

- La gráfica de una **función de proporcionalidad directa** es una **recta que pasa por el origen** de coordenadas.
- Su **fórmula** es $y = m \cdot x$, siendo m la **razón** de proporcionalidad.
- A la razón m también se le llama **pendiente**.
- Cuanto mayor es el valor de m, mayor **inclinación** presenta la recta.

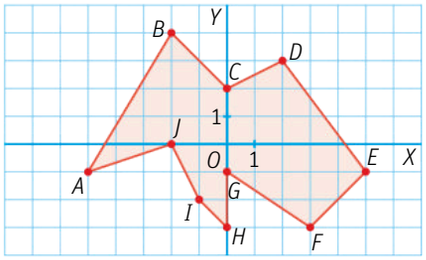


Actividades

ACTIVIDADES **PARA PRACTICAR**

El plano cartesiano. Coordenadas

42. Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.



ACTIVIDAD **RESUELTA**

43. Las coordenadas de los vértices de una figura son, en orden, las siguientes:

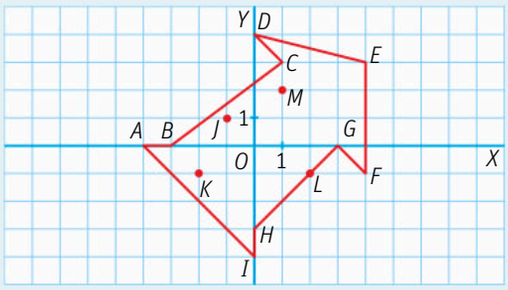
$A(-4, 0)$ $B(-3, 0)$ $C(1, 3)$

$D(0, 4)$ $E(4, 3)$ $F(4, -1)$

$G(3, 0)$ $H(0, -3)$, $I(0, -4)$

Representa la figura y encuentra las coordenadas de algún punto que esté dentro de la figura en cada cuadrante.

Se representan los puntos en los ejes de coordenadas y se unen siguiendo el orden indicado.



Los puntos $M(1, 2)$, $J(-1, 1)$, $K(-2, -1)$ y $L(2, -1)$ están dentro de la figura, en el primero, segundo, tercero y cuarto cuadrante, respectivamente.

44. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos.

$A(2, -5)$ $C(-5, -2)$ $E(1, 3)$

$B(-4, 3)$ $D(0, 5)$ $F(-4, 0)$

45. Indica, sin representarlos, en qué cuadrante están los siguientes puntos.

$A(3, -1)$ $C(-2, -2)$ $E(1{,}25; 1)$

$B(-4, 3)$ $D(-2{,}5; 0{,}5)$ $F(0, -3)$

46. Representa los puntos $A\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ y $B\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{6}\right)$.

Relaciones dadas por tablas, gráficas y fórmulas

47. En la siguiente tabla aparece la relación entre el número de chicles comprados y el precio pagado por ellos.

N.º de chicles	3	5	7	10	12
Precio (CENT)	15	25	35	50	60

a) Representa los puntos en el plano cartesiano.

b) ¿Tiene sentido unir los puntos?

48. La relación entre dos magnitudes se expresa mediante la fórmula $y = \frac{1}{2}x - 1$.

a) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

x	–4	–2	0	2	4
y	•	•	•	•	•

b) Representa los puntos en los ejes cartesianos.

49. Un coche circula a 100 kilómetros por hora (km/h). Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

Tiempo (horas)	0	1	•	•	8
Espacio recorrido (km)	•	•	200	500	•

¿Cuál es la fórmula que relaciona las dos variables?

ACTIVIDAD **RESUELTA**

50. Paco coge el autobús para ir al instituto. En la gráfica aparece la distancia a la que se encuentra del instituto durante su recorrido.

a) ¿A qué distancia del instituto está la parada en la que sube Paco?

b) ¿Cuánto tarda en llegar al instituto?

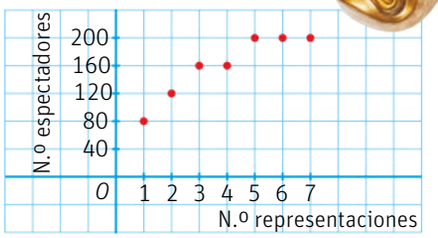
c) ¿Cuántas paradas hace el autobús?

a) La distancia aparece en el eje de ordenadas. La parada de Paco está a 5 km del instituto.

b) El tiempo aparece en el eje de abscisas. Paco llega al instituto a los 16 minutos, cuando la distancia al instituto es 0.

c) El autobús hace otras tres paradas de un minuto antes de llegar, en los minutos 2, 5 y 8. Son los tramos en los que la distancia no cambia, son horizontales.

