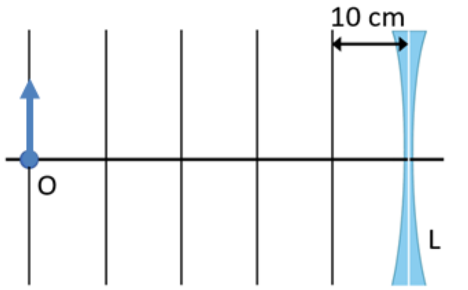
En la figura se muestra una lente, L, y la posición de un objeto, O. La imagen es virtual y se encuentra a $10\ \mathrm{cm}$ de la lente. Determina la distancia focal imagen de la lente, la potencia de la lente en dioptrías y el tamaño de la imagen si el objeto mide $5\ \mathrm{cm}$.



De la gráfica proporcionada vemos que la posición del objeto es:

$$s = -50\,\mathrm{cm}$$

Por otro lado, se nos dice que la imagen que se forma es virtual ($s'<0$) y se encuentra a 10 cm de la lente. Por ello se tiene que $s' = -10\,\mathrm{cm}$.

Con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \longrightarrow \frac{1}{-10} - \frac{1}{-50} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{f'} = \frac{-2}{25} \longrightarrow f' = -12'5\,\mathrm{cm} \quad (f'<0 \rightarrow \text{Lente Divergente})$$

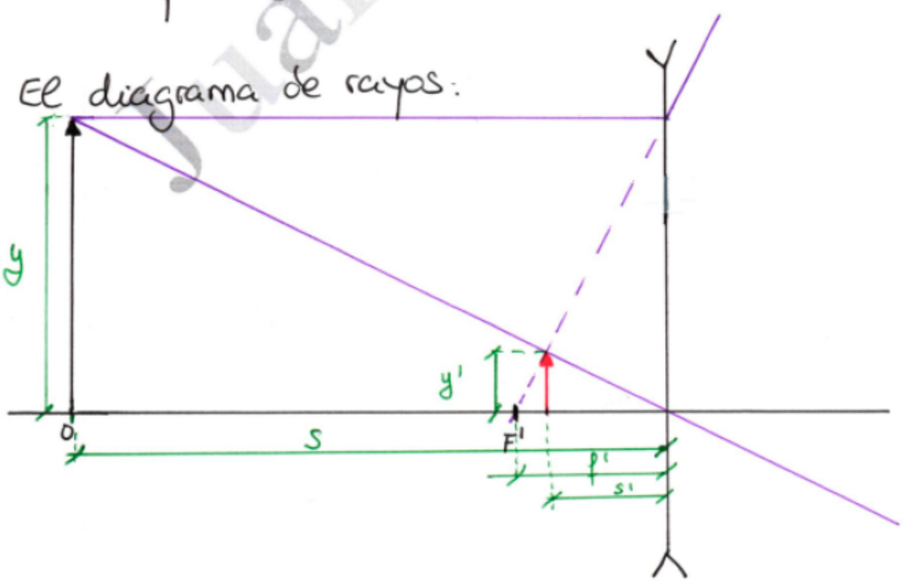
La potencia por tanto:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0'125} = -8\,D$$

Y con el aumento lateral:

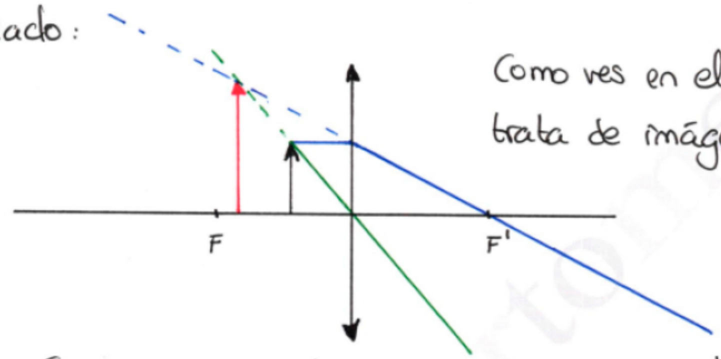
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \longrightarrow y' = \frac{s'}{s}\cdot y = \frac{-10}{-50}\cdot 5 = 1\,\mathrm{cm}$$

El diagrama de rayos:



