

EJERCICIOS SOBRE CINEMÁTICA: “EL MOVIMIENTO”

Estrategia a seguir para resolver los ejercicios.

1. Lea detenidamente el ejercicio las veces que necesite, hasta que tenga claro en qué consiste y qué es lo que le están pidiendo.
2. Haga un dibujo que resuma y simplifique el enunciado propuesto.
3. Considere un punto o sistema de referencia.
4. Tome un criterio de signos (el que crea más conveniente). CONSEJO: tome (+) el sentido en el que se produce el movimiento.
5. Identifique el movimiento en cuestión (M.R.U., o bien, M.R.U.A.).
6. Anote las ecuaciones correspondientes al movimiento elegido.
7. Por último, elija la ecuación más conveniente y sustituya las variables por sus correspondientes valores.
8. Búsquele una lógica al resultado que ha obtenido e interprételo.

----oOo----

POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

1.-/ Razone cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas. La velocidad media de una partícula en un intervalo de tiempo es:

- a) El cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo.
- b) El cociente entre el espacio recorrido y el intervalo de tiempo.
- c) Es igual cualquiera que sea la trayectoria.
- d) Depende de la trayectoria.

Sol: a) y c)

2.-/ Un hombre sale de su casa para ir a comprar una revista a un kiosco que se encuentra situado a 120 m de la vivienda y luego regresa a su casa. Justifique: ¿qué afirmación o afirmaciones son las correctas?

- a) El hombre se ha desplazado 120 m.
- b) El hombre se ha desplazado 240 m.
- c) El hombre no se ha desplazado.
- d) Ha recorrido 240 m.

Sol: c) y d)

3.-/ El movimiento de una partícula viene dado por las ecuaciones $x = 4t$, $y = 2t - 2$, en donde x e y se miden en metros y t en segundos. Calcule:

- a) La posición de la partícula en cualquier instante (el vector de posición).
- b) La posición en los instantes $t = 0$ y $t = 2$ s.
- c) ¿Dónde se encuentra la partícula a los 5 s?
- d) Determine la distancia del origen del sistema de referencia a la que se encuentra la partícula en ese instante ($t = 5$ s).

Sol: a) $\mathbf{r} = 4t \mathbf{i} + (2t-2) \mathbf{j}$ (m). b) $\mathbf{r}_0 = -2 \mathbf{j}$ (m) ; $\mathbf{r}_2 = 8 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j}$ (m). c) $\mathbf{r}_5 = 20 \mathbf{i} + 8 \mathbf{j}$ (m). d) 21,54 m.

4.-/ Una partícula material se mueve en el espacio de forma que su posición viene dada por las ecuaciones: $x = t^2$; $y = t - 2$, expresadas en el S.I. Calcule:

- a) La posición de la partícula en los instantes $t = 0$, $t = 1$ y $t = 2$ s.
- b) El vector desplazamiento y su módulo en el intervalo de tiempo entre $t = 0$ y $t = 2$ s.

Sol: a) $\mathbf{r}_0 = -2 \mathbf{j}$ (m) ; $\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ (m) ; $\mathbf{r}_2 = 4 \mathbf{i}$ (m). b) $\Delta \mathbf{r} = 4 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j}$ (m) ; 4,47 m.

5.-/ Un ciclista se desplaza en línea recta 750 m. Si su posición final está a 1250 m del punto de referencia, el ciclista inició el recorrido desde una posición situada a:
(elige la/s respuesta/s correcta/s)

- a) 750 m del punto de referencia.
- b) 1250 m del punto de referencia.
- c) 500 m del punto de referencia.
- d) 2000 m del punto de referencia.
- e) No se puede hallar la posición de partida.

Sol: c) y d)

6.-/ Andrés sale a pasear y recorre 2 km hacia el norte, después se dirige 1 km hacia el este y, por último, se dirige hacia el sur y recorre 4 km. Determine:

- a) El espacio recorrido.
- b) El desplazamiento realizado.

Sol: a) 7 km. b) 2,24 km.

7.-/ En una competición de esquí un esquiador realiza el descenso haciendo muchas "eses", mientras que otro participante lo realiza en línea recta. Señale la afirmación o afirmaciones falsas:

- a) Los dos han realizado el mismo desplazamiento.
- b) Los dos han recorrido la misma distancia.
- c) Los dos han seguido la misma trayectoria.
- d) Bajaron con la misma velocidad media si tardaron el mismo tiempo.

Sol: b) y c)

8.-/ Una partícula se mueve sobre una superficie siguiendo una trayectoria definida por: $x = t^2$ e $y = t + 2$, medidas en el Sistema Internacional. Calcule:

- a) Su vector de posición.
- b) El vector desplazamiento y su módulo en el intervalo de tiempo entre $t = 1$ y $t = 3$ s.
- c) La velocidad media en ese intervalo.

