Universidad Zaragoza 1542

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATORIA ORDINARIA DE 2022

EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**

TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.
El/la estudiante debe indicar claramente, <u>en la primera página del tríptico</u>, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

1) Dada la siguiente función

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x}+e^3, & x\le 0\\ (1-x)^{a/x}, & x>0\end{cases},\quad a\in\mathbb{R}$$

a) (1 punto) Determina los valores de $a\in\mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua en $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Calcula, para $a = 1$ la recta tangente a la función en $x=-4$.

2) Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-2}-\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]$$

3) Calcula:

$$\int e^{-x}\left(x^2-1\right)dx$$

4) Para la siguiente función

$$f(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$$

a) (1 punto) Obtén el dominio de definición y estudia su crecimiento y decrecimiento.

b) (1 punto) Analiza la curvatura (concavidad = $\cap$ y convexidad = $\cup$) y existencia de puntos de inflexión en su dominio de definición. Obtén los puntos de inflexión, caso de existir.

5) Dada la siguiente matriz:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $AX-2I=A^2$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
b) (1 punto) Analiza el rango de la matriz $A-mB$, según los valores de $m\in\mathbb{R}$, siendo A la matriz del apartado anterior y

$$B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}.$$

6)

a) (1 punto) Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = -2$, calcula justificadamente $\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x/2 & z/2 & y/2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

b) (1 punto) Comprueba que la matriz B es invertible y calcula su inversa, siendo

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} -x+3y+z=5 \\ 2x \qquad +az=-4 \\ 4x \qquad -3z=a+1 \end{cases}$$

a) (1 punto) Discute según los valores de $a \in \mathbb{R}$ qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones (compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible).

b) (1 punto) Resuelve el sistema para $a = 1$.

8)

a) (1 punto) Escribe la ecuación del plano que contiene a las rectas r_1 y r_2, y además pasa por el punto $(-1,2,1)$, siendo

$$r_1 = \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = -1+6t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$$

b) (1 punto) Dado el vector $\vec{v} = (2, k, 2k)$, calcula el valor $k \in \mathbb{R}$ para que $\vec{v}$ y los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 sean linealmente dependientes.

9)

a) (1 punto) Dados los vectores $\overrightarrow{v_1} = a\overrightarrow{u_1} - 2\overrightarrow{u_2} + 3\overrightarrow{u_3}$, $\overrightarrow{v_2} = -\overrightarrow{u_1} + a\overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3}$, determina el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que los vectores $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$ sean ortogonales, sabiendo que los vectores $\left\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\right\}$ son ortogonales y de módulo igual a 1

b) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro formado por los vectores $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ *y* $\overrightarrow{v_3} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$, siendo

$$\overrightarrow{v_1} = (1,0,-2) \text{ y } \overrightarrow{v_2} = (3,1,0)$$

10) El peso de los recién nacidos de una localidad sigue una distribución normal de media 3300 gramos y desviación típica 465 gramos. Un recién nacido tiene bajo peso si su peso es inferior a 2500 gramos.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga bajo peso?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga un peso entre 3500 y 4000 gramos?

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

SOLUCIONES

1) Dada la siguiente función

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x}+e^3, & x\le 0\\ (1-x)^{a/x}, & x>0\end{cases}, \quad a\in\mathbb{R}$$

a) (1 punto) Determina los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua en $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Calcula, para $a = 1$ la recta tangente a la función en $x=-4$.

a) La función es continua en $x < 0$ pues existe la raíz, también es continua en $x > 0$ pues existe y es continua, el único problema es en $x = 0$ pero no se incluye.
Estudiamos la continuidad en $x = 0$ comprobando que los límites laterales coincidan con el valor de la función.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt{-x}+e^3=\sqrt{-0}+e^3=\boxed{e^3}\\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(1-x)^{a/x}=1^{a/0^+}=1^{+\infty}=Indeterminación=\\ \qquad =e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{a}{x}(1-x-1)}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{a}{x}(-x)}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}-a}=\boxed{e^{-a}}\\ f(0)=\sqrt{-0}+e^3=\boxed{e^3}\end{array}\right\}$$