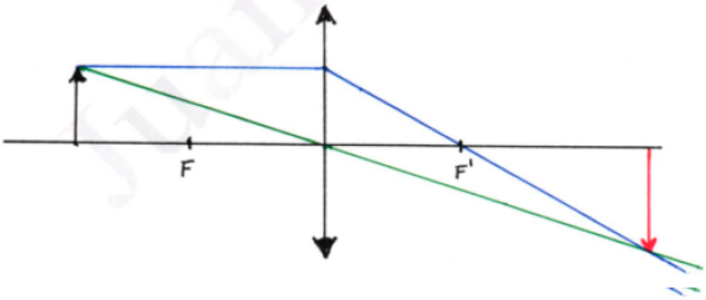
Demuestra que una lupa produce imágenes derechas de objetos reales si estos se encuentran entre la lupa y su foco objeto, ¿estas imágenes son reales o virtuales? ¿Dónde debería situarse un objeto real si se desea obtener una imagen invertida? ¿Qué ocurre si situamos el objeto justo en el foco objeto de la lupa? Para responder usa en cada caso un trazado de rayos.

Una lupa es una lente convergente ($f' > 0$) en la que colocamos el objeto entre la lente y su foco objeto F para obtener imágenes mayores según el trazado:

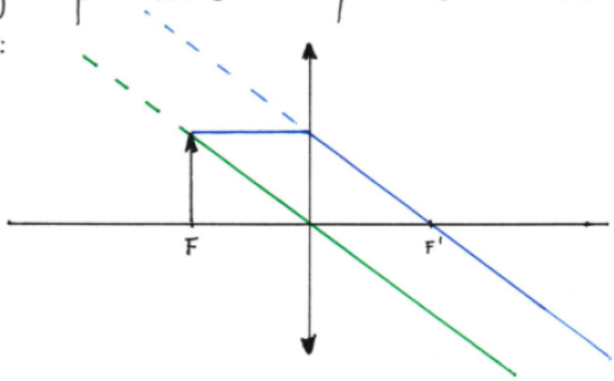


Como ves en el trazado, se trata de imágenes VIRTUALES

Si queremos obtener una imagen invertida, el objeto deberíamos situarlo por detrás del foco objeto F de la lente ($|s| > |f|$) según:



Por último, si situamos el objeto justo en el foco objeto ($s = f$) lo que sucederá es que no habrá imagen ya que los rayos refractados en la lente serán rayos paralelos. Lo puedes ver en el trazado de rayos:

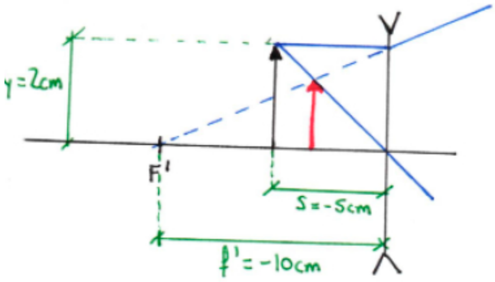


Una lente delgada en aire tiene una distancia focal imagen de -10 cm. A 5 cm de la lente se sitúa un objeto de 2 cm de altura.

a) Calcula la posición y tamaño de la imagen. Razona si la lente es convergente o divergente. (1 punto)

b) Obtén razonadamente la posición de un objeto para que la imagen sea derecha y tenga un tamaño que sea la mitad que el del objeto. Justifica mediante un trazado de rayos la formación de la imagen. (1 punto)

a) Como nos dicen que $f' < 0$ ya sabemos que se trata de una lente divergente. Por tanto:



Con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-5} = \frac{1}{-10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{-3}{10} \Rightarrow s' = -\frac{10}{3} \text{ cm}$$

Y para el tamaño:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{-10/3}{-5} \cdot 2 = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

b) Se nos da como dato el aumento lateral $A_L = \frac{1}{2}$. Así:

$$A_L = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = 2s'$$

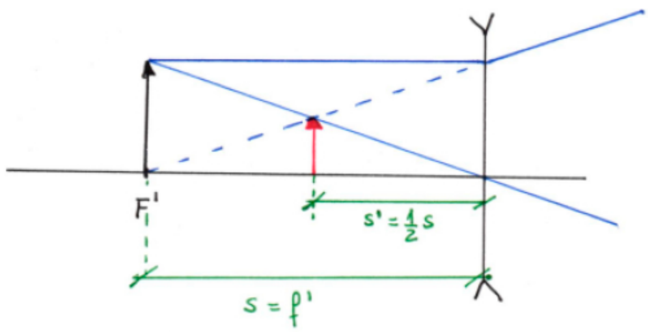
Y con la ecuación de las lentes, de nuevo:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \xRightarrow[s=2s']{} \frac{1}{s'} - \frac{1}{2s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{2-1}{2s'} = \frac{1}{f'}$$