Sol: a) $r = t^2 i + (t + 2) j$ (m). b) $r_1 = i + 3 j$ (m) ; $r_3 = 9 i + 5 j$ (m). ; $\Delta r = 8 i + 2 j$ (m) ; 8,25 m.
c) $v_m = 4 i + j$ (m/s). ; $v_m = 4,12$ m/s.

9.-/ Un particular se mueve a lo largo del eje OX según la ecuación: $x = t^2 + 2$ (m). Determine su velocidad media en el intervalo entre $t = 0$ y $t = 2$ s.

Sol: 2 i (m/s)

10.-/ El vector de posición de un móvil viene dado por: $r = (6t + 2) i + 3t j$ (S.I.). Calcule:

- a) El vector de posición en los instantes $t_1 = 1$ s y $t_2 = 2$ s.
- b) El vector desplazamiento entre t_1 y t_2 .
- c) El módulo de vector desplazamiento.

Sol: a) $r_1 = 8 i + 3 j$ (m) ; $r_2 = 14 i + 6 j$ (m). b) $\Delta r = 6 i + 3 j$ (m). c) 6,71 m.

11.-/ La ecuación del movimiento de una partícula viene dada por: $r = 3t i + (2t^2 + 3) j$ (S.I.). Se pide:

- a) El vector de posición inicial.
- b) La posición en el instante $t = 5$ s.
- c) La ecuación de la trayectoria.
- d) El vector desplazamiento que corresponde al intervalo entre 0 y 5 s.
- e) El módulo del vector desplazamiento en ese intervalo.

Sol: a) $r_0 = 3 j$ (m). b) $r_5 = 15 i + 53 j$ (m). c) $y = \frac{2}{9} x^2 + 3$. d) $\Delta r = 15 i + 50 j$ (m). e) 52,2 m.

- 12.-/ La ecuación del movimiento de un objeto viene dado por: $r = 3t^2 i + 2t j + k$ (S.I.). Determine:
- La velocidad media entre los instantes $t = 2$ s y $t = 5$ s
 - El módulo de la velocidad media.
 - La velocidad instantánea.
 - La velocidad en el instante $t = 3$ s y su módulo.

Sol: **a)** $v_m = 21 i + 2 j$ (m/s). **b)** 21,1 m/s. **c)** $v = 6t i + 2 j$ (m/s). **d)** $v_3 = 18 i + 2 j$ (m/s) ; 18,11 m/s.

- 13.-/ Dado el vector $r = (6t + 2) i + 3t j$ (S.I.), determine las componentes y el módulo de la velocidad instantánea.

Sol: $v = 6 i + 3 j$ (m/s) ; 6,71 m/s.

- 14.-/ La posición de una partícula viene dada por: $r = (2t^2 - 4) i + 6t j$ (S.I.). Calcule:

- El vector de posición inicial.
- La posición en el instante $t = 2$ s.
- La velocidad media entre $t = 0$ s y $t = 2$ s.
- La velocidad instantánea cuando $t = 3$ s.
- La ecuación de la trayectoria.

Sol: **a)** $r_0 = -4 i$ (m). **b)** $r_2 = 4 i + 12 j$ (m). **c)** $v_m = 4 i + 6 j$ (m/s). **d)** $v_3 = 12 i + 6 j$ (m/s).

e) $x = \frac{1}{18} y^2 - 4$.

- 15.-/ Las ecuaciones del movimiento de un objeto son: $x = 2t^2 + 1$; $y = 3t$; $z = t$. Determine:

- El vector de posición en el instante $t = 3$ s y $t = 6$ s.
- La velocidad media en ese intervalo y su módulo.
- La velocidad inicial y su módulo.
- La velocidad en el instante $t = 5$ s y su módulo.

Sol: **a)** $r_3 = 19 i + 9 j + 3k$ (m) ; $r_6 = 73 i + 18 j + 6 k$ (m). **b)** $v_m = 18 i + 3 j + k$ (m/s) ; 18,27 m/s.

c) $v_0 = 3j + k$ (m/s) ; 3,16 m/s. **d)** $v_5 = 20 i + 3 j + k$ (m/s) ; 20,25 m/s.

- 16.-/ Determine la velocidad instantánea que corresponde a cada uno de los siguientes movimientos:

- $r = (2 - t^2) i + t j + k$
- $r = 10 i + j + k$
- $r = t^3 j$

Sol: **a)** $v = -2t i + j$ (m/s). **b)** $v = 0$ m/s. **c)** $v = 3t^2 j$ (m/s).