Para que sean los tres valores iguales debe cumplirse $e^{-a}=e^3 \Rightarrow -a=3 \Rightarrow \boxed{a=-3}$

b) La ecuación de la recta tangente en $x=-4$ es $y-f(-4)=f'(-4)\left(x-(-4)\right)$.
La función en $x=-4$ es $f(x)=\sqrt{-x}+e^3$

Calculamos el valor de la función y su derivada en $x=-4$ y lo sustituimos en la ecuación de la recta tangente.

$$\left.\begin{array}{l}f(x)=\sqrt{-x}+e^3 \Rightarrow f(-4)=\sqrt{4}+e^3=2+e^3\\ f'(x)=\dfrac{-1}{2\sqrt{-x}}+0=\dfrac{-1}{2\sqrt{-x}} \Rightarrow f'(-4)=\dfrac{-1}{2\sqrt{4}}=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right\} \Rightarrow y-\left(2+e^3\right)=-\frac{1}{4}(x+4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y-2-e^3=-\frac{1}{4}x-1 \Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{4}x+e^3+1}$$

2) Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-2}-\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-2}-\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]=\infty-\infty=Indeterminación=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[\sqrt{3x^2-2}-\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]\left[\sqrt{3x^2-2}+\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]}{\left[\sqrt{3x^2-2}+\left(\sqrt{3}x+5\right)\right]}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{3x^2-2}\right)^2-\left(\sqrt{3}x+5\right)^2}{\sqrt{3x^2-2}+\sqrt{3}x+5}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2-2-\left(\left(\sqrt{3}x\right)^2+5^2+2\cdot\sqrt{3}x\cdot5\right)}{\sqrt{3x^2-2}+\sqrt{3}x+5}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2-2-\left(3x^2+25+10\cdot\sqrt{3}x\right)}{\sqrt{3x^2-2}+\sqrt{3}x+5}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{3x^2}-2-\cancel{3x^2}-25-10\cdot\sqrt{3}x}{\sqrt{3x^2-2}+\sqrt{3}x+5}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-27-10\cdot\sqrt{3}x}{\sqrt{3x^2-2}+\sqrt{3}x+5}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-\frac{27}{x}-\frac{10\cdot\sqrt{3}x}{x}}{\sqrt{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{2}{x^2}}+\frac{\sqrt{3}x}{x}+\frac{5}{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-\frac{27}{x}-10\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3-\frac{2}{x^2}}+\sqrt{3}+\frac{5}{x}}=\frac{-0-10\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3-0}+\sqrt{3}+0}=\frac{-10\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{-10\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\boxed{-5}$$

3) Calcula:

$$\int e^{-x}\left(x^2-1\right)dx$$

Es una integral que podemos calcular usando el método de integración por partes.

$$\int e^{-x}\left(x^2-1\right)dx=\left\{\begin{array}{l}\text{Integración por partes}\\ u=x^2-1\rightarrow du=2xdx\\ dv=e^{-x}dx\rightarrow v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}\end{array}\right\}=$$

$$=\left(x^2-1\right)\left(-e^{-x}\right)-\int\left(-e^{-x}\right)2xdx=-e^{-x}\left(x^2-1\right)+2\int xe^{-x}dx=\ldots$$

$$\int xe^{-x}dx=\left\{\begin{array}{l}\text{Integración por partes}\\ u=x\rightarrow du=dx\\ dv=e^{-x}dx\rightarrow v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}\end{array}\right\}=x\left(-e^{-x}\right)-\int -e^{-x}dx=$$

$$=-xe^{-x}+\int e^{-x}dx=-xe^{-x}-e^{-x}$$

$$\ldots=-e^{-x}\left(x^2-1\right)+2\left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]=-x^2e^{-x}+e^{-x}-2xe^{-x}-2e^{-x}$$

$$\boxed{\int e^{-x}\left(x^2-1\right)dx=-x^2e^{-x}-2xe^{-x}-e^{-x}+K}$$

4) Para la siguiente función

$$f(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$$

a) (1 punto) Obtén el dominio de definición y estudia su crecimiento y decrecimiento.

b) (1 punto) Analiza la curvatura (concavidad = $\cap$ y convexidad = $\cup$) y existencia de puntos de inflexión en su dominio de definición. Obtén los puntos de inflexión, caso de existir.

a) El dominio de definición son todos los números reales menos los valores que anulan el denominador, por lo que $Dominio\ f(x)=\mathbb{R}-\{0\}$.

