

1. Resuelve las siguientes ecuaciones

a. $\operatorname{tg} x \cdot \cos 2x + \operatorname{sen} 2x = 0$

b. $\operatorname{tg}^2 x + 3 = 2\sec^2 x$

2. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x} + \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x - \cos x} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\operatorname{sen}^2 x}}$$

3. Sabiendo que $\cos x = 2/5$ y que es un ángulo del 1º cuadrante, calcula sin averiguar el valor del ángulo:

b) $\operatorname{cosec} x$ b) $\operatorname{tg}(-x)$ c) $\cos(180^\circ - x)$ d) $\sec(180^\circ + x)$

4. Utilizando los valores de los ángulos 30° , 45° , 60° , 90° . Calcula:

c. $\operatorname{cotg} 150^\circ$ b) $\operatorname{sen} 15^\circ$ c) $\operatorname{cosec} 120^\circ$ d) $\cos 135^\circ$

5. Calcula el área de un polígono regular de 16 lados cuya circunferencia circunscrita tiene de radio 20 cm.

PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

1. Un avión vuela entre dos ciudades A y B que distan entre sí, 75 km. Las visuales desde A y B hasta el avión forman con la horizontal ángulos de 36° y 12° de amplitud, respectivamente. Calcula la altura a la que vuela el avión y las distancias a las que se encuentra de A y de B, suponiendo que el avión y las ciudades están sobre el mismo plano vertical.
2. Sergio está mirando una torre que sabe que mide 5 m de alto y que está encima de un acantilado. Ve el punto más alto de la torre con un ángulo de 40° con la horizontal y su punto más bajo con un ángulo de 30° . Sabiendo que la altura de Sergio es de 1,70 cm, calcula la altura de la colina y a qué distancia está Sergio de la base del acantilado.

① a) $\operatorname{tg} x \cdot \cos 2x + \operatorname{sen} 2x = 0$

(2) $\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \cdot (\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) + 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0 \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} (1 - 2 \operatorname{sen}^2 x) + 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0$

$$\operatorname{sen} x \left[\frac{1 - 2 \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} + 2 \cos x \right] = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 0^\circ + 2k\pi \\ x_2 = 180^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

$$\left[\frac{1 - 2 \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} + 2 \cos x = 0 \right]$$

$$\frac{1 - 2 \operatorname{sen}^2 x + 2 \cos^2 x}{\cos x} = 0 \rightarrow \frac{1 + 2(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x)}{\cos x} = 0 \rightarrow \frac{1 + 2 \cos 2x}{\cos x} = 0$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x = 120^\circ + 2k\pi \rightarrow x_3 = 60^\circ + 2k\pi \\ 2x = 240^\circ + 2k\pi \rightarrow x_4 = 120^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

b) $\operatorname{tg}^2 x + 3 = 2 \operatorname{sec}^2 x$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} + 3 = 2 \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \frac{\operatorname{sen}^2 x + 3 \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x} \rightarrow 1 - \cos^2 x + 3 \cos^2 x = 2 \Rightarrow$$

$$2 \cos^2 x + 1 = 2 \rightarrow 2 \cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{+\sqrt{2}}{2} \begin{cases} x_1 = 45^\circ + 2k\pi \\ x_2 = 315^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{cases} x_3 = 135^\circ + 2k\pi \\ x_4 = 225^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

② (1) $\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x} + \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x - \cos x} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2 \operatorname{sen}^2 x}}$

$$\frac{\operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x - \cos x) + \operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x + \cos x)}{\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{\frac{2 \operatorname{sen}^2 x - 1}{2 \operatorname{sen}^2 x}}$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x \cos x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x \cos x}{\operatorname{sen}^2 x - (1 - \operatorname{sen}^2 x)} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 x}{2 \operatorname{sen}^2 x - 1}$$

$$\frac{2 \operatorname{sen}^2 x}{2 \operatorname{sen}^2 x - 1} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 x}{2 \operatorname{sen}^2 x - 1}$$

③ $\cos x = \frac{2}{5} \rightarrow \operatorname{sen} x = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