51. En la gráfica se refleja el número de espectadores que tuvo una obra de teatro durante sus primeras representaciones.



a) ¿Cuántos espectadores tuvo la obra en su primera representación? ¿Y en la quinta?

b) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica?

c) ¿Dirías que la obra ha tenido éxito?

d) El número de espectadores no ha seguido subiendo. ¿Qué razón puede haber?

52. Representa la gráfica asociada a la siguiente tabla.

x	1	2	3	6	9	12
y	3	4	5	8	11	14

¿Cuál es la fórmula que relaciona las dos magnitudes?

Funciones

53. Explica si las siguientes relaciones dadas por tablas o gráficas son funciones.

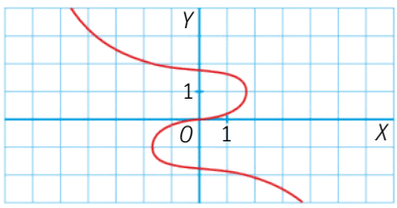
a)

x	–2	–1	0	1	2
y	3	4	28	–6	3

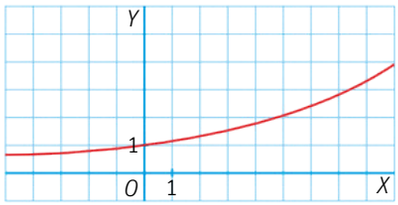
b)

x	0	1	2	1	3
y	3	4	28	–6	3

c)



d)



54. Una función asigna a cada valor su cubo.

a) Escribe su fórmula.

b) Halla los valores de la variable dependiente para $x = 0$, $x = 2$ y $x = -3$.

55. Una función asigna a cada valor de x el número 10.

a) Construye una tabla con cinco valores.

b) Escribe la fórmula de la función.

c) Representa la función.

6. Una función asigna a cada número entero el producto de dicho número por el siguiente.

$$f(1) = 1 \cdot 2 = 2$$

Calcula:

a) $f(2)$

b) $f(3)$

c) $f(5)$

d) $f(0)$

e) $f(-1)$

f) $f(-2)$

Funciones de proporcionalidad directa

56. Escribe las fórmulas de las funciones de proporcionalidad directa correspondientes a las siguientes razones de proporcionalidad.

Recuerda: las funciones de proporcionalidad directa son de la forma $y = m \cdot x$.

a) $m = 3$

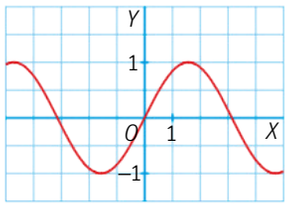
b) $m = -4$

c) $m = \frac{2}{3}$

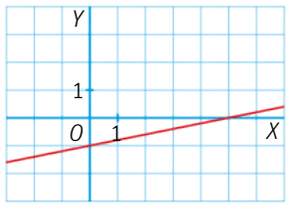
d) $m = -\frac{3}{4}$

57. ¿Cuáles de las siguientes gráficas no se corresponden con funciones de proporcionalidad directa? Razona tu respuesta.

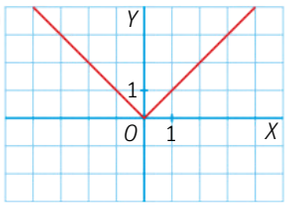
a)



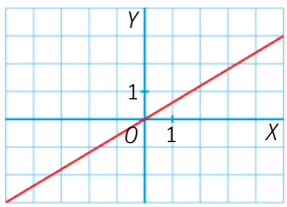
c)



b)



d)



58. La fórmula de una función de proporcionalidad directa es $y = \frac{1}{3}x$.

a) Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

x	–6	3	•	•	•
y	•	•	0	–1	2

b) Representa la función.

c) ¿Cuál es su pendiente?