Obtenemos la expresión de la derivada y buscamos sus puntos críticos.

$$f(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}\Rightarrow f\,'(x)=\frac{2(x-1)x^2-2x(x-1)^2}{x^4}=\frac{2(x^3-x^2)-2x(x^2-2x+1)}{x^4}=$$

$$=\frac{\cancel{2x^3}-2x^2-\cancel{2x^3}+4x^2-2x}{x^4}=\frac{2x^2-2x}{x^4}$$

$$f\,'(x)=0\Rightarrow\frac{2x^2-2x}{x^4}=0\Rightarrow 2x^2-2x=0\Rightarrow 2x(x-1)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ x-1=0\Rightarrow x=1\end{cases}$$

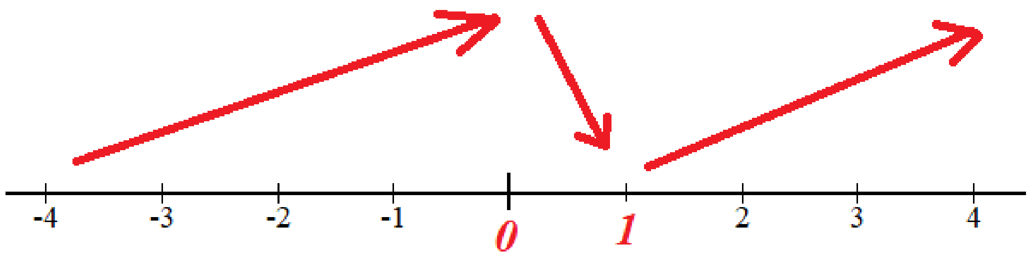
Los puntos críticos son $x = 0$ (no pertenece al dominio pero puede influir en el cambio de signo de la derivada) y $x = 1$. Estudiamos el cambio de signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores.

En $(-\infty,0)$ tomamos $x=-1\Rightarrow f\,'(-1)=\dfrac{2(-1)^2-2(-1)}{(-1)^4}=4>0\Rightarrow$ crece en $(-\infty,0)$

En $(0,1)$ tomamos $x=0.5\Rightarrow f\,'(0.5)=\dfrac{2\cdot 0.5^2-2\cdot 0.5}{0.5^4}=-8<0\Rightarrow$ decrece en $(0,1)$

En $(1,+\infty)$ tomamos $x=2\Rightarrow f\,'(2)=\dfrac{2\cdot 2^2-2\cdot 2}{2^4}=\dfrac{4}{16}>0\Rightarrow$ crece en $(1,+\infty)$

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(0,1)$.

b) Para el estudio de la concavidad o convexidad utilizamos el signo de la derivada segunda.

$$f\,'(x)=\frac{2x^2-2x}{x^4}=\frac{x(2x-2)}{x^4}=\frac{2x-2}{x^3}$$

$$f\,''(x)=\frac{2\cdot x^3-3x^2(2x-2)}{x^6}=\frac{2x^3-6x^3+6x^2}{x^6}=\frac{-4x^3+6x^2}{x^6}=\frac{x^2(-4x+6)}{x^6}=\frac{-4x+6}{x^4}$$

$$f\,''(x)=0\Rightarrow\frac{-4x+6}{x^4}=0\Rightarrow -4x+6=0\Rightarrow 4x=6\Rightarrow x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1.5$$

El posible punto de inflexión es $x = 1.5$.

Como en $x = 0$ la función presenta una discontinuidad estudiamos el cambio de signo de la derivada segunda antes de $x = 0$, entre $x = 0$ y $x = 1.5$ y después de $x = 1.5$.

En $(-\infty,0)$ tomamos $x=-1\Rightarrow f\,''(-1)=\dfrac{-4(-1)+6}{(-1)^4}=10>0\Rightarrow$ convexa en $(-\infty,0)$

En $(0,1.5)$ tomamos $x=1\Rightarrow f\,''(1)=\dfrac{-4(1)+6}{(1)^4}=2>0\Rightarrow$ convexa en $(0,1.5)$

En $(1.5,+\infty)$ tomamos $x=2\Rightarrow f\,''(2)=\dfrac{-4(2)+6}{(2)^4}=\dfrac{-2}{16}<0\Rightarrow$ cóncava en $(1.5,+\infty)$

La función es convexa en $(-\infty,0)\cup(0,1.5)$ y cóncava en $(1.5,+\infty)$.