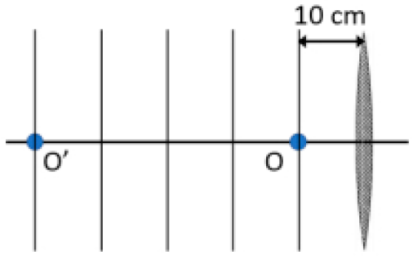
$$\Rightarrow 2s' = f' \xRightarrow[2s'=s]{} s = f' = -10 \text{ cm}$$

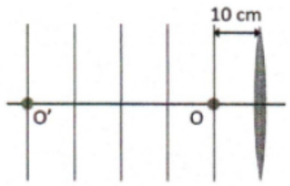
Hay que colocar el objeto sobre el foco imagen F'

Veamos el trazado de rayos pedido:



En la figura se muestra una lente, la posición de un objeto, O, y la de la imagen, O', que la lente genera de dicho objeto. Determina la distancia focal imagen de la lente, la potencia de la lente en dioptrías y el tamaño de la imagen si el objeto mide 2 cm.





De la figura que se nos proporciona podemos leer:

$$s = -10\,\text{cm} \qquad s' = -50\,\text{cm}$$

Aplicando la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow \frac{1}{-50} - \frac{1}{-10} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{2}{25} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow f' = 12'5\,\text{cm} = 0'125\,\text{m}$$

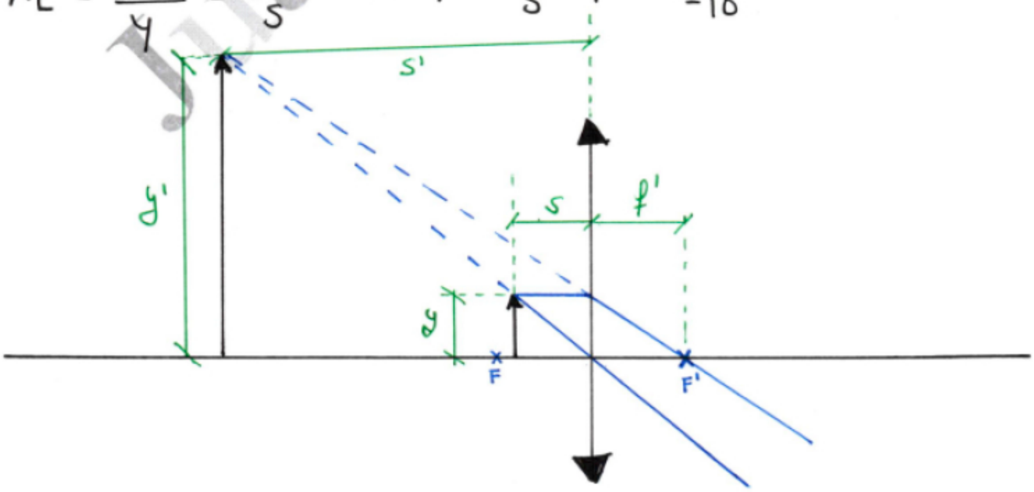
La potencia por tanto:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0'125} = 8\,D$$

No te olvides de que la distancia focal f' debes ponerla en metros para obtener la potencia en dioptrías.

Para el tamaño de la imagen:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Longrightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{-50}{-10} \cdot 2 = 10\,\text{cm}$$



Se sitúa un objeto de altura *h* a la izquierda de una lente convergente de distancia focal *f'*. La imagen del objeto que se forma es real, invertida y de igual tamaño.

a) Determine, en función de *f'*, las posiciones del objeto y de la imagen con respecto a la lente.

