Aproximación de la distribución binomial mediante la normal

Cuando n es grande y p está próximo a 0,5 el comportamiento de una distribución binomial $B(n, p)$ es aproximadamente igual a una distribución normal, $N(np, \sqrt{npq})$

Esto permite sustituir el estudio de una $B(n, p)$ por el de una $N(np, \sqrt{npq})$.

Suele considerarse que la aproximación es buena cuando $np > 5$ y $nq > 5$

Ejemplo

En una ciudad una de cada tres familias posee teléfono. Si se eligen al azar 90 familias, calcular la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 tipos se han teléfono.

Solución:

$$n = 90 \qquad p = \frac{1}{3} \qquad q = \frac{2}{3}$$

$$n \cdot p > 5 \qquad n \cdot q > 5$$

$$B\left(90, \frac{1}{3}\right) \rightarrow N\left(90 \cdot \frac{1}{3}, \sqrt{90 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}\right) = N(30, 4.47)$$

$$p(X > 30) = p\left(Z > \frac{30 - 30}{4.47}\right) = p(Z > 0) = 1 - p(Z \leq 0) = 0.5$$

Ejercicios:

- 1.- Se lanza una moneda correcta al aire 400 veces. Calcula la probabilidad de obtener un número de caras comprendido entre 180 y 210, ambos inclusive.
- 2.- El 35% de una población está afectada por la gripe. Si se eligen 30 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 tengan gripe?

EJERCICIOS:

- 1.- Considera una variable aleatoria discreta X cuya distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	k	0,45	k

- Calcula el valor de k
- Halla la función de probabilidad
- Calcula su media y su desviación típica

Sol: $k = 0'275$; $\mu = 2$; $\sigma = 0'74$

- 2.- La probabilidad de que un estudiante obtenga el título de arquitecto es 0,3. Calcula la probabilidad de que un grupo de 7 estudiantes matriculados en primer curso:

- Ninguno de los 7 finalice la carrera.
- Finalicen los 7.
- Al menos 2 acaben la carrera.
- Sólo finalice uno la carrera.

Sol: 0,082; 0,00021; 0,671; 0,2471

- 3.- Una determinada raza de perros tiene 4 cachorros en cada camada. Si la probabilidad de que un cachorro sea macho es de 0,55, se pide:

- La probabilidad de que en una camada dos exactamente sean hembras
- Probabilidad de que en una camada al menos dos sean hembras.

Sol: 0,3675; 0,609

- 4.- Si de seis a siete de la tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, ¿cuál es la probabilidad de que, cuando se marquen 10 números de teléfono elegidos al azar, sólo comuniquen dos?

Sol: 0'302

- 5.- La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco es $1/4$. Si dispara 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que acierte exactamente en tres ocasiones? ¿Cuál es la probabilidad de que acierte por lo menos en una ocasión?

Sol: 0'25 ; 0'9437

- 6.- En una urna hay 30 bolas, 10 rojas y el resto blancas. Se elige una bola al azar y se anota si es roja; el proceso se repite, devolviendo la bola, 10 veces. Calcular la media y la desviación típica.

Sol: 3'33; 1'49