En $x = 1.5$ hay un cambio de convexidad a concavidad, por lo que $x = 1.5$ es un punto de inflexión. Como $f(1.5)=\dfrac{(1.5-1)^2}{1.5^2}=\dfrac{1}{9}$ el punto de inflexión tiene coordenadas $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{9}\right)$

5) Dada la siguiente matriz:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $AX-2I=A^2$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

b) (1 punto) Analiza el rango de la matriz $A-mB$, según los valores de $m\in\mathbb{R}$, siendo A la matriz del apartado anterior y

$$B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}.$$

a) Comprobamos si la matriz A es invertible viendo si su determinante es no nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=0-1+0+0+0+0=-1\neq 0$$

La matriz A tiene inversa. La hallamos para utilizarla en la resolución de la ecuación matricial.

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A^T=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}}{-1}=-\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}\\ +\begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1 & 0\\ -1 & 0\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=-\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\ -1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

Despejamos de la ecuación la matriz X.

$$AX-2I=A^2\Rightarrow AX=A^2+2I\Rightarrow X=A^{-1}\left(A^2+2I\right)$$

Sustituimos y calculamos la matriz X.

$$A^2+2I=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&0&1\\1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&0&1\\1&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1+0+0&-1+0+0&0-1+0\\1&0&1\\1+0+1&-1+0+0&0+0+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\1&0&1\\2&-1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-1&-1\\1&2&1\\2&-1&3\end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}\left(A^2+2I\right)=\begin{pmatrix}0&-1&1\\-1&-1&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&-1&-1\\1&2&1\\2&-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0-1+2&0-2-1&0-1+3\\-3-1+2&1-2-1&1-1+3\\0+1+0&0+2+0&0+1+0\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}1&-3&2\\-2&-2&3\\1&2&1\end{pmatrix}}$$

b) Determinamos la expresión de la matriz $A-mB$

$$A-mB=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&0&1\\1&0&1\end{pmatrix}-m\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&1\\0&-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1+m&0\\-m&0&1-m\\1&m&1\end{pmatrix}$$

Para que su rango sea 3 debe tener determinante no nulo.

$$\begin{vmatrix}1&-1+m&0\\-m&0&1-m\\1&m&1\end{vmatrix}=0+(-1+m)(1-m)+0-0-(-m)(-1+m)-m(1-m)=$$

$$=-1\cancel{+m}+\cancel{m}\cancel{-m^2}\cancel{-m}+\cancel{m^2}\cancel{-m}+m^2=m^2-1$$

$$|A-mB|=0\Rightarrow m^2-1=0\Rightarrow m^2=1\Rightarrow \boxed{m=\sqrt{1}=\pm 1}$$

Si $m\neq\pm 1$ el determinante de $A-mB$ es no nulo y su rango es 3.
Si $m = 1$ o $m = -1$ el determinante es nulo y su rango no es 3.

Veamos cuál es su rango si $m = 1$ o $m = -1$.

Si $m = 1$ la matriz queda $A-mB=A-B=\begin{pmatrix}1&-1+1&0\\-1&0&1-1\\1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

Tomamos el menor de orden 2 que resulta de quitar la primera fila y la última columna. Su determinante es no nulo. Por lo que su rango es 2.

$$\text{Menor de orden 2} \rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

Si $m = -1$ la matriz queda $A - mB = A + B = \begin{pmatrix} 1 & -1-1 & 0 \\ 1 & 0 & 1+1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Tomamos el menor de orden 2 que resulta de quitar la última fila y la última columna. Su determinante es no nulo. Por lo que su rango es 2.

$$\text{Menor de orden 2} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

Resumiendo: El rango de $A - mB$ es 3 si $m \neq \pm 1$ y es 2 si $m = 1$ o $m = -1$.

