



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
  - c) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.
  - d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - e) Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
  - f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = a + b \cos(x) + c \operatorname{sen}(x).$$

Halla  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que su gráfica tiene en el punto de abscisa  $x = \frac{\pi}{2}$  a la recta  $y = 1$  como recta tangente, y que la recta  $y = x - 1$  corta a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Sea la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) e^{-x^2}$ .

- a) [1,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- b) [1 punto] Halla los extremos absolutos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

**BLOQUE B.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = -x^2 + 7$  y  $g(x) = |x^2 - 1|$ .

- a) [1 punto] Halla los puntos de intersección de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.
- b) [1,5 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Halla  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) dx$ .



**BLOQUE C.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- [1,25 puntos]** Halla todas las matrices  $X$  que cumplen  $XA = -AX^t$  y  $X^2 = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.
- [1,25 puntos]** Halla todas las matrices  $Y$  que cumplen  $YA = AY$ , la suma de los elementos de su diagonal principal es cero y tienen determinante  $-1$ .

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Un proveedor de perfumerías vende a sus comerciantes tres tipos de perfumes A, B y C. En un primer pedido una tienda ha encargado 20 perfumes de tipo A, 30 de tipo B y 15 de tipo C, por un importe de 2200 euros. En un segundo pedido ha comprado 15 perfumes de tipo A, 10 de tipo B y 10 de tipo C, por un importe de 1250 euros.

- [1,25 puntos]** ¿Cuánto tendremos que pagar por un pedido de 25 perfumes de tipo A, 10 perfumes de tipo B y 16 de tipo C?
- [1,25 puntos]** Si añadimos que el precio de un perfume de tipo C es  $\frac{2}{5}$  del precio de una unidad de tipo A, ¿cuál es el precio de cada tipo de perfume?

**BLOQUE D.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera el plano  $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$ .

- [1 punto]** Estudia la posición relativa de  $\pi$  y  $r$ .
- [1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta contenida en  $\pi$  que pasa por el punto  $P(2, -1, -2)$  y es perpendicular a  $r$ .

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera los puntos  $A(4, 0, 0)$  y  $B(0, 2, 0)$ . Calcula los puntos del plano  $OXZ$  que forman un triángulo equilátero con  $A$  y  $B$ .