El aumento de lateral de una imagen es la relación entre el tamaño de la imagen y el objeto, que también coincide con la relación entre las distancias objeto e imagen:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Por ello, si la imagen es invertida, pero de igual tamaño, entonces:

$$\frac{y'}{y} = -1 = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = -s$$

Así que, si sustituimos esta relación en la ecuación fundamental de las lentes podemos hallar el valor de s en función de f':

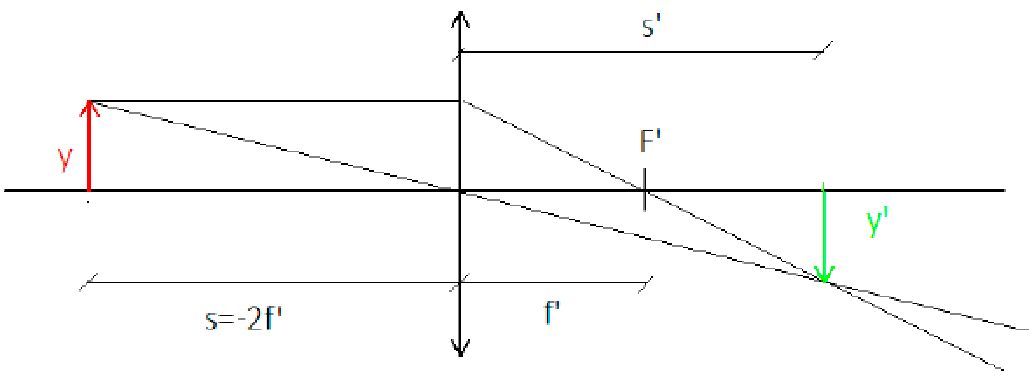
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{-s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow -\frac{2}{s} = \frac{1}{f'}$$

Por lo que las distancias objeto e imagen serán:

$$s = -2f' \rightarrow \quad s' = -s = +2f'$$

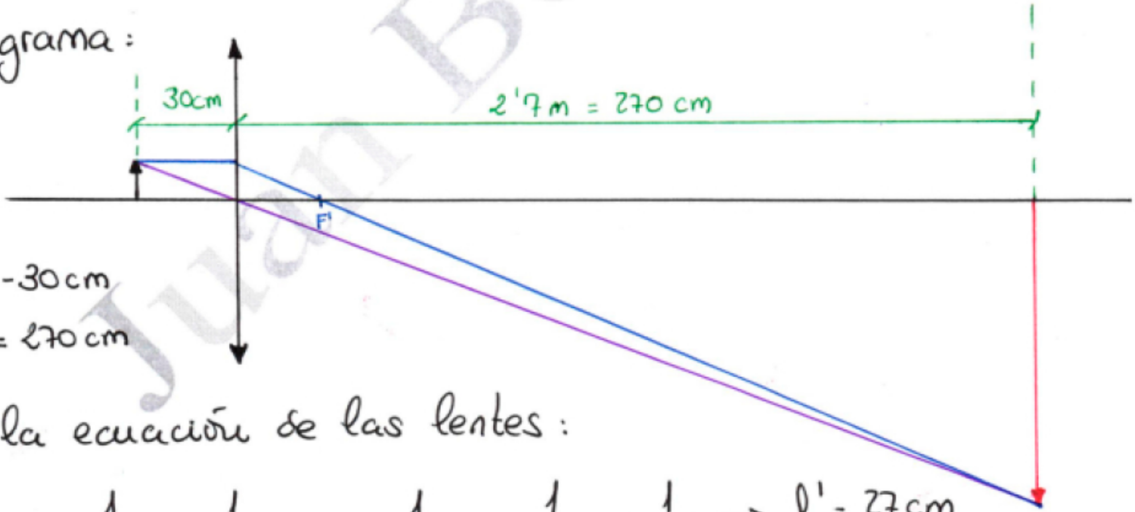
b) Realice el correspondiente trazado de rayos para la formación de la imagen.

Podemos utilizar dos rayos. Por un lado, un rayo que pase por el centro de la lente no se va a desviar. Por otro lado, un rayo paralelo al eje óptico pasará por el foco imagen F'. Así que:



Una persona usa habitualmente gafas con lentes y no sabe si éstas son convergentes o divergentes. Se quita las gafas y situándolas a 30 cm de un objeto obtiene sobre una pared una imagen enfocada a 2,7 m de la gafa ¿Qué potencia posee la lente? ¿La lente es convergente o divergente? Razona si la persona es miope o hipermétrope.