6)

a) (1 punto) Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = -2$, calcula justificadamente $\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x/2 & z/2 & y/2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

b) (1 punto) Comprueba que la matriz B es invertible y calcula su inversa, siendo

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calculamos el valor del determinante pedido.

$$\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x/2 & z/2 & y/2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \{\text{Saco factor común 1/2 en la fila 2ª}\} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x & z & y \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= \{\text{Saco factor común 3 en la fila 3ª}\} = \frac{1}{2}\cdot 3\begin{vmatrix} -a+2 & -c+2 & -b+2 \\ x & z & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{3}{2}\left[\begin{vmatrix} -a & -c & -b \\ x & z & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ x & z & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}\right] = \left\{\begin{array}{l}\text{Fila 1ª es el doble de la 3ª} \\ \text{el determinante vale 0}\end{array}\right\} = \frac{3}{2}\left[\begin{vmatrix} -a & -c & -b \\ x & z & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 0\right] =$$

$$= \{\text{Saco factor común } -1 \text{en la fila 1ª}\} = \frac{3}{2}(-1)\begin{vmatrix} a & c & b \\ x & z & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \{\text{Fila 1ª} \leftrightarrow \text{Fila 3ª}\} =$$

$$= \frac{-3}{2}(-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & z & y \\ a & c & b \end{vmatrix} = \{\text{Columna 2ª} \leftrightarrow \text{Columna 3ª}\} =$$

$$= \frac{3}{2}(-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = \frac{-3}{2}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = \frac{-3}{2}(-2) = \boxed{3}$$

b) Para que sea invertible su determinante debe ser no nulo.

$$|B| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 10 + 0 - 0 - 0 + 9 = -4 \neq 0$$

Al ser no nulo el determinante la matriz B es invertible. Calculamos su matriz inversa.

$$B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 5 & 3 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow B^T=\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\\ 2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & -1\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{Adj\left(B^T\right)}{|B|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}3 & 0 & 5\\ 2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & -1\end{pmatrix}}{-4}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}1 & 3\\ -1 & -1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 3\\ 0 & -1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}0 & 5\\ -1 & -1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}3 & 5\\ 0 & -1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}3 & 0\\ 0 & -1\end{vmatrix}\\ +\begin{vmatrix}0 & 5\\ 1 & 3\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}3 & 5\\ 2 & 3\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}3 & 0\\ 2 & 1\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$\boxed{B^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix}2 & 2 & -2\\ -5 & -3 & 3\\ -5 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2 & -1/2 & 1/2\\ 5/4 & 3/4 & -3/4\\ 5/4 & -1/4 & -3/4\end{pmatrix}}$$

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} -x+3y+z=5 \\ 2x \qquad +az=-4 \\ 4x \qquad -3z=a+1 \end{cases}$$

a) (1 punto) Discute según los valores de $a \in \mathbb{R}$ qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones (compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible).
b) (1 punto) Resuelve el sistema para *a = 1*.

a) La matriz de coeficientes es $A=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & a \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & a & -4 \\ 4 & 0 & -3 & a+1 \end{pmatrix}$$

Vemos cuando se anula el determinante de la matriz A.

$$|A|=\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & a \\ 4 & 0 & -3 \end{vmatrix}=0+12a+0-0+18+0=12a+18$$

$$|A|=0 \Rightarrow 12a+18=0 \Rightarrow a=-\frac{18}{12}=-\frac{3}{2}$$

Estudiamos dos casos.

CASO 1. $a \neq -\frac{3}{2}$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que el rango de A/B e igual que el número de incógnitas.
El sistema es compatible determinado (única solución)

CASO 2. $a=-\frac{3}{2}$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.

Las matrices quedan $A \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -3/2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ y $A/B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -3/2 & -4 \\ 4 & 0 & -3 & -1/2 \end{pmatrix}$.

