Experimento aleatorio. Operaciones con sucesos

1 Una urna tiene 30 bolas: 15 rojas, 9 verdes y 6 blancas. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos el experimento muchas veces, ¿a qué valor se aproximará la frecuencia de cada color?

Solución: $f(\text{roja}) = 0,5$; $f(\text{verde}) = 0,3$; $f(\text{blanca}) = 0,2$

2 Una urna contiene 200 bolas de colores, pero desconocemos cuántas hay de cada color. Realizamos distintas extracciones, devolviendo la bola a la urna cada vez.

Con la información que da la siguiente tabla, ¿cuál crees que es la composición de la urna?

N.° de extracciones	10	100	200	500	1 000	5 000	10 000
Bolas azules	2	28	52	127	252	1 240	2 500
Bolas amarillas	0	15	23	63	124	620	1 250
Bolas verdes	8	57	125	310	624	3 140	6 250

Solución: azules = 50, amarillas = 25, verdes = 125

3 Sean A y B dos sucesos incompatibles con $p(A) = 1/3$ y $p(B) = 1/4$. Calcula $p(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Solución: 0,416 7

4 Sean A y B dos sucesos compatibles con $p(A) = 1/3$, $p(B) = 1/4$ y $p(A \cap B) = 1/5$. Calcula $p(\overline{A} \cap \overline{B})$.

Solución: 0,616 7

Ley de Laplace

5 Un grupo de seis personas se sientan alrededor de una mesa circular. ¿Cuál es la probabilidad de que dos de ellas, determinadas previamente, se sienten juntas?

Solución: 0,4

6 Las seis personas de la actividad anterior van al teatro y ocupan una misma fila de butacas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos de antes se sienten juntas?

Solución: $0,\widehat{3}$

7 Se guardan 5 pares de guantes en un cajón. Halla la probabilidad de que al escoger 2 guantes al azar:

a) Pertenezcan al mismo par.

b) Un guante sea de la izquierda y el otro de la derecha.

Solución: *a)* 0,11 *b)* 0,56

8 Con las cifras 1, 2, 3 y 4 se escriben todos los números posibles de tres dígitos, sin repetir ninguno. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 4? ¿Y uno de 3?

Solución: $p(\dot{4}) = 0,25$; $p(\dot{3}) = 0,5$

9 Halla la probabilidad de que, al levantar al azar una ficha de dominó, se obtenga un número mayor que 5, y la de obtener un múltiplo de 3.

Solución: $p(\text{mayor que } 5) = 0,25$; $p(3) = 0,46$

10 Se lanzan tres dados al azar. Halla la probabilidad de que la suma de los puntos sea impar y menor que 12.

Solución: 0,342 6

11 Se extraen dos bolas de una urna con 8 bolas negras y 3 bolas blancas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean negras?

b) ¿Y de que sean ambas de color blanco?

c) ¿Y de que sean de distinto color?

Solución: *a)* 0,509 09 *b)* 0,054 55 *c)* 0,436 36

12 ¿Cuál es la probabilidad de que en un puñado de 6 cartas de una baraja española haya 2 reyes? ¿Y de que haya dos o más reyes?

Solución: dos reyes: 0,066 373; dos o más reyes: 0,070 767

13 Se lanza un dado cuatro veces consecutivas. ¿Cuál es la probabilidad de que aparezca tres veces seguidas el 5?

Solución: 0,008 49

Probabilidad en operaciones con sucesos. Definición axiomática de probabilidad

14 Considera el espacio muestral $E = \{a, b, c, d\}$ en el que los cuatro sucesos tienen la misma probabilidad. Sean $S_1 = \{a, b\}$ y $S_2 = \{a, c\}$

a) ¿Son S_1 y S_2 sucesos incompatibles?

b) Calcula $p(S_1 \cup S_2)$ y $p(\overline{S_2})$.

Solución: *b)* $p(S_1 \cup S_2) = 0,75$; $p(\overline{S_2}) = 0,5$

15 Un dado está trucado de manera que la probabilidad de cada cara es proporcional al número que en ella figura. Se considera el experimento que consiste en lanzar el dado y anotar la puntuación obtenida. Halla el espacio muestral asociado al experimento, la probabilidad de cada resultado y la del suceso *salir par*.

Solución: $p(1) = 1/21$; $p(2) = 2/21$; $p(3) = 3/21$; $p(4) = 4/21$;
$p(5) = 5/21$; $p(6) = 6/21$; $p(\text{par}) = 4/7$

16 En una gestoría el 35 % de los clientes que acuden durante una semana es para realizar el pago de los autónomos; el 28 %, para tramitar el alta de una empresa, y el 10 %, para ambas gestiones. Si se escoge un cliente al azar:

a) Determina la probabilidad de que haya acudido a la gestoría para resolver, al menos, alguno de estos problemas.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya acudido para realizar el pago de los autónomos, pero no para tramitar el alta de una empresa?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya acudido para ninguno de los trámites que se especifican?

Solución: *a)* 0,53 *b)* 0,25 *c)* 0,47

17 En unas elecciones compiten tres candidatos: A, B y C. Se estima que la probabilidad de que el candidato A gane las elecciones es el triple que la de que las gane B, y la de que gane C es el doble de que gane A.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que gane las elecciones el candidato B?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que gane A o C?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no gane C?

