Ejercicio 1

a) *(4pts)* Halla las ecuaciones paramétricas de una recta *r* que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente -2

b) *(4pts)* Halla la ecuación implícita de la recta *s* que es perpendicular a *r* y pasa por el punto P(3,2). ¿Cuál es su pendiente?

c) *(2 pts)* Calcula el punto de corte y la distancia entre *r* y *s*.

a)

Si la pendiente es -2, $\vec{d_r} = (1, m_r) = (1-2)$ es un vector director de la recta r. Primero escribimos la ecuación vectorial de la recta, sabiendo que pasa por $P_r(0,0)$:

$$r: \quad (x,y) = (0,0) + \lambda(1,-2)$$

A partir de aquí podemos derivar las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x & = \lambda \\ y & = -2\lambda \end{cases}$$

b)

Si queremos hallar la ecuación implícita de una recta s perpendicular a r, nos resultará cómodo usar un vector normal a ella, $\vec{n}_s$. Un vector director de r será perpendicular a s, así que $\vec{n}_s = \vec{d_r} = (1,-2)$. Imponemos que el producto escalar entre $\vec{n}_s$ y $\vec{PX} = (x-3, y-2)$ es 0 siendo $X(x,y)$ un punto genérico sobre la recta s:

$$\vec{n}_s \bullet \vec{PX} = 0 \quad \Rightarrow \quad (1,-2) \bullet (x-3, y-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 3 - 2y + 4 = 0$$

Reorganizando los términos llegamos a:

$$s: \quad x - 2y + 1 = 0$$

La pendiente de s podemos hallarla de muchos modos. Por ejemplo, a partir de un vector director de ella, $\vec{d_s} = (2,1)$. Encontramos que $m_s = \frac{1}{2}$. **Solución:** $s: x - 2y + 1 = 0$,

c)

El punto de corte entre r y s podemos hallarlo resolviendo el sistema de las ecuaciones de r y s. Para ello, usamos la expresión explícita de la recta r:

$$\begin{cases} y = -2x \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x - (-2x) + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 4x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{2}{5} \end{cases}$$

El punto de corte es $Q(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$. Al ser las rectas sectantes, la distancia entre ellas es $d(r,s) = 0$.