Estudiamos el rango de ambas utilizando el método de Gauss.

$$A/B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -1.5 & -4 \\ 4 & 0 & -3 & -0.5 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila 2}^{\text{a}} + 2\cdot\text{Fila 1}^{\text{a}} \\ \begin{array}{cccc} 2 & 0 & -1.5 & -4 \\ -2 & 6 & 2 & 10 \\ \hline 0 & 6 & 0.5 & 6 \end{array} \to \text{Nueva Fila 2}^{\text{a}} \end{array} \right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Fila } 3^{a} + 4 \cdot \text{Fila } 1^{a} \\ \begin{array}{cccc} 4 & 0 & -3 & -0.5 \\ -4 & 12 & 4 & 20 \\ \hline 0 & 12 & 1 & 19.5 \end{array} \to \text{Nueva Fila } 2^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & 0.5 & 6 \\ 0 & 12 & 1 & 19.5 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Fila } 3^{a} - 2 \cdot \text{Fila } 2^{a} \\ \begin{array}{cccc} 0 & 12 & 1 & 19.5 \\ 0 & -12 & -1 & -12 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 7.5 \end{array} \to \text{Nueva Fila } 3^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & 1/2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 7.5 \end{pmatrix}$$

La matriz A tiene rango 2 y la matriz A/B tiene rango 3 por lo que el sistema es incompatible (sin solución).

b) Para $a = 1$ el sistema es compatible determinado (CASO 1). Lo resolvemos.

$$\begin{cases} -x+3y+z=5 \\ 2x \quad +z=-4 \\ 4x \quad -3z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+3y+z=5 \\ z=-4-2x \\ 4x \quad -3z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+3y+(-4-2x)=5 \\ 4x \quad -3(-4-2x)=2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x+3y-4-2x=5 \\ 4x \quad +12+6x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x+3y=9 \\ 10x=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x+3y=9 \\ \boxed{x=\dfrac{-10}{10}=-1} \end{cases} \Rightarrow 3+3y=9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y=6 \Rightarrow \boxed{y=2} \Rightarrow \boxed{z=-4-2(-1)=-2}$$

La solución es $x = -1$, $y = 2$, $z = -2$.

8)
a) (1 punto) Escribe la ecuación del plano que contiene a las rectas r_1 y r_2, y además pasa por el punto $(-1,2,1)$, siendo

$$r_1 = \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{y} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = -1+6t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$$

b) (1 punto) Dado el vector $\vec{v} = (2,k,2k)$, calcula el valor $k \in \mathbb{R}$ para que $\vec{v}$ y los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 sean linealmente dependientes.

a) Estudiamos la posición relativa de ambas rectas.

$$r_1 \equiv \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1} \Rightarrow r_1 \equiv \begin{cases} P_1 = (0,-2,0) \in r_1 \\ \overrightarrow{v_1} = (3,1,1) \end{cases}$$

$$r_2 \equiv \begin{cases} x = -1+6t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow r_2 \equiv \begin{cases} Q_2 = (-1,0,0) \in r_2 \\ \overrightarrow{u_2} = (6,-2,1) \end{cases}$$

Los vectores directores de las rectas no tienen coordenadas proporcionales, por lo que ni son paralelas ni coincidentes. Las rectas se cortan o cruzan.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{v_1} = (3,1,1) \\ \overrightarrow{u_2} = (6,-2,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3}{6} \neq \frac{1}{-2} \neq \frac{1}{1}$$

Estudiamos el valor nulo o no del producto mixto de los vectores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{u_2}$ y $\overrightarrow{P_1Q_2}$.

$$\overrightarrow{P_1Q_2} = (-1,0,0) - (0,-2,0) = (-1,2,0)$$

$$\left[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{P_1Q_2}\right] = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 + 12 - 2 + 0 - 6 = 3 \neq 0$$

Al ser el producto mixto no nulo las rectas se cruzan. El plano que contenga a ambas rectas no existe.
Podemos hallar el plano ***paralelo*** a ambas rectas que pasa por el punto (–1,2,1).

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} = \overrightarrow{v_1} = (3,1,1) \\ \vec{u} = \overrightarrow{u_2} = (6,-2,1) \\ (-1,2,1) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+1+6y-12-6z+6-6z+6-3y+6+2x+2 = 0 \Rightarrow \pi \equiv 3x+3y-12z+9 = 0$$

La ecuación del plano ***paralelo*** a las rectas r_1 y r_2, y que pasa por el punto $(-1,2,1)$ tiene como ecuación $\pi \equiv x+y-4z+3=0$.