- 17.-/ Un automóvil toma una curva disminuyendo el módulo de su velocidad. Indique qué afirmación es verdadera:

- Solamente existe aceleración tangencial.
- Solamente existe aceleración normal.
- Existen las dos aceleraciones anteriores.
- La aceleración normal es constante.

Sol: **c)**

- 18.-/ Dada la ecuación del movimiento de una partícula: $r = (t^2 - 4) i + 3t j - k$ (S.I.). Determine:

- La velocidad a los 2 segundos y su módulo.
- La velocidad media en el intervalo entre $t = 2$ s y $t = 4$ s.
- La aceleración.
- La aceleración media entre $t = 2$ s y $t = 6$ s.

Sol: **a)** $v_2 = 4 i + 3 j$ (m/s) ; 5 m/s. **b)** $v_m = 6 i + 3 j$ (m/s). **c)** $a = 2 i$ m/s². **d)** $a_m = 2 i$ m/s².

19.-/ Cierta movimiento viene descrito por: $r = 3t^2 i + 2t j + k$ (S.I.). Se pide:

a) La aceleración media entre los instantes $t = 2$ s y $t = 4$ s.

b) La aceleración instantánea y su módulo.

Sol: a) $a_m = 6 i \text{ m/s}^2$. b) $a = 6 i \text{ m/s}^2$; 6 m/s^2 .

20.-/ Un cuerpo se mueve sobre un plano y las componentes de la velocidad vienen dadas por:

$$v_x = t^2 - 5 ; v_y = 4 \text{ (S.I.)}$$

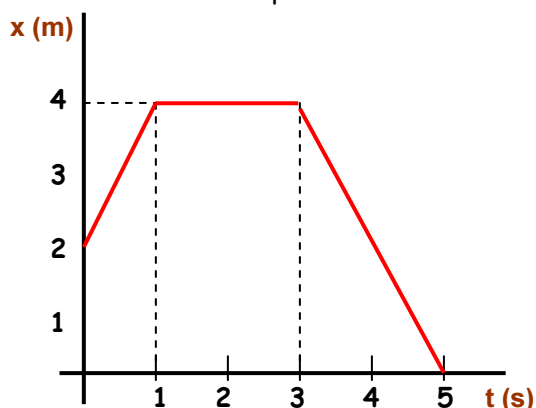
a) Determine la aceleración media entre los instantes $t = 3$ s y $t = 5$ s.

b) Calcule la aceleración instantánea y su módulo.

Sol: a) $a_m = 8 i \text{ m/s}^2$. b) $a = 2t i \text{ m/s}^2$; $|a| = 2t \text{ m/s}^2$.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO.

21.-/ El movimiento de una partícula viene descrito en el siguiente diagrama $x - t$:



Calcule:

a) La velocidad media durante los dos primeros segundos.

b) La velocidad media en el intervalo de 0 a 5 s.

c) El desplazamiento total de la partícula.

d) Describe el movimiento de la partícula.

Sol: a) $v_m = 1 \text{ m/s}$. b) $v_m = -0,4 \text{ m/s}$. c) -2 m . d) Inicia el movimiento a 2 m del SR durante 1 s. A 4 m del SR permanece parada durante 2 s. Luego se mueve en sentido contrario hacia el SR y llega en el instante $t = 5$ s.

22.-/ El movimiento de un objeto es rectilíneo uniforme y su ecuación es: $r = (3 + 2t) i$ (S.I.).

Calcule:

a) Su posición inicial.

b) La velocidad.

c) La distancia recorrida transcurridos 5 segundos.

Sol: a) $r_0 = 3 i \text{ (m)}$. b) $v = 2 i \text{ (m/s)}$. c) 10 m .

23.-/ Un ciclista acelera durante 10 segundos pasando de 5 m/s a 36 km/h. Calcule su aceleración media.

Sol: $0,5 \text{ m/s}^2$

24.-/ Un coche que se mueve por una carretera recta acelera a razón de 2 m/s^2 . Calcule el tiempo que debe estar acelerando para pasar de 90 km/h a 120 km/h.

Sol: $4,17 \text{ s}$.

25.-/ Un vehículo, al pasar por un punto A, lleva una velocidad de 128 km/h, y cuando pasa por otro punto B su velocidad es de 35 km/h. Si la distancia entre A y B es de 120 m, calcular:

a) La aceleración.

b) El tiempo empleado en pasar desde A hasta B.

c) A qué distancia de A se detendrá el vehículo.

Sol: a) $a = -4,87 \text{ m/s}^2$. b) $5,3 \text{ s}$. c) $129,8 \text{ m}$.

26.-/ Un avión, inicialmente parado, acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de despegue de 270 km/h en 5 segundos. Determinar:

- La aceleración.
- La longitud de pista que recorre hasta despegar.
- La distancia que recorre en el último segundo.