Solución: *a)* 0,1 *b)* 0,9 *c)* 0,4

18 De las 200 personas de un congreso, 90 hablan inglés; 80, francés; 102, castellano; 22, castellano e inglés; 24, francés y castellano, y 26, inglés y francés. Se eligen al azar dos asistentes. Calcula la probabilidad de que:

a) Ninguno hable francés.

b) Hablen en castellano.

c) Hablen solo un idioma.

d) Hablen los tres idiomas.

Solución: *a)* 0,36 *b)* 0,26 *c)* 0,41 *d)* 0

19 En un estante hay 5 novelas y 8 libros de poesía. Se saca un libro, y después otro sin devolver el primero:

a) ¿Cuál es el suceso contrario al suceso *A: elegir un libro de novela y un libro de poesía*?

b) Calcula la probabilidad del suceso *A*.

c) Calcula la probabilidad del suceso $\overline{A}$.

Solución: *b)* 0,512 8 *c)* 0,487 2

20 Un ejemplar de gorila llega a un zoo. La probabilidad de que sobreviva 8 años es de 1/3. En el zoo hay otro gorila cuya probabilidad de sobrevivir 8 años es de 2/3. Calcula la probabilidad de que:

a) Ambos estén vivos dentro de 8 años.

b) Al menos uno esté vivo dentro de 8 años.

c) Dentro de 8 años los dos estén muertos.

d) Únicamente esté vivo el gorila que ya estaba en el zoo.

Solución: *a)* 0,22 *b)* 0,78 *c)* 0,22 *d)* 0,44

Dependencia e independencia de sucesos. Probabilidad condicionada

21 La probabilidad de un cierto suceso es de 1/3 y la probabilidad de otro, sabiendo que ocurre el primero, es 3/4. ¿Cuál es la probabilidad de que pasen ambos?

Solución: 0,25

22 Sean *A* y *B* dos sucesos independientes; justifica si los sucesos *A* y $\overline{B}$ son independientes.

23 En la consulta de un médico hay 10 pacientes: 5 tienen gripe; 3, problemas digestivos, y 2, alergia. Si se eligen tres enfermos al azar, halla la probabilidad de que:

a) Los tres tengan enfermedades distintas.

b) Los tres tengan la misma enfermedad.

Solución: *a)* 0,25 *b)* 0,917

24 Se lanzan simultáneamente 4 monedas. Determina cuál es la probabilidad de obtener por lo menos una cara.

Solución: 0,937

25 Un empleado de una floristería sale a repartir 3 plantas. Durante el reparto se le extravían los albaranes, de modo que conoce las direcciones pero no qué planta corresponde a cada dirección. Si se efectúa el reparto al azar, calcula la probabilidad de que al menos una de las tres plantas llegue a su destino correcto.

Solución: 0,66

26 Una caja contiene 10 CD's de ordenador: 4 están grabados, y los otros, no. Introducimos cada uno de ellos en el ordenador y comprobamos cuáles están grabados. ¿Qué probabilidad hay de obtener uno grabado antes de introducir el cuarto CD?

Solución: 0,834

27 Una comisión está formada por 12 diputados, de los cuales 6 pertenecen al partido político A, 4, al partido político B, y 2, al partido político C. Si se escogen tres al azar, calcula la probabilidad de que los tres pertenezcan:

a) A partidos distintos.

b) Al partido A.

c) Al partido C.

Solución: *a)* 0,22 *b)* 0,09 *c)* 0

28 Considera la ruleta de la figura 14.19.

$$p(2) = p(3) = p(4) = \frac{1}{6}$$

$$p(5) = \frac{1}{12}$$

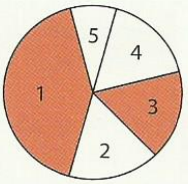

FIGURA 14.19.

a) Calcula $p(1)$.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga par?

c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener rojo?

d) Sabiendo que se ha obtenido rojo, ¿cuál es la probabilidad de que sea impar?

Solución: *a)* 0,42 *b)* 0,33 *c)* 0,583 *d)* 1

29 Se utilizan tres máquinas para fabricar las piezas que componen un aparato: la primera fabrica un 1 % de piezas defectuosas; la segunda, un 1,5 %, y la tercera, un 2 %. Calcula la probabilidad de producir un aparato defectuoso (lo será si al menos una de sus piezas es defectuosa).

Solución: 0,04

30 Esta tabla muestra el resultado de 100 ecografías:

	Sexo real ♂	Sexo real ♀
Ecografía (♀)	10	41
Ecografía (♂)	38	11
Total	48	52

Calcula la probabilidad de que:

a) Si la ecografía muestra una niña, el sexo real sea niña.

b) Si la ecografía muestra una niña, el sexo real sea niño.

c) Si la ecografía muestra un niño, el sexo real sea niña.

d) Si la ecografía muestra un niño, el sexo real sea niño.

e) Que la ecografía muestre el sexo real del feto.

Solución: *a)* 0,80 *b)* 0,20 *c)* 0,22 *d)* 0,78 *d)* 0,79