b) Para que tres vectores sean dependientes el producto mixto de dichos vectores debe ser 0.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}=(2,k,2k)\\ \vec{v_1}=(3,1,1)\\ \vec{u_2}=(6,-2,1)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\vec{v_1},\vec{u_2},\vec{v}\right]=\begin{vmatrix}3 & 1 & 1\\ 6 & -2 & 1\\ 2 & k & 2k\end{vmatrix}=-12k+2+6k+4-12k-3k=-21k+6$$

$$\left[\vec{v_1},\vec{u_2},\vec{v}\right]=0 \Rightarrow -21k+6=0 \Rightarrow 21k=6 \Rightarrow \boxed{k=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}}$$

9)
a) (1 punto) Dados los vectores $\vec{v_1} = a\vec{u_1} - 2\vec{u_2} + 3\vec{u_3},\ \vec{v_2} = -\vec{u_1} + a\vec{u_2} + \vec{u_3}$, determina el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que los vectores $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$ sean ortogonales, sabiendo que los vectores $\{\vec{u_1}, \vec{u_2}, \vec{u_3}\}$ son ortogonales y de módulo igual a 1

b) (1 punto) Calcula el volumen del tetraedro formado por los vectores $\vec{v_1},\ \vec{v_2}\ y\ \vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$, siendo $\vec{v_1} = (1,0,-2)$ y $\vec{v_2} = (3,1,0)$

a) Que los vectores $\{\vec{u_1}, \vec{u_2}, \vec{u_3}\}$ sean ortogonales y de módulo igual a 1 implica que:

$$\begin{aligned} &\textit{Ortogonales} \rightarrow\ \vec{u_1}\cdot\vec{u_2} = 0;\ \vec{u_1}\cdot\vec{u_3} = 0;\ \vec{u_2}\cdot\vec{u_3} = 0 \\ &\textit{Módulo } 1 \rightarrow\ \vec{u_1}\cdot\vec{u_1} = 1;\ \vec{u_2}\cdot\vec{u_2} = 1;\ \vec{u_3}\cdot\vec{u_3} = 1 \end{aligned}$$

Para que los vectores $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$ sean ortogonales su producto escalar debe ser 0.

$$\begin{aligned} \vec{v_1}\cdot\vec{v_2} &= \left(a\vec{u_1} - 2\vec{u_2} + 3\vec{u_3}\right)\left(-\vec{u_1} + a\vec{u_2} + \vec{u_3}\right) = a\vec{u_1}\cdot\left(-\vec{u_1}\right) + a\vec{u_1}\cdot\left(a\vec{u_2}\right) + a\vec{u_1}\cdot\left(\vec{u_3}\right) + \\ &\qquad - 2\vec{u_2}\cdot\left(-\vec{u_1}\right) - 2\vec{u_2}\cdot\left(a\vec{u_2}\right) - 2\vec{u_2}\cdot\left(\vec{u_3}\right) + \\ &\qquad + 3\vec{u_3}\cdot\left(-\vec{u_1}\right) + 3\vec{u_3}\cdot\left(a\vec{u_2}\right) + 3\vec{u_3}\cdot\left(\vec{u_3}\right) = \\ &= -a\vec{u_1}\cdot\vec{u_1} + a^2\vec{u_1}\cdot\vec{u_2} + a\vec{u_1}\cdot\vec{u_3} - 2\vec{u_2}\cdot\vec{u_1} - 2a\vec{u_2}\cdot\vec{u_2} - 2\vec{u_2}\cdot\vec{u_3} - 3\vec{u_3}\cdot\vec{u_1} + 3a\vec{u_3}\cdot\vec{u_2} + 3\vec{u_3}\cdot\vec{u_3} = \\ &= -a + a^2\cdot 0 + a\cdot 0 - 2\cdot 0 - 2a - 2\cdot 0 - 3\cdot 0 + 3\cdot 0 + 3 = -3a + 3 \end{aligned}$$

$$\vec{v_1}\cdot\vec{v_2} = 0 \Rightarrow -3a + 3 = 0 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

b) Obtenemos las coordenadas del vector $\vec{v_3}$

$$\vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2} = (1,0,-2) + (3,1,0) = (4,1,-2)$$

Aplicamos la fórmula del volumen del tetraedro como la sexta parte del producto mixto de los tres vectores que lo definen.
Calculamos primero el producto mixto.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v_1} = (1,0,-2) \\ \vec{v_2} = (3,1,0) \\ \vec{v_3} = (4,1,-2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}\right] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -2 + 0 - 6 + 8 + 0 + 0 = 0$$

Este valor es el volumen del paralelepípedo que forman los tres vectores, al ser este 0 el volumen del tetraedro también será 0.