Podemos plasmar la información dada en el siguiente diagrama:



$s = -30\,cm$

$s' = 270\,cm$

Con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \longrightarrow \frac{1}{270} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 27\,cm$$

Como $f' > 0$ se trata de una lente convergente. La potencia de dicha lente es $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0'27} = 3'704\ D$

El ojo hipermétrope es aquel que presenta una falta de convergencia. Las lentes convergentes son las que suplen esa falta de convergencia del ojo. Al llevar lentes convergentes, la persona es hipermétrope.

A partir de un objeto de 15 cm se desea obtener una imagen invertida de tamaño 0,75 m sobre una pantalla. Para ello se dispone de una lente convergente de 4 dioptrías.

a) ¿Dónde hay que colocar el objeto respecto a la lente? ¿Dónde hay que colocar la pantalla? Realiza un trazado de rayos esquemático que represente lo calculado (1 punto).

b) Supongamos que se rompe la lente anterior y la cambiamos por otra cuya distancia focal imagen es la mitad que la del apartado a). ¿Cuál es la potencia de la nueva lente? Si la distancia entre el objeto y la pantalla es 1,0 m, determina la menor distancia a la que hay que situar la lente del objeto para obtener una imagen enfocada en la pantalla. (1 punto)

Se nos dan los tamaños del objeto y la imagen

$$y = 15\,cm \quad ; \quad y' = -75\,cm$$

Imagen Invertida!!

Con el aumento lateral deducimos:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \longrightarrow \frac{-75}{15} = \frac{s'}{s} \longrightarrow s' = -5s$$

También conocemos la potencia:

$$P = 4D \longrightarrow \frac{1}{f'} = 4 \longrightarrow f' = 0'25\,m = 25\,cm$$

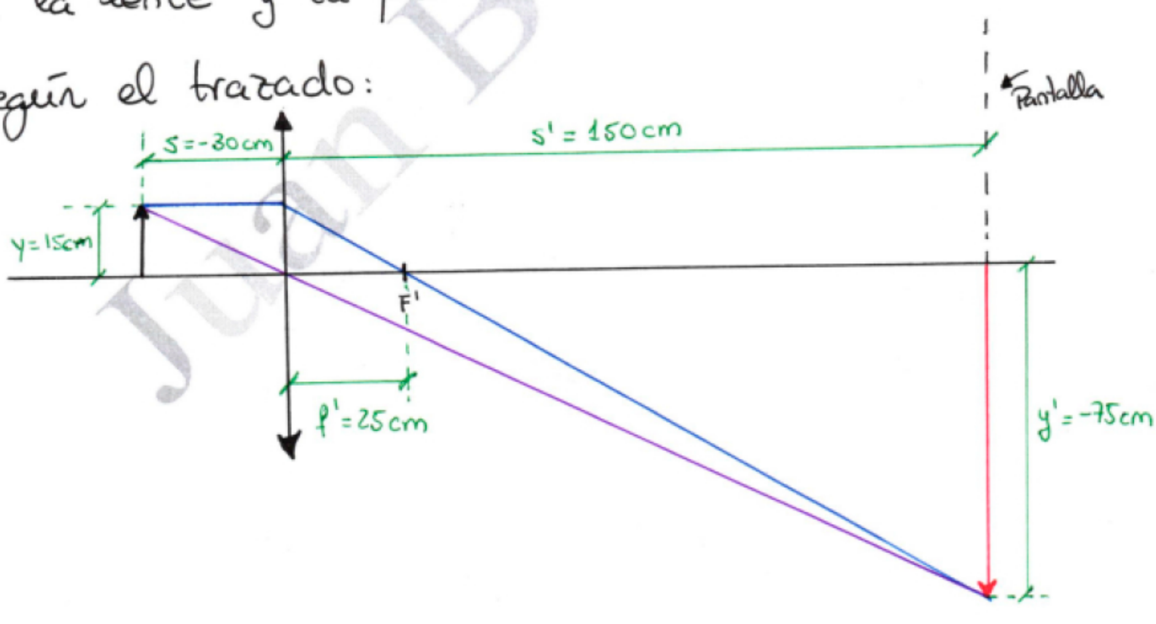
Con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \xrightarrow{s'=-5s} \frac{1}{-5s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{25} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \frac{1+5}{-5s} = \frac{1}{25} \Rightarrow s = -\frac{150}{5} = -30\,cm$$

$$\Rightarrow s' = -5 \cdot s = -5 \cdot (-30) = 150\,cm$$

Hay que colocar el objeto a 30cm a la izquierda de la lente y la pantalla a 1'5m de la lente según el trazado:

