**a) Escribe y comenta la *Ley de desintegración exponencial* radiactiva.**
**b) Una muestra de $^{222}Rn$ contiene inicialmente $10^{12}$ átomos de este isótopo radiactivo, cuya semivida (o periodo de semidesintegración) es de 3,28 días. ¿Cuántos átomos quedan sin desintegrar al cabo de 10 días? Calcula las actividades inicial y final (tras los 10 días) de esta muestra. Expresa tus resultados en Bq.**

a) Cuando tenemos una muestra de material radiactivo con $N_0$ núcleos iniciales observamos que el número de estos disminuye con el tiempo. Transcurrido cierto tiempo la cantidad de núcleos que queda es N y el número de estos que se desintegran es en todo momento proporcional a los que hay, de modo que:

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t$$

Donde $\lambda$ es la constante desintegración.

Si consideramos intervalos de tiempo infinitesimales tenemos:

$$dN = -\lambda N dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

Para calcular el número de núcleos desintegrados, se integra a ambos lados de la ecuación.

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt \quad \Rightarrow \quad -\ln N\Big]_{N_0}^{N} = -\lambda t \qquad \ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

Ecuación que también puede escribirse como

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

que es la expresión matemática de la ley de la desintegración radiactiva:
"El nº de núcleos de una muestra radiactiva disminuye de forma exponencial con el tiempo"

b) El periodo de semidesintegración o semivida es el tiempo que tarda una muestra radiactiva en reducirse a la mitad.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}; \quad \ln\frac{1}{2} = -\lambda t_{1/2}; \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0{,}211\,\text{día}^{-1}$$

Al cabo de 10 día quedan:

$$N = 10^{12} e^{-0{,}211 \cdot 10} = 1{,}21 \cdot 10^{11} \text{ átomos}$$

La actividad es la velocidad de desintegración de la muestra o el número de desintegraciones por unidad de tiempo.

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(N_0 e^{-\lambda t}\right) = \lambda N$$

Cambiamos las unidades de $\lambda$:

$$\lambda = 0{,}211 \frac{1}{\text{día}} \cdot \frac{1\,\text{dia}}{24\,\text{horas}} \cdot \frac{1\,\text{h}}{3600\,\text{s}} = 2{,}44 \cdot 10^{-6}\,\text{s}^{-1}$$

La actividad inicial es: $\frac{dN}{dt} = 2{,}44 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{12} = 2{,}44 \cdot 10^{6}$ Bb

La actividad al cabo de diez días es: $\frac{dN'}{dt} = 2{,}44 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}21 \cdot 10^{11} = 2{,}95 \cdot 10^{5}$ Bb

**Se preparan *250 g* de una sustancia radioactiva y al cabo de *24 horas* se ha desintegrado el *15%* de la masa original. Se pide**
**1. La constante de desintegración dela sustancia.**
**2. El periodo de semidesintegración de la sustancia así como su vida media o periodo.**
**3. La masa que quedará sin desintegrar al cabo de *10 días.***

1. Partimos de $N_0 = 250$ g, como se desintegra el 15% quedará el 85% de la muestra inicial.

$$N = \frac{250 \cdot 85}{100} = 212{,}5\,\text{g}$$

Sustituyendo estos datos en la ley de la desintegración radiactiva tenemos:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$0{,}2125 = 0{,}25 \cdot e^{-\lambda 24}; \qquad e^{-\lambda 24} = \frac{0{,}25}{0{,}2125}; \qquad -24\lambda = \ln\frac{0{,}25}{0{,}2125} \;\Rightarrow\; \lambda = 6{,}77 \cdot 10^{-3}\ \text{horas}^{-1}$$

2. El periodo de semidesintegración es el tiempo que tarda la muestra en reducirse a la mitad, luego sustituimos $N = N_0/2$.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t}; \quad \ln\frac{1}{2} = -\lambda t; \qquad t_{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\lambda}\ln\frac{1}{2} = \frac{1}{6{,}77 \cdot 10^{-3}}\ln\frac{1}{2} = 102{,}38\,\text{horas}$$