Sol: a) $a = 15 \text{ m/s}^2$. b) 187,5 m. c) 67,5 m.

27.-/ Lanzamos una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s. En el mismo instante se deja caer otra pelota desde una altura de 10 m. Determine:

- El punto y el instante en que se produce el encuentro.
- La velocidad de cada pelota en ese momento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Sol: a) 5 m del suelo ; $t = 1 \text{ s}$. b) $v = 0 \text{ m/s}$; $v' = -10 \text{ m/s}$.

28.-/ Con un intervalo de 2 s se lanzan verticalmente hacia arriba dos proyectiles con la misma arma. Si la velocidad de salida de los proyectiles es de 200 m/s y se desprecia el rozamiento con el aire, se pide calcular: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- La altura máxima alcanzada por los proyectiles.
- El punto donde se cruzan y el tiempo empleado en ello desde que se disparó el primero.
- La velocidad de cada proyectil en el momento del cruce.

Sol: a) 2000 m. b) 1995 m del suelo ; 21 s. c) $v_1 = -10 \text{ m/s}$; $v_2 = 10 \text{ m/s}$.

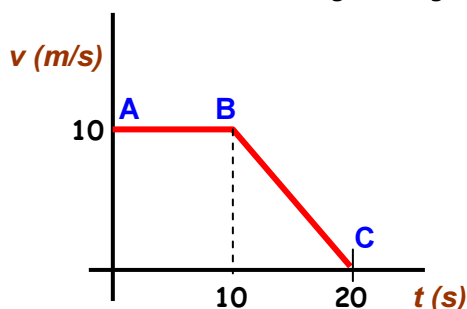
29.-/ Desde una altura de 80 m sobre el suelo es lanzado hacia arriba un cuerpo con velocidad de 18 km/h. ¿A qué distancia del suelo la velocidad se ha hecho 5 veces mayor? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Sol: 50 m.

30.-/ Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad de 20 m/s desde lo alto de un edificio de 10 m de altura. Al mismo tiempo, desde el suelo, se lanza otra piedra, también hacia arriba, con una velocidad de 30 m/s. Determine el punto y el momento en la que se cruzarán. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Sol: 25 m del suelo ; $t = 1 \text{ s}$.

31.-/ Teniendo en cuenta el siguiente gráfico $v - t$, razone qué afirmaciones son correctas:



- En el tramo AB el móvil está parado.
- En el tramo BC la aceleración es 1 m/s^2 .
- La distancia recorrida en el tramo BC es de 50 m.
- En el tramo BC el movimiento es uniforme.

Sol: c)

32.-/ Un compañero te dice: "Lanza una piedra verticalmente hacia arriba con todas tus fuerzas y te diré la altura que has alcanzado utilizando un cronómetro." Lanzas la piedra y tu compañero observa que la piedra tarda 8 segundos en volver al suelo. Calcule:

- La velocidad de lanzamiento de la piedra.
- La altura máxima que ha alcanzado.

Sol: a) $v = 39,2 \text{ m/s}$. b) 78,4 m.

33.-/ Un coche circula por una calle a 50 km/h. De repente un niño atraviesa corriendo la calzada. Si el conductor tarda 0,8 s en reaccionar y pisar los frenos:

- ¿Cuántos metros recorrerá antes de empezar a frenar?
- Una vez que pisa los frenos, ¿podrá parar en 0,5 m, supuesta una aceleración de frenado de -20 m/s^2 ?

Sol: a) 11,1 m. b) No. Recorre 4,82 m.

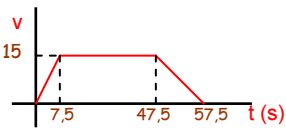
34.-/ Desde lo alto de una torre de 30 m de altura se deja caer un objeto A. Simultáneamente, desde su base, se lanza otro objeto B verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Se pide:

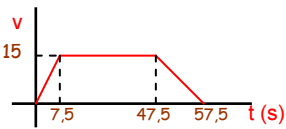
- La posición dónde se cruzan y el tiempo empleado en ello.
- La velocidad de cada objeto en el momento del cruce. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Sol: a) 18,75 m del suelo ; $t = 1,5 \text{ s}$. b) $v_A = -15 \text{ m/s}$; $v_B = 5 \text{ m/s}$.

35.-/ Un tren de metro sale de una estación y acelera con $a = 2 \text{ m/s}^2$ hasta alcanzar una velocidad de 54 km/h. Luego, mantiene la velocidad durante 40 s. Finalmente frena y se detiene en 10 s en la siguiente estación.