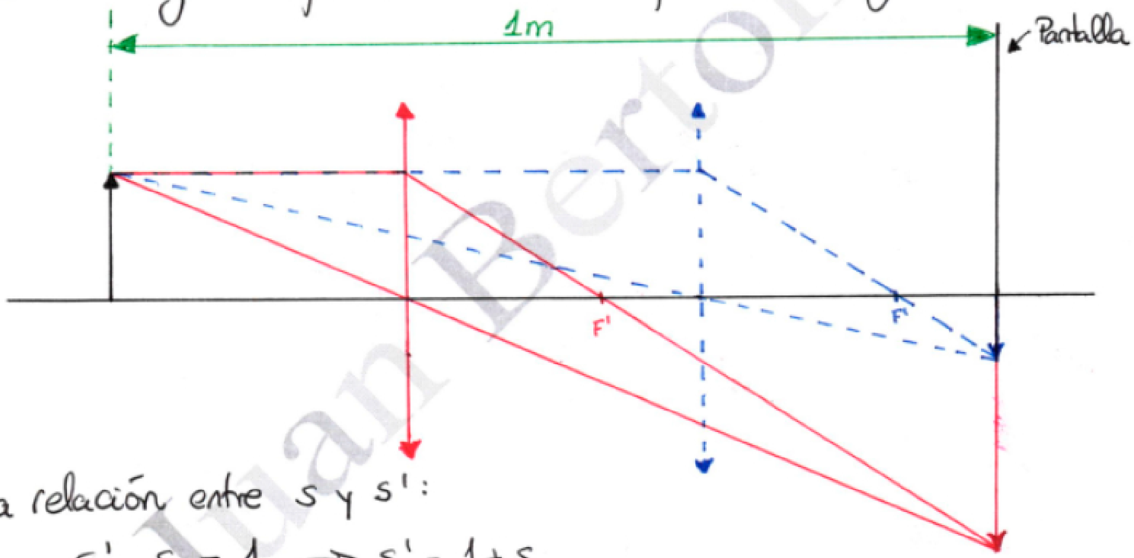


b) Si cambiamos a una lente cuya distancia focal es la mitad que la anterior, la nueva potencia será:

$$f' = \frac{25}{2} = 12'5 \text{ cm} = 0'125 \text{ m}$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0'125} = 8D$$

Si entre el objeto y la pantalla hay 1m de distancia habrá dos posiciones de la lente que nos proporcionarán una imagen enfocada sobre la pantalla según:



La relación entre s y s':

$$s' - s = 1 \Rightarrow s' = 1 + s$$

y sustituyendo en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{1+s} - \frac{1}{s} = 8 \Rightarrow \frac{-1}{s^2+s} = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8s^2 + 8s + 1 = 0$$

$\rightarrow s = -0'146 \text{ m}$ (En trazo continuo. Es el que nos piden!!)

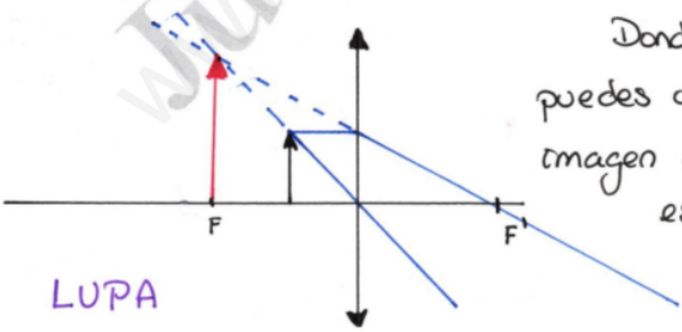
$\rightarrow s = -0'854 \text{ m}$ (En trazo discontinuo)

Por tanto, la menor de las distancias que nos piden nos dice que habrá que situar la lente a 14'6cm del objeto (y por tanto a 85'4cm de la pantalla)

La figura muestra un objeto y su imagen a través de una cierta lente interpuesta entre el objeto y el observador. Especifica las características de la imagen que se aprecian en la figura, en relación con el objeto. Indica qué tipo de lente es y realiza un trazado de rayos que explique lo que se muestra en la figura.