3. Sustituimos el tiempo en la ecuación que tenemos:

$$t = 10\,\text{días} = 240\,\text{horas}$$

$$N = 0{,}25 \cdot e^{-240 \cdot 6{,}77 \cdot 10^{-3}} = 0{,}049\,\text{kg}$$

**Se ha medido la actividad de una muestra de madera prehistórica observándose que se desintegran 90 átomos/hora, cuando en una muestra de actual de la misma naturaleza, la tasa de desintegración es de 700 átomos/hora. Calcula el tiempo transcurrido desde que se cortó la sabiendo que el período de semidesintegración del $^{14}C$ utilizado es de 5 590 años.**

La actividad de desintegración es: $A = N \cdot \lambda$
El número de átomos es: $N = N_0\, e^{-\lambda t}$

La muestra reciente tendrá un número $N_0$ de átomos, por tanto el cociente entre las actividades será:

$$\frac{A_0}{A} = \frac{N_0\lambda}{N\lambda} = \frac{N_0}{N_0 e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{A_0}{A}$$

La constante de desintegración se puede calcular en función del periodo de semidesintegración a través de la ecuación:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5\,590} = 1{,}24 \cdot 10^{-4}\ \text{años}^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación inicial se tiene:

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{A_0}{A} = \frac{1}{1{,}24 \cdot 10^{-4}}\ln\frac{700}{90} = 16\,542\ \text{años}$$

**Una muestra radiactiva disminuye desde $10^{15}$ a $10^{9}$ núcleos en 8 días. Calcula: a) La constante radiactiva $\lambda$ y el periodo de semidesintegración $T_{1/2}$; b)La actividad de una muestra una vez transcurridos 20 días desde que tenía $10^{15}$ núcleos.**

2.-a) Sustituyendo los datos que tenemos en la ley de la desintegración radiactiva, obtenemos el valor de $\lambda$.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$10^8 = 10^{15} e^{-\lambda \cdot 8}; \qquad \frac{10^8}{10^{15}} = e^{-\lambda \cdot 8}; \qquad 10^{-7} = e^{-8\lambda}$$

$$-7 \cdot \ln 10 = -8\lambda \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = \frac{7 \ln 10}{8} = 2$$

Para calcular el periodo de semidesintegración de una muestra hacemos que esta se reduzca a la mitad y despejamos el valor del tiempo.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}; \qquad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,347 \text{ días}$$

b) La actividad es la velocidad de desintegración de la muestra y depende en cada momento del número de núcleos que posee.

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(N_0 e^{-\lambda t}\right) = \lambda N$$

Calculamos en primer lugar el número de núcleos que quedan al cabo de 20 días:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \qquad N = 10^{15} \cdot e^{-2 \cdot 20} = 4,25 \cdot 10^{-3}$$

La actividad será:

$$\frac{dN}{dt} = 2 \cdot 4,25 \cdot 10^{-3} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ desintegraciones/día}$$

**El $^{131}I$ tiene un periodo de semidesintegración *$T = 8,04$ días*. ¿Cuántos átomos de $^{131}I$ quedarán en una muestra que inicialmente tiene $N_0$ átomos de $^{131}I$ al cabo de *16,08 días*? Considera los casos *$N_0 = 10^{12}$ átomos* y *$N_0 = 2$ átomos*. Comenta los resultados.**

El periodo de semidesintegración es el tiempo que tiene que pasar para que una muestra de $N_0$ átomos se reduzca a la mitad.

En el caso del Yodo-131 su periodo de semidesintegración es T = 8,04 días, luego cada vez que pasan 8,04 días la muestra inicial se reduce a la mitad. Sin utilizar ningún tipo de fórmula:

$$N_0 \xrightarrow{T = 8,04 \text{ días}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T = 8,04 \text{ días}} \frac{N_0/2}{2} = \frac{N_0}{4}$$

Si $N_0 = 10^{12}$ entonces $\frac{N_0}{4} = 2,5 \cdot 10^{11}$ átomos

La ley de la desintegración radiactiva se aplica a grandes cantidades de núcleos. Lo que hace es promediar lo que ocurre cada cierto periodo de tiempo con todos los núcleos.

Cuando trabajamos con pequeñas cantidades de núcleos, se puede promediar pero con la posibilidad de cometer grandes errores ya que es impredecible el momento en que se va a desintegrar un núcleo. Es decir que si tenemos un solo núcleo, no podemos deducir en que momento se va a desintegrar.

Luego en el caso $N_0 = 2$ no podemos predecir lo que ocurrirá en $2t_{1/2}$.