Es lógico pues el vector $\vec{v_3}$ es combinación lineal de $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$, y por tanto son dependientes siendo su producto mixto nulo.
Los tres vectores son coplanarios y no forman ningún tetraedro, forman una superficie plana.

10) El peso de los recién nacidos de una localidad sigue una distribución normal de media 3300 gramos y desviación típica 465 gramos. Un recién nacido tiene bajo peso si su peso es inferior a 2500 gramos.

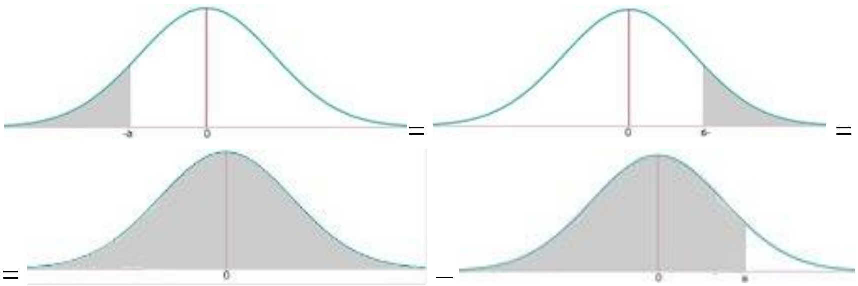
a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga bajo peso?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un recién nacido en esta localidad tenga un peso entre 3500 y 4000 gramos?

X = Peso de un recién nacido. X = N(3300, 465)

a) Nos piden determinar $P(X<2500)$

$$P(X<2500)=\left\{\begin{array}{l}Tipificamos\\ Z=\dfrac{X-3300}{465}\end{array}\right\}=P\left(\frac{X-3300}{465}<\frac{2500-3300}{465}\right)=P(Z<-1.7204)=$$



$$=P(Z\geq 1.7204)=1-P(Z\leq 1.7204)=\{\text{Miramos en la tabla N}(0,1)\}=1-0.9573=\boxed{0.0427}$$

k	0.00	0.01	0.02	0
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.
1.7	0.9554	0.9564	$\boxed{0.9573}$	0.
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.

b) Nos piden determinar $P(3500\leq X\leq 4000)$.

$$P(3500\leq X\leq 4000)=\left\{\begin{array}{l}Tipificamos\\ Z=\dfrac{X-3300}{465}\end{array}\right\}=P\left(\frac{3500-3300}{465}\leq\frac{X-3300}{465}\leq\frac{4000-3300}{465}\right)=$$

$$=P(0.43\leq Z\leq 1.505)=P(Z\leq 1.51)-P(Z\leq 0.43)=\{\text{Miramos en la tabla N}(0,1)\}=\ldots$$

k	0.00	0.01	0.0
0.0	0.5000	0.5[illegible]40	0.5
0.1	0.5398	0.5[illegible]38	0.5
0.2	0.5793	0.5[illegible]32	0.5
0.3	0.6179	0.6[illegible]17	0.6
0.4	0.6554	0.6[illegible]91	0.6
0.5	0.6915	0.6[illegible]50	0.6
0.6	0.7257	0.7[illegible]91	0.7
0.7	0.7580	0.7[illegible]11	0.7
0.8	0.7881	0.7[illegible]10	0.7
0.9	0.8159	0.8[illegible]86	0.8
1.0	0.8413	0.8[illegible]38	0.8
1.1	0.8643	0.8[illegible]65	0.8
1.2	0.8849	0.8[illegible]69	0.8
1.3	0.9032	0.9[illegible]49	0.9
[illegible]	0.9192	[illegible]	0.9
1.5	[illegible]	0.9345	0.9
1.6	0.9452	[illegible]	0.9
1.7	0.9554	0.9564	0.9

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.0
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	[illegible]	0.5
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5[illegible]17	0.5
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5[illegible]10	0.5
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	[illegible]	0.6
0.4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.6664	0.6
[illegible]	0.6915	0.6950	0.6985	[illegible]	0.7
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7

$$\ldots = 0.9345 - 0.6664 = \boxed{0.2681}$$