

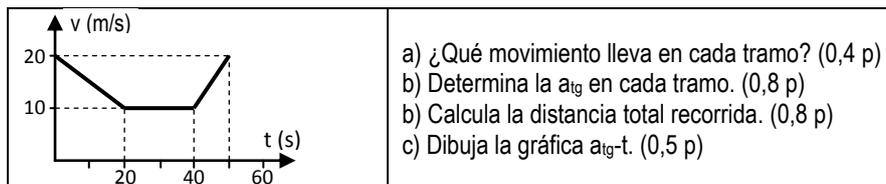
P1 La ecuación de movimiento de un objeto viene dada por $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (6 - 4t^2)\vec{j}$. Calcular: (2,5 p)

- La posición en los instantes $t = 0$, y $t = 2$ segundos.
- El desplazamiento entre los instantes 0 y 2 segundos.
- La ecuación de la trayectoria.
- El módulo de la velocidad en el instante $t = 2$ s.
- La aceleración inicial.

Solución

a)	$\vec{r}(t) = X(t)\vec{i} + Y(t)\vec{j} = 5t\vec{i} + (6 - 4t^2)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \vec{r}(t=0) = 6\vec{j} \text{ m} \\ \vec{r}(t=2) = 10\vec{i} - 10\vec{j} \text{ m} \end{cases}$
b)	$\Delta\vec{r}(0,2) = \vec{r}(2) - \vec{r}(0) = (10\vec{i} - 10\vec{j}) - (6\vec{j}) = -10\vec{i} - 16\vec{j} \text{ m}$
c)	$\left. \begin{matrix} X = 5t \rightarrow t = X/5 \\ Y = 6 - 4t^2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow Y = 6 - 4\left(\frac{X}{5}\right)^2 \Rightarrow \text{parábola de eje } -Y \text{ y vértice } (0,6)$
d)	$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(5t\vec{i} + (6 - 4t^2)\vec{j}) = 5\vec{i} - 8t\vec{j} \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}(2) = 5\vec{i} - 16\vec{j} \Rightarrow \vec{v}(2) = \sqrt{5^2 + 16^2} = 16,8 \text{ m/s}$
e)	$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(5\vec{i} - 8t\vec{j}) = -8\vec{j} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a}(0) = -8\vec{j} \text{ m/s}^2$

P2 El movimiento de un cuerpo responde a la gráfica siguiente:



Solución

a)	Tramo 1: $0 \leq t \leq 20$ M U A ($a_{tg} < 0$)	Tramo 2: $20 < t \leq 40$ M U	Tramo 3: $40 < t \leq 50$ M U A ($a_{tg} > 0$)
b)	Tramo 1: $0 \leq t \leq 20$ $a_{tg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 20}{20} = -0,5 \text{ m/s}^2$	Tramo 2: $20 < t \leq 40$ $a_{tg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{20} = 0 \text{ m/s}^2$	Tramo 3: $40 < t \leq 50$ $a_{tg} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{10} = 1,0 \text{ m/s}^2$
c)	Se toma origen de tiempos y de distancias al principio de cada tramo. Tramo 1: $0 \leq t \leq 20$: $s_1 = v_0 t + 0,5 a_{tg} t^2 = 20 \cdot 20 + 0,5 \cdot (-0,5) \cdot 20^2 = 300 \text{ m}$ Tramo 2: $0 \leq t \leq 20$: $s_2 = v_0 t = 10 \cdot 20 = 200 \text{ m}$ Tramo 3: $0 \leq t \leq 20$: $s_3 = v_0 t + 0,5 a_{tg} t^2 = 10 \cdot 10 + 0,5 \cdot (1,0) \cdot 10^2 = 150 \text{ m}$ Luego: $S_{TOTAL} = s_1 + s_2 + s_3 = 300 + 200 + 150 = 650 \text{ m}$		
d)			

P3 Un automóvil circula a una velocidad de 72 km/h. El conductor frena y detiene el vehículo en 10 s con un MRUA. Calcula: (2p)

- El valor de la aceleración aplicada sobre el automóvil.
- La distancia recorrida.
- La velocidad a los 5 s.
- En qué instante llevará recorridos 50 m en la frenada.

Solución

a)	Se elige un sistema de referencia escalar con origen espacial en el punto de la trayectoria donde comienza a frenar y origen temporal 0. De las ecuaciones que rigen en este tipo de movimiento: $v_t = v_0 + a_{tg} t \Rightarrow 0 = 20 + a_{tg} \cdot 10 \Rightarrow a_{tg} = -2,0 \text{ m/s}^2$
----	---

b)	$s_t = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_{tg} t^2 = 0 + 20 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 10^2 = 100 \text{ m}$
c)	$v_t = v_0 + a_{tg} t \Rightarrow v_{t=3} = 20 + (-2,0) \cdot 5 = 10 \text{ m/s}$
d)	$s_t = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_{tg} t^2 \Rightarrow 50 = 20t - t^2 \Rightarrow t^2 - 20t + 50 = 0 \Rightarrow t = 2,9 \text{ s}$

P4 Se deja caer un objeto desde lo alto de una torre de 50 m de altura. Calcular: (3p)

- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
- La velocidad con que llega al suelo.
- La velocidad a 10 metros del suelo.

Solución

a)	<p>Se trata de un movimiento vertical ($a_y = -10$). Se elige un sistema de referencia vectorial cartesiano con origen en el suelo. Dado que el objeto se deja caer, $v_{0y} = 0$, y desde una altura de 50 m, $y_0 = 50$. Cuando el objeto llega al suelo: $y = 0$. Luego:</p> $y_t = y_0 + v_{y0} t - 5 t^2 \Rightarrow y_t = 0 = 50 - 5 t^2 \Rightarrow t = 3,2 \text{ s}$
b)	$v_{yt} = v_{y0} - 10 t \Rightarrow v_{t=3,2} = 0 - 10 \cdot 3,2 = -32 \text{ m/s}$
c)	<p>A 10 m del suelo, $y = 40$ m. Luego:</p> $y_t = y_0 + v_{y0} t - 5 t^2 \Rightarrow y_t = 10 = 50 - 5 t^2 \Rightarrow t = 2,8 \text{ s}$ <p>Finalmente:</p> $v_{yt} = v_{y0} - 10 t \Rightarrow v_{y,t=2,8} = 0 - 10 \cdot 2,8 = -28 \text{ m/s}$