- Dibuje, razonadamente, la gráfica $v - t$ de su movimiento.
- Determine la distancia entre ambas estaciones.

Sol: a)  b) 731,25 m.



36.-/ Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde un punto sobre un puente situado a 35 metros del agua. Si la piedra golpea el agua 4 s después de lanzarla, calcule:

- La velocidad con que se lanzó.
- La velocidad a la que golpeó el agua.

Sol: a) 10,85 m/s. b) -28,35 m/s.

37.-/ Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto al mismo tiempo que se deja caer otro desde una altura de 45 m. ¿Con qué velocidad se ha de lanzar el primero para que los dos lleguen al suelo al mismo tiempo?

Sol: $v_0 = 14,85 \text{ m/s}$.

38.-/ Un coche al pasar por un punto A de una carretera recta se desplaza a 120 km/h y al hacerlo por otro punto B de la misma carretera la velocidad es de 90 km/h. Si ha tardado 5 s en desplazarse desde A hasta B, calcule:

- El valor de la aceleración supuesta constante.
- La distancia entre A y B.
- La distancia desde A a la que se detendrá el coche.

Sol: a) $-1,67 \text{ m/s}^2$. b) 145,78 m. c) 332,6 m.

39.-/ Desde la terraza de un edificio de 20 m de altura se deja caer una pelota. Determinar:

- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
- La velocidad con la que toca el suelo.

Sol: a) 2,02 s. b) -19,8 m/s

40.-/ Desde una altura de 80 m se dejar caer una piedra. Dos segundos después se lanza desde el suelo hacia arriba otra piedra con una velocidad de 72 km/h. Determine la altura a la que se produce el cruce entre ambas piedras.

Sol: 20 m del suelo.

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS.

41.-/ Desde un avión que vuela horizontalmente a 2 km de altura con una velocidad de 360 km/h, se deja caer un objeto. Si despreciamos el rozamiento con el aire, calcular: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) La velocidad del objeto a los 10 s de ser lanzado.
- b) La posición del objeto en ese instante.
- c) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
- d) El punto de impacto.

Sol: a) $v_{10} = 100 \text{ i} - 100 \text{ j (m/s)}$; $|v_{10}| = 141,42 \text{ m/s}$ b) $r_{10} = 1000 \text{ i} + 1500 \text{ j (m)}$ c) 20 s. d) 2000 m

42.-/ Se lanza horizontalmente un cuerpo con una velocidad de 20 m/s y el punto de lanzamiento se encuentra a 2000 m del suelo. Calcular: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) La ecuación de la velocidad y la velocidad a los 4 s.
- b) El vector de posición y su posición a los 4 s.
- c) El punto de impacto con el suelo.
- d) La velocidad con la que toca el suelo.
- e) El ángulo que forma la velocidad de impacto con la horizontal.

Sol: a) $v = 20 \text{ i} - 10t \text{ j (m/s)}$; $v_4 = 20 \text{ i} - 40 \text{ j (m/s)}$; $|v_4| = 44,72 \text{ m/s}$. b) $r = 20t \text{ i} + (2000 - 5t^2) \text{ j (m)}$
 $r_4 = 80 \text{ i} + 1920 \text{ j (m)}$. c) 400 m. d) $v_{20} = 20 \text{ i} - 200 \text{ j (m/s)}$. $|v_{20}| = 201 \text{ m/s}$.
e) $-84,2894^\circ = -84^\circ 17' 21''$

43.-/ Una fuente tiene el caño a una distancia vertical del suelo de 0,7 m. El chorro del agua da en el suelo a 1 m del pie de la fuente. Determine la velocidad de salida del agua del caño.

Sol: 2,65 m/s.

44.-/ Un avión vuela horizontalmente a 900 m del suelo con una velocidad constante de 540 km/h. ¿A qué distancia debe soltar una caja de víveres para que llegue a su destino?

Sol: 2032,5 m.

45.-/ Una fuente tiene el caño de salida del agua a una distancia vertical de 50 cm del suelo. El chorro de agua golpea el suelo a 80 cm del pie de la fuente. Calcule la velocidad de salida del agua.

Sol: 2,5 m/s.

46.-/ Desde la cima de un acantilado se lanza horizontalmente un proyectil y se observa que tarda 3 segundos en tocar el agua en un punto que se encuentra a 60 m de la base del acantilado. Calcule:

- a) La altura del acantilado.
- b) La velocidad con la que se ha lanzado el proyectil.
- c) La velocidad con la que el proyectil impacta en el agua.

Sol: a) 44,1 m. b) 20 m/s. c) $v = 20 \text{ i} - 29,4 \text{ j (m/s)}$; $|v| = 35,56 \text{ m/s}$.