Como se aprecia en la figura, la lente interpuesta nos proporciona una imagen de tamaño mayor. Con esta característica, ya podemos asegurar que se trata de una lente convergente. Además vemos que la imagen está derecha, lo que a su vez nos permite asegurar también que se trata de una imagen virtual.

Este tipo de imágenes son las que forma una lente convergente cuando el objeto se sitúa por delante del foco objeto ($|s| < |f|$) según:



LUPA

Donde efectivamente puedes comprobar que la imagen que nos da la lupa es una imagen:

- Virtual
- Derecha
- Mayor

Un objeto se sitúa $10\ cm$ a la izquierda de una lente de -5 dioptrías.

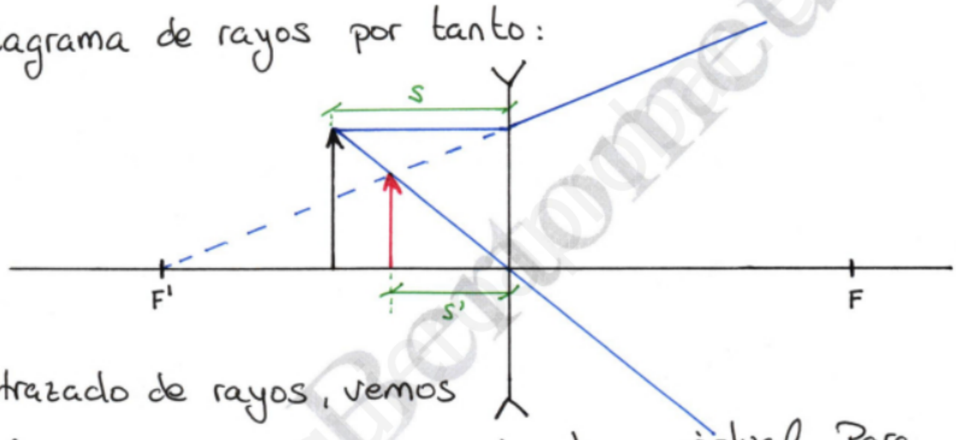
a) Calcula la posición de la imagen. Dibuja un trazado de rayos, con la posición del objeto, la lente, los puntos focales y la imagen. Explica el tipo de imagen que se forma. (1 punto)

b) ¿Qué distancia y hacia dónde habría que mover el objeto para que la imagen tenga 1/3 del tamaño del objeto y a derechas? (1 punto)

a) Se nos da la potencia $P = -5D$:

$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-5} = -0'2\,m = -20\,cm$$

Como $P < 0 \longrightarrow$ Se trata de una lente divergente y el diagrama de rayos por tanto:



Del trazado de rayos, vemos que la imagen será menor, derecha y virtual. Para la posición de la imagen, con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{-1}{20} - \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{-3}{20} \Rightarrow s' = -\frac{20}{3}\,cm = -6'67\,cm$$

b) Si queremos que el aumento lateral sea $1/3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow A_L = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = \frac{1}{3}s$$

Y de nuevo, aplicamos la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{1/3\,s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{3}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = 2 \cdot f' = 2 \cdot (-20) = -40\,cm$$

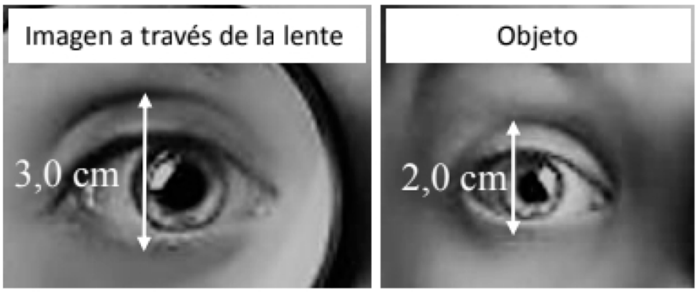
Es decir, habría que mover el objeto 30 cm hacia la izquierda para situarlo a 40 cm de la lente.