59. Las siguientes tablas corresponden a funciones de proporcionalidad directa. Complétalas en tu cuaderno.

a)

x	12	–6	0	1	•
y	•	•	•	–1	2

b)

x	–4	0	2	•	•
y	•	•	1	6	8

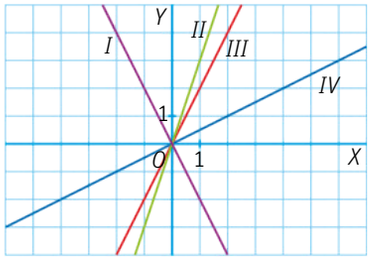
7. Asocia a cada una de las siguientes fórmulas su gráfica correspondiente.

a) $y = 2x$

b) $y = 3x$

c) $y = -2x$

d) $y = \frac{1}{2}x$



60. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = x$ b) $y = 5x$ c) $y = -x$ d) $y = \frac{1}{2}x$

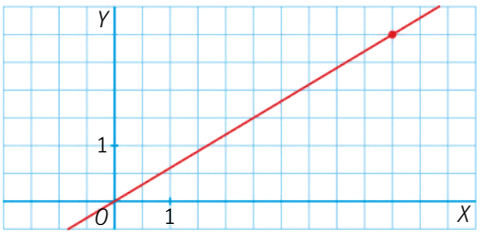
¿Cuál es su pendiente? Indícala en cada caso.

61. Halla la fórmula de cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) Su pendiente es –5.

b) Pasa por el punto $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$.

c) Su gráfica es la siguiente:



Ejercicios de síntesis

8. La función $y = -2x$, ¿pasa por los puntos $A(-2, 4)$ y $B(1, -2)$?

a) Representa su gráfica y comprueba tu respuesta.

b) ¿Es una función de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

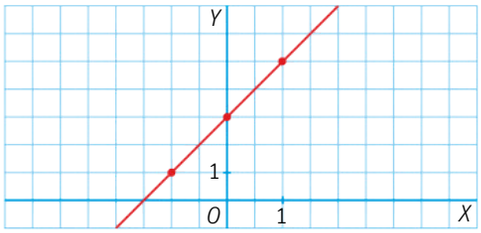
62. Los puntos $A(0, -1)$, $B(2, -4)$ y $C(8, 0)$ son vértices consecutivos de un rectángulo. Represéntalos y halla las coordenadas del cuarto vértice.

64. La gráfica de una función pasa por los puntos (2, 3), (10, 15) y (12, 18).

a) Representa los puntos.

b) ¿Pueden unirse formando una recta? ¿Pasa por el origen?

65. La siguiente gráfica representa la relación entre dos magnitudes.



a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los puntos marcados en la gráfica.

b) Construye la tabla de otra función, que asigne a cada valor de x tres unidades menos que la función anterior.

c) ¿De qué tipo es la función que has obtenido? Halla su fórmula.

PROBLEMAS **PARA RESOLVER**

PROBLEMA **RESUELTO**

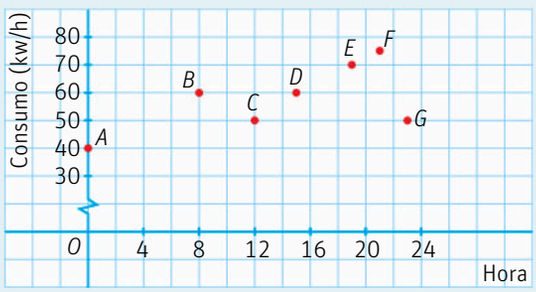
66. En la tabla siguiente se refleja el consumo de electricidad en casa de Roberto durante un día.

Hora	0	8	12	15	19	21	23
Consumo (kW/h)	40	60	50	60	70	75	50

a) Representa los valores en una gráfica.

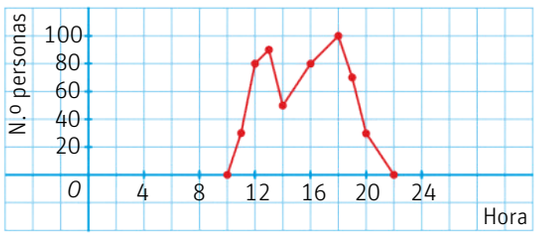
b) ¿Podemos estar seguros de la cantidad de energía consumida a las 10 de la mañana?

a)



b) No, porque no conocemos la fórmula de la función.