47.-/ Al sacar de puerta el portero de un equipo de fútbol le imprime al balón una velocidad de 72 km/h, siendo de 30° la inclinación con la que sale el balón, con respecto a la horizontal. Despreciando rozamientos, se pide: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) La ecuación de la velocidad.
- b) La ecuación del movimiento.
- c) El tiempo que el balón está en el aire.
- d) El alcance del lanzamiento.
- e) La altura máxima que alcanza la pelota en su vuelo.
- f) El módulo de la velocidad con la que el balón toca el suelo.

Sol: a) $v = 17,32 \text{ i} + (10 - 10t) \text{ j (m/s)}$. b) $r = 17,32t \text{ i} + (10t - 5t^2) \text{ j (m)}$. c) 2 s. d) 34,64 m. e) 5 m
f) 20 m/s.

48.-/ Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60° con respecto al horizonte y con una velocidad de 216 km/h. Calcular:

- a) La velocidad de la pelota en el punto más alto de su trayectoria.
- b) La altura máxima que alcanzará.
- c) El alcance máximo del lanzamiento.

Sol: a) $v_x = 30 \text{ m/s}$. b) 137,75 m. c) 318 m.

49.-/ Un bombero desea apagar el fuego de una casa. Para ello deberá introducir el agua por una ventana situada a 10 m de altura. Si sujeta la manguera a 1 m del suelo apuntándola bajo un ángulo de 60° hacia la fachada, que dista 15 m. Calcular:

- a) La velocidad con la que debe salir el agua de la manguera.
- b) El tiempo que tardará el agua en llegar a la ventana.

Sol: a) 16,1 m/s. b) 1,86 s.

50.-/ Se dispara un proyectil con velocidad inicial de 200 m/s y ángulo de lanzamiento de 37° . Despreciando rozamientos, calcular: ($g = 10 \text{ m/s}^2$; $\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$)

- a) La ecuación del movimiento y de la velocidad.
- b) El alcance máximo.
- c) Si en la mitad de su trayectoria existe una colina de 800 m de altura, ¿choca con ella?
- d) En caso afirmativo, ¿cómo podríamos llegar a batir el objetivo disparando desde el mismo sitio y con el mismo cañón?
- e) El módulo de la velocidad con la que el proyectil impacta en el blanco.

Sol: a) $r = 160t \mathbf{i} + (120t - 5t^2) \mathbf{j} \text{ (m)}$; $v = 160 \mathbf{i} + (120 - 10t) \mathbf{j} \text{ (m/s)}$. b) 3840 m. c) Choca, ya que la altura máxima es de 720 m. d) Se lanza con ángulo de 53° ($90^\circ - 37^\circ$) y la altura máxima es de 1280 m. e) $v_{24} = 160 \mathbf{i} - 120 \mathbf{j} \text{ (m/s)}$; $|v_{24}| = 200 \text{ m/s}$.

51.-/ El récord mundial de salto de longitud está en 8,95 m. Calcule la velocidad mínima de un saltador, cuya trayectoria forma un ángulo de 45° respecto al suelo, para sobrepasar dicha distancia.

Sol: 9,37 m/s.

52.-/ Se lanza desde el suelo una pelota con un ángulo de 30° con la horizontal y cae en la terraza de un edificio situado a 30 m de distancia. Si la terraza está a una altura de 10 m, calcule la velocidad con la que se lanzó la pelota.

Sol: 28,3 m/s.

MOVIMIENTO CIRCULAR.

53.-/ Un volante que gira a 600 rpm frena y se detiene en 40 segundos. Determínese:

- a) La velocidad angular inicial en rad/s.
- b) La aceleración angular supuesta constante.
- c) Las vueltas que da el volante desde que frena hasta que se detiene.
- d) La aceleración centrípeta antes de frenar si el volante tiene un diámetro de 2,4 m.

Sol: a) $20\pi \text{ rad/s}$. b) $-\pi/2 \text{ rad/s}^2$. c) 200 vueltas. d) $4737,4 \text{ m/s}^2$.

54.-/ Calcule la velocidad, en km/h, con que se desplaza un automóvil sabiendo que sus ruedas tienen un diámetro de 80 cm y giran a 500 rpm.

Sol: 75,4 km/h.

55.-/ Una partícula describe una trayectoria circular de 2 m de diámetro 30 vueltas por minuto. Calcule:

- a) El periodo.
- b) La frecuencia.
- c) La velocidad angular.
- d) La velocidad lineal y la aceleración centrípeta de este movimiento.

Sol: a) 2 s. b) 0,5 vuelta/s = 0,5 Hz. c) 3,14 rad/s. d) 3,14 m/s. ; 9,86 m/s².