(2) a) $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{5}{\sqrt{21}}$

b) $\operatorname{tg}(-x) = \frac{\operatorname{sen}(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x} = -\operatorname{tg} x = -\frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$

c) $\cos(180^\circ - x) = -\cos x = -\frac{2}{5}$

d) $\operatorname{sec}(180^\circ + x) = \frac{1}{\cos(180^\circ + x)} = \frac{1}{-\cos x} = -\frac{1}{\cos x} = -\frac{1}{\frac{2}{5}} = -\frac{5}{2}$

④
(2)

$$a) \operatorname{cotg} 150^\circ = \frac{\cos 150^\circ}{\operatorname{sen} 150^\circ} = \frac{\cos(90^\circ + 60^\circ)}{\operatorname{sen}(90^\circ + 60^\circ)} = \frac{\cos 90^\circ \cdot \cos 60^\circ - \operatorname{sen} 90^\circ \cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{\operatorname{sen} 90^\circ \cos 60^\circ + \cos 90^\circ \cdot \operatorname{sen} 60^\circ} =$$

$$= \frac{0 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3} = -1,7321$$

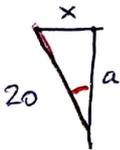
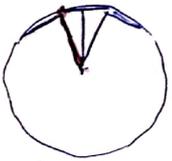
$$b) \operatorname{sen} 15^\circ = \operatorname{sen} \frac{30^\circ}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = 0,2589$$

$$c) \operatorname{cosec} 120^\circ = \frac{1}{\operatorname{sen} 120^\circ} = \frac{1}{\operatorname{sen}(90^\circ + 30^\circ)} = \frac{1}{\operatorname{sen} 90^\circ \cos 30^\circ + \cos 90^\circ \operatorname{sen} 30^\circ} =$$

$$= \frac{1}{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1,1547$$

$$d) \cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = \cos 90^\circ \cos 45^\circ - \operatorname{sen} 90^\circ \operatorname{sen} 45^\circ = 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,7071$$

⑤
(1)



$$360^\circ : 32 = 11,25^\circ$$

$$\cos 11,25^\circ = \frac{a}{20} \rightarrow a = 19,62$$

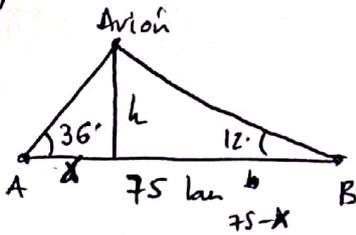
$$\operatorname{sen} 11,25^\circ = \frac{x}{20} \rightarrow x = 3,9$$

$$l = 2x = 2 \cdot 3,9 = 7,8$$

$$A = \frac{7,8 \cdot 19,62}{2} = 124,29 \text{ cm}^2$$

Problemas

(1)



$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{h}{x} \quad h = 0,73x$$

$$\operatorname{tg} 12^\circ = \frac{h}{75-x}$$

$$h = 0,73x$$

$$0,2126 = \frac{h}{75-x} \rightarrow h = 15,94 - 0,2126x$$

$$0,73x = 15,94 - 0,2126x$$

$$0,9426x = 15,94$$

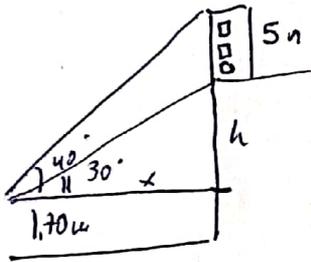
$$x = \frac{15,94}{0,9426} = 16,91$$

$$75-x = 75 - 16,91 = 58,09$$

$$h = 0,73 \cdot 16,91 = 12,34 \text{ km.}$$

La altura del avión es 12,34 km
Y la distancia a A es 16,91 km y a B es de 58,09

(2)



$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{5+h}{x} \rightarrow 0,8391 = \frac{5+h}{x} \rightarrow h = 0,8391x - 5$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow 0,5774 = \frac{h}{x} \rightarrow h = 0,5774x$$

$$0,8391x - 5 = 0,5774x$$

$$0,2617x = 5$$

$$x = \frac{5}{0,2617} = 19,11 \text{ m}$$

$$h = 0,8391 \cdot 19,11 - 5 = 11,03 \text{ m}$$

$$\text{Altura} = 11,03 + 1,70 = 12,73 \text{ m}$$

La altura del acantilado es 12,73 m
La distancia al acantilado es 19,11 m