67. La gráfica muestra el número de personas en una piscina durante un día de verano.

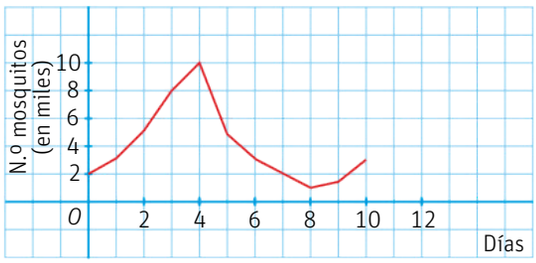


a) ¿Qué horario tiene la piscina?

b) ¿A qué hora había más gente?

c) ¿A qué hora salió más gente a comer fuera de la piscina?

68. La gráfica muestra la evolución del número de mosquitos en un pantano durante unos días.

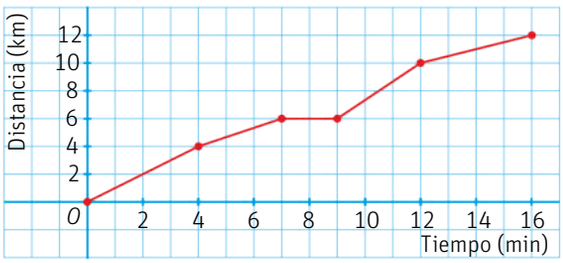


a) ¿Cuál era el número inicial de mosquitos?

b) En un determinado momento se libera un insecticida para eliminar esos mosquitos. ¿En qué momento?

c) ¿Ha conseguido el insecticida acabar con la plaga de mosquitos?

69. La siguiente gráfica representa la distancia que ha recorrido Gabriela con su tabla de *snow* en una estación de esquí.



a) ¿Cuánto tiempo dura su recorrido?

b) ¿Qué distancia ha recorrido en total?

c) ¿Ha hecho más kilómetros en la primera mitad del recorrido o en la segunda?

d) ¿Ha parado en alguna ocasión? ¿Durante cuánto tiempo?

9. Un agricultor con plantas de tomates consigue 2 kg de tomates por cada tomatera.

a) Completa la tabla en tu cuaderno.

Planta	1	2	3	4	5	6	7
Tomates (kg)	2	•	•	•	•	•	•

b) Representa la gráfica de la función.

c) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

d) Escribe la fórmula de la función.

e) ¿Cuántos kilogramos de tomates cosechará con 2000 plantas?

PROBLEMA **RESUELTO**

70. En una papelería venden bolígrafos en dos tipos de paquetes: de 3 bolígrafos, a 1,20 €, y de 10 bolígrafos, a 4 €. Queremos relacionar la cantidad de bolígrafos y su precio total.

a) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

b) Escribe la fórmula de la función. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

c) ¿Tiene sentido unir los puntos?

d) Construye una tabla y representa su gráfica.

a) Se escriben los datos en una tabla, para comprobar si las magnitudes son proporcionales.

Bolígrafos	3	10
Precio (€)	1,2	4

$$\Rightarrow \frac{1,2}{3} = \frac{4}{10} = 0,40$$

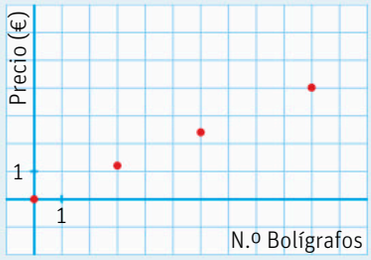
Las magnitudes son directamente proporcionales.

b) La fórmula es: $y = 0,40x$. La pendiente es 0,40, que es la razón de proporcionalidad.

c) No tiene sentido unir los puntos, porque x es el número de bolígrafos y tiene que ser un número natural, no puede tomar ningún valor intermedio.

d) Para construir la tabla sustituimos en la fórmula teniendo en cuenta que la x solo puede ser múltiplo de 3 o de 10 o de la suma de ambos.

x	y
0	0
3	1,2
6	2,4
10	4



71. José ha comprado en la frutería una sandía de 8 kg por 9,60 €. Su amiga Teresa ha comprado otra de 10 kg, por 12 €.

a) Calcula el precio que cada uno de ellos paga por cada kilogramo.

b) Halla la fórmula que relaciona el peso y el precio de la sandía.

c) Usa esa fórmula para calcular el precio de una sandía de 12 kg.