56.-/ Un ventilador gira a 360 rpm. En un momento dado se desenchufa de la corriente y tarda 35 s en pararse. Determine:

- a) Su aceleración angular.
- b) La velocidad que tendrá 15 s después de apagarlo.
- c) Las vueltas que da hasta que se para.

Sol: a) -1,077 rad/s². b) 21,5 rad/s. c) 105 vueltas.

57.-/ Calcule la aceleración centrípeta de un objeto que se está moviendo sobre una circunferencia de 20 m de diámetro a una velocidad de 90 km/h.

Sol: 62,5 m/s².

58.-/ Una piedra está atada a una cuerda de 1 m de longitud y se hace girar describiendo circunferencias con una frecuencia de 5 vueltas por segundo. Calcular:

- a) La velocidad angular en rpm.
- b) La rapidez, en km/h, con que gira la piedra.
- c) La aceleración centrípeta a la que está sometida.

Sol: a) 300 rpm. b) 113 km/h. c) 986 m/s².

59.-/ Una partícula describe un movimiento circular de 10 m de diámetro con una velocidad constante de 7,2 km/h. En un momento determinado frena y se para en 4 s. Determine:

- a) La velocidad angular de la partícula, en rpm, antes de empezar a frenar.
- b) La aceleración angular mientras frena.
- c) El número de vueltas que da desde que empieza a frenar hasta que se detiene.

Sol: a) 3,82 rpm. b) -0,1 rad/s². c) 0,13 vueltas.

60.-/ Un volante de 50 cm de radio gira a razón de 180 rpm. Más tarde el volante es frenado y se detiene en 20 segundos. Calcule:

- a) Su velocidad angular en rad/s.
- b) La frecuencia y el periodo de ese movimiento.
- c) La velocidad lineal de un punto de la periferia.
- d) La aceleración normal.
- e) La aceleración angular de frenado.
- f) El número de vueltas dadas en los 20 s.

Sol: a) 6π rad/s. b) $f = 3$ Hz. ; $T = 0,33$ s. c) 3π m/s. d) 177,65 m/s². e) -0,94 rad/s². f) 30 vueltas.

EJERCICIOS VARIOS.

61.-/ Se deja caer una pequeña bola de acero desde la azotea de un edificio y tarda 0,3 s en pasar por una ventana de 2,5 m de alta. Determine:

- a) La distancia de la azotea al marco superior de la ventana.
- b) La velocidad de la bola al pasar por el marco superior e inferior de la ventana.

Sol: a) 2,4 m. b) 6,86 m/s ; 9,8 m/s.

62.-/ Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 90 km/h. La fuerza del viento le comunica una aceleración horizontal de 2 m/s^2 . Determine: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad del movimiento de la pelota.
- b) La ecuación de la trayectoria.
- c) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento cae la pelota?
- d) La altura máxima que alcanza la pelota.

Sol: a) $r = t^2 i + (25t - 5t^2) j$; $v = 2t i + (25 - 10t) j$. b) $y = 25 x^{1/2} - 5x$. c) 25 m. d) 31,25 m.

63.-/ Un jugador de balonmano lanza un balón hacia la portería con una velocidad de 54 km/h y un ángulo de 37° , desde una altura de 1,75 m. La distancia horizontal desde el jugador a la portería es de 21 m y la altura de la portería es de 2 m. Calcule:

- a) La altura máxima que alcanza el balón en su vuelo.
- b) ¿Entrará el balón en la portería? Justifica la respuesta.

Datos: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\text{sen } 37^\circ = 0,6$; $\text{cos } 37^\circ = 0,8$.

Sol: a) 5,8 m. b) No. Pasa 18,75 cm por encima de la portería.

64.-/ Una piedra que cae libremente, desde una cierta altura, pasa a las 10:00 h frente a un observador situado a 300 m sobre el suelo. Dos segundos después pasa frente a otro observador que está a 200 m del suelo. Calcule: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) La altura desde la que cae la piedra.
- b) La hora a la que llega al suelo.
- c) La velocidad con la que llega al suelo.

Sol: a) 380 m. b) 10 h 4,72 s. c) -87,2 m/s.

65.-/ Desde lo alto de una torre se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con velocidad inicial de 54 km/h. La piedra llega a una determinada altura y vuelve a caer. Calcule:

- a) La posición y la velocidad de la piedra al cabo de 1 y 4 s después de ser lanzada.
- b) La altura máxima alcanzada por la piedra.
- c) La velocidad cuando se encuentra a 8 m por encima del punto de partida y cuando pasa, al caer, por el mismo punto.
- d) El tiempo que transcurre desde que se lanzó la piedra hasta que vuelve a pasar por el punto de lanzamiento.