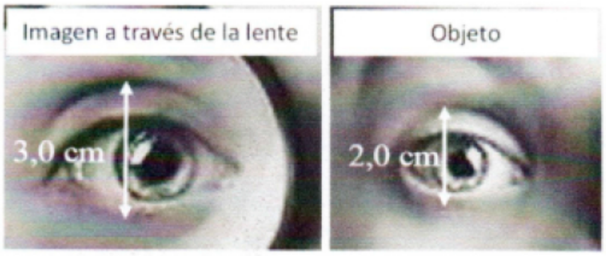
PROBLEMA 3 - Óptica geométrica

A través de una lente delgada se observa el ojo de una persona. Sabiendo que la lente se sitúa a 4 cm del ojo y teniendo en cuenta los datos de la figura, determina:

a) La posición de la imagen, la distancia focal imagen de la lente y su potencia en dioptrías. Realiza un trazado de rayos que presente la situación mostrada (1 punto).

b) ¿La lente es convergente o divergente? ¿La imagen es real o virtual? ¿De qué tamaño se verá el ojo si alejamos la lente del ojo 1,5 cm más? (1 punto)





Se nos dice que la lente está situada a 4cm del ojo

$\Rightarrow s = -4\,cm$

Vemos que la imagen a través de la lente es derecha y es mayor. Por tanto, el aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = \frac{3}{2} s = \frac{3}{2} \cdot (-4) = -6\,cm$$

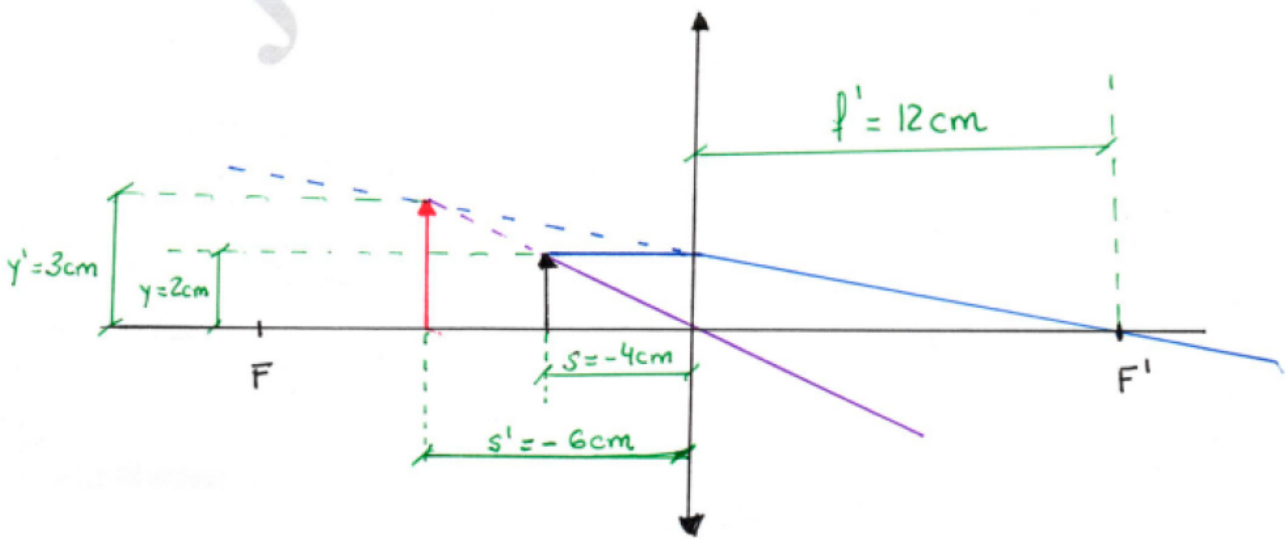
Y con la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{-6} - \frac{1}{-4} = \frac{1}{12} \Rightarrow f' = 12\,cm$$

Con lo que la potencia:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0'12} = 8'33\ D$$

El diagrama de rayos que ilustra esta situación:



b) Como hemos visto que $f' > 0$, la lente es convergente y como también se tiene $s' < 0$, la imagen es virtual. Información que igualmente hubieras podido deducir del diagrama de rayos.

Si se aleja el objeto 1'5 cm más, se tendrá $s = -5'5$ cm

Aplicando la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-5'5} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{12} - \frac{2}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{-13}{132} \Rightarrow s' = \frac{-132}{13} = -10'154 \text{ cm}$$

Y con el aumento lateral, determinamos el tamaño pedido:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y \Rightarrow y' = \frac{-132/13}{-11/2} \cdot 2 = \frac{24}{13} \cdot 2 = 3'692 \text{ cm}$$