73. Julio está cocinando siguiendo las instrucciones de un libro de recetas. En el libro aparecen las siguientes indicaciones:

> **Instrucciones de cocción**
>
> *Precalienta el horno 15 minutos, hasta que alcance los 200º; introduce el pastel y baja la temperatura a 190º.*
>
> *Cocínalo durante 10 minutos, y después baja la temperatura 10º y termina de cocinar durante otros 15 minutos.*

Representa gráficamente la temperatura del horno, suponiendo que al principio estaba a temperatura ambiente (20 ºC).

10. José y Ana son dos hermanos mellizos. Su madre ha ido anotando desde su nacimiento su talla y peso.

JOSÉ

Mes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Peso (kg)	3	4	5	6	7	8	9	9	10	12
Talla (cm)	51	53	55	56	57	58	59	64	66	68

ANA

Mes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Peso (kg)	3	3	5	5	6	7	7	8	10	10
Talla (cm)	50	54	60	66	67	68	70	73	74	74

a) Representa en una gráfica el peso de los dos hermanos, y en otra gráfica, la talla. Utiliza un color para Ana y otro para José.

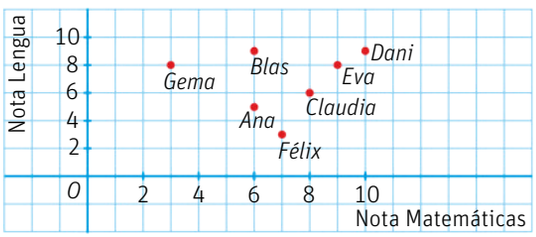
b) ¿Quién medía más al nacer? ¿Y al cabo de 3 meses?

c) ¿Quién pesó más al nacer? ¿Y al cabo de 6 meses?

d) ¿En algún momento Ana ha pesado más que José? ¿Y ha medido más?

e) ¿Qué hermano ha crecido más durante estos 9 meses? Justifica tu respuesta.

75. Varios alumnos de la clase han representado en unos ejes de coordenadas sus notas en Matemáticas y en Lengua, señalando su nombre junto al punto que los representa.



a) ¿Quién tiene mejor nota en Matemáticas? ¿Y en Lengua?

b) ¿Quién es mejor en Matemáticas, Ana o Blas? ¿Y en Lengua?

c) ¿Es la gráfica de una función? Razona la respuesta.

76. En un parque de atracciones hay diferentes tarifas en función de la edad.

Niños menores de 5 años	No pagan
Niños hasta los 12 años	6 €
Jóvenes, entre 13 y 18 años	20 €
Adultos, hasta 65 años	30 €
Mayores de 65 años	3 €

a) ¿Puede haber dos personas de distinta edad que paguen lo mismo?

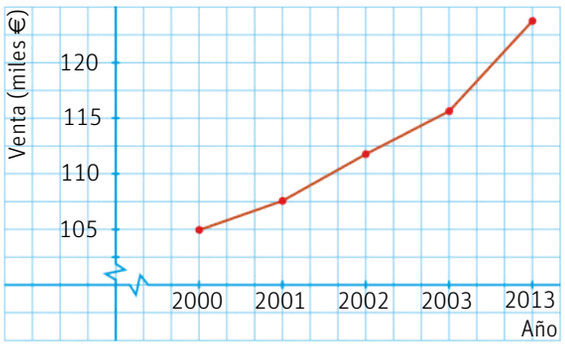
b) La familia de Arturo quiere entrar en el parque. Los miembros de la familia son: Arturo, que tiene 11 años; su hermana Alba, que tiene 4 años; sus padres, que tienen 35 y 38 años, y su abuelo, que tiene 66 años. ¿Cuánto tendrán que pagar en total?

c) ¿La relación entre la edad y el precio de la entrada es una función?

ACTIVIDADES **PARA PENSAR MÁS**

Encuentra el error

80. Manuel es el encargado de una empresa desde 2003. Sus jefes quieren valorar su trabajo, y le han pedido un informe. Manuel presenta el siguiente gráfico.



Manuel comenta el gráfico a sus jefes:

> "Como pueden ver, la empresa va estupendamente, y los beneficios han ido creciendo más rápidamente que en los años anteriores."

¿Es correcto su análisis? ¿Dónde está el error?