Sol: a) $v_1 = 5,2 \text{ m/s}$; $y_1 = 10,1 \text{ m}$. por encima de la torre; $v_4 = -24,2 \text{ m/s}$; $y_4 = -18,4 \text{ m}$. b) 11,48 m. c) $v = \pm 8,26 \text{ m/s}$. d) 3,06 s.

66.-/ Una rueda de 50 cm de diámetro tarda 5 s en adquirir una velocidad constante de 360 rpm. Calcule:

- a) La aceleración angular media de este movimiento.
- b) La velocidad lineal de un punto de la periferia, una vez adquirida la velocidad anterior.
- c) La aceleración centrípeta de la rueda.

Sol: a) $\alpha = 2,4 \pi \text{ rad/s}^2$. b) 9,42 m/s. c) 355,3 m/s².

67.-/ Mediante un estroboscopio se ha determinado se ha determinado la frecuencia de rotación de un volante. Para $t = 0$ la frecuencia es 24 Hz (ciclos/s) y 5 segundos después la frecuencia es de 3 Hz. Calcule:

- a) La velocidad angular en ambos casos.
- b) La aceleración angular del volante en ese intervalo.
- c) El número de vueltas dadas en los 5 segundos.
- d) Si el diámetro del volante es de 40 cm, calcula la velocidad lineal y la aceleración centrípeta cuando $t = 0$.

Sol: a) $\omega_0 = 48 \pi \text{ rad/s}$; $\omega_5 = 6 \pi \text{ rad/s}$. b) $\alpha = -8,4 \pi \text{ rad/s}^2$. c) 67,5 vueltas. d) 4547,91 m/s².

68.-/ Dos proyectiles se lanzan verticalmente hacia arriba con 2 segundos de intervalo; el primero con una velocidad inicial de 180 km/h y el segundo con velocidad de 288 km/h. Calcule:

- a) El tiempo transcurrido hasta que el segundo proyectil alcanza al primero, desde que se puso el cronómetro en marcha.
- b) La altura a la que se encuentran.
- c) La velocidad de ambos proyectiles en ese momento.
- d) La altura máxima que alcanzará cada proyectil. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Sol: a) $t = 3,6 \text{ s}$. b) $115,2 \text{ m}$. c) $v_1 = 14 \text{ m/s}$; $v_2 = 64 \text{ m/s}$. d) $y_{1\text{máx.}} = 125 \text{ m}$. ; $y_{2\text{máx.}} = 320 \text{ m}$.

69.-/ Demuestre cuál es el ángulo de lanzamiento, en un tiro oblicuo, para que el alcance sea máximo para una misma velocidad inicial.

Sol: $\alpha = 45^\circ$.

70.-/ Un astronauta impulsa en la Luna una pelota de golf con una velocidad de 25 m/s, formando un ángulo de 45° con la horizontal. Si la gravedad lunar es de $1,63 \text{ m/s}^2$, calcule:

- a) El alcance máximo de la pelota.
- b) El tiempo que tarda en tocar el suelo lunar.
- c) Si el astronauta diera el mismo golpe a la pelota en un campo de golf, ¿cuál sería entonces el alcance máximo?

Datos: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2} / 2$

Sol: a) $383,44 \text{ m}$. b) $21,69 \text{ s}$. c) $63,78 \text{ m}$.

71.-/ Un camión que empieza a subir un puerto de montaña a 60 km/h, llega a la parte más alta a 20 km/h, habiendo disminuido su velocidad de manera uniforme. Halle la longitud que tiene la cuesta si tardó 10 minutos en subirla.

Sol: $6,67 \text{ km}$.

72.-/ Desde un pueblo A un coche se dirige, con velocidad constante de 72 km/h, hacia un pueblo B situado a 10 km de distancia en línea recta. Diez segundos después una motocicleta va desde B hacia A con velocidad constante de 108 km/h. Determine el punto de encuentro y el tiempo empleado en ello.

Sol: a) 4120 m de A . b) $206 \text{ s (3 min y 26 s)}$

73.-/ Un coche de la policía, que circula por una carretera recta con una velocidad constante de 117 km/h, persigue a un coche de ladrones que circula con velocidad constante de 99 km/h que se encuentra separado por 500 m. Calcule:

- a) El tiempo que tarda la policía en dar alcance a los ladrones.
- b) La distancia que han recorrido los ladrones cuando son alcanzados.

Sol: a) $100 \text{ s (1 min y 40 s)}$. b) 2750 m .

Ejercicios del Libro de Texto:

Antiguo

Pág. 205: 24.

Pág. 227: 20, 25, 26, 27, 28.

Pág. 228: 35, 39, 40.

Nuevo

Pág. 183: 20.

Pág. 202: 14, 16, 17, 18, 19.

Pág. 205: 38, 42, 44.