

3 POTENCIAS Y RAÍZ CUADRADA

EJERCICIOS PROPUESTOS

3.1 Indica la base y el exponente de las siguientes potencias y calcula su valor.

a) 2^4

c) 4^3

e) 3^5

g) $(-10)^4$

b) 3^4

d) 5^3

f) $(-2)^5$

h) $-(6^2)$

a) Base 2, exponente 4; $2^4 = 16$

e) Base 3, exponente 5; $3^5 = 243$

b) Base 3, exponente 4; $3^4 = 81$

f) Base -2 , exponente 5; $(-2)^5 = -32$

c) Base 4, exponente 3; $4^3 = 64$

g) Base -10 , exponente 4; $(-10)^4 = 10\ 000$

d) Base 5, exponente 3; $5^3 = 125$

h) Base 6, exponente 2; $-(6^2) = -36$

3.2 Copia en tu cuaderno y completa esta tabla.

Potencia	Base	Exponente	Valor
$(-6)^3$	-6	3	-216
	-3	4	
	-4		16
		3	$-1\ 000$

Potencia	Base	Exponente	Valor
$(-6)^3$	-6	3	-216
$(-3)^4$	-3	4	81
$(-4)^2$	-4	2	16
$(-10)^3$	-10	3	$-1\ 000$

3.3 Calcula $(4 \times 2 \times 7)^2$ como producto de potencias.

$$(4 \times 2 \times 7)^2 = 4^2 \times 2^2 \times 7^2 = 16 \times 4 \times 49 = 3\ 136$$

3.4 Efectúa esta división $(12 : (-4))^4$ mediante un cociente de potencias.

$$[12 : (-4)]^4 = 12^4 : (-4)^4 = 20\ 736 : 256 = 81$$

3.5 Realiza estas operaciones de dos maneras distintas.

a) $(3 \times 8 \times 5)^4$

b) $(2 \times 3 \times (-3))^3$

c) $(6 : 2)^4$

d) $((-15) : 3)^3$

a) $(3 \times 8 \times 5)^4 = 120^4 = 207\ 360\ 000$

$(3 \times 8 \times 5)^4 = 3^4 \times 8^4 \times 5^4 = 81 \times 4\ 096 \times 625 = 207\ 360\ 000$

b) $(2 \times 3 \times (-3))^3 = -18^3 = -5\ 832$

$(2 \times 3 \times (-3))^3 = 2^3 \times 3^3 \times (-3)^3 = 8 \times 27 \times (-27) = -5\ 832$

c) $(6 : 2)^4 = 3^4 = 81$

$(6 : 2)^4 = 6^4 : 2^4 = 1\ 296 : 16 = 81$

d) $((-15) : 3)^3 = (-5)^3 = -125$

$((-15) : 3)^3 = (-15)^3 : 3^3 = -3\ 375 : 27 = -125$

3.6 Copia en tu cuaderno estas igualdades y completa los huecos con los números que correspondan en cada caso.

a) $(3 \times 2)^4 = \square^4 \times 2^4 = \square \times 16 = \square$

c) $(\square : 3)^3 = (-2)^3 = \square$

b) $((-2) \times \square)^3 = (-2)^3 \times 5^3 = (-8) \times \square = \square$

d) $((-6) : \square)^4 = (-6)^4 : 2^4 = \square : \square = \square$

a) $(3 \times 2)^4 = 3^4 \times 2^4 = 81 \times 16 = 1\ 296$

c) $(-6 : 3)^3 = (-2)^3 = -8$

b) $((-2) \times 5)^3 = (-2)^3 \times 5^3 = (-8) \times 125 = -1\ 000$

d) $((-6) : 2)^4 = (-6)^4 : 2^4 = 1\ 296 : 16 = 81$

3.7 Escribe los siguientes productos en forma de potencia y determina su valor.

a) $3^3 \times 3^2 \times 3$

b) $2^3 \times 2 \times 2^6$

a) $3^3 \times 3^2 \times 3 = 3^6 = 729$

b) $2^3 \times 2 \times 2^6 = 2^{10} = 1\ 024$

3.8 Copia estas igualdades en tu cuaderno y complétalas con los números que faltan.

a) $3^3 \times 3^2 = 27 \times \square = \square$

c) $(-2)^2 \times (-2)^3 = (-2)^\square = \square$

b) $(-5)^2 \times (-5) \times (-5)^2 = 25 \times \square \times \square = \square$

d) $3^3 \times 3^2 \times 3 = 3^\square = \square$

a) $3^3 \times 3^2 = 27 \times 9 = 243$

c) $(-2)^2 \times (-2)^3 = (-2)^5 = -32$

b) $(-5)^2 \times (-5) \times (-5)^2 = 25 \times (-5) \times 25 = -3\,125$

d) $3^3 \times 3^2 \times 3 = 3^6 = 729$

3.9 Calcula el resultado de estas multiplicaciones.

a) $(-2)^4 \times (-2)$

b) $(-2)^4 \times (-2)^3$

a) $(-2)^4 \times (-2) = (-2)^5 = -32$

b) $(-2)^4 \times (-2)^3 = (-2)^7 = -128$

3.10 Expresa estas multiplicaciones en forma de producto de potencias de la misma base.

a) $9 \times (-3)^3 \times (-3)$

b) $(-5)^2 \times 125$

a) $9 \times (-3)^3 \times (-3) = 3^2 \times (-3)^3 \times (-3) = (-3)^2 \times (-3)^3 \times (-3) = (-3)^6 = 3^6$

b) $(-5)^2 \times 125 = (-5)^2 \times 5^3 = 5^2 \times 5^3 = 5^5$

3.11 Escribe el producto $(-4)^2 \times 4 \times 4^3$ como potencia de 4 y de base 2.

$(-4)^2 \times 4 \times 4^3 = 4^2 \times 4 \times 4^3 = 4^6$

$(-4)^2 \times 4 \times 4^3 = 16 \times 4 \times 64 = 2^4 \times 2^2 \times 2^6 = 2^{12}$

3.12 Escribe en forma de potencia los siguientes cocientes y determina su valor.

a) $3^5 : 3^2$

c) $(-5)^4 : (-5)^4$

b) $2^6 : 2^2$

d) $(-8)^7 : (-8)^2$

a) $3^5 : 3^2 = 3^3 = 27$

c) $(-5)^4 : (-5)^4 = (-5)^0 = 1$

b) $2^6 : 2^2 = 2^4 = 16$

d) $(-8)^7 : (-8)^2 = (-8)^5 = -32\,768$

3.13 En cada caso del ejercicio anterior, calcula el dividendo y el divisor, y halla luego el cociente. Comprueba que coinciden los resultados.

a) $3^5 : 3^2 = 243 : 9 = 27$

c) $(-5)^4 : (-5)^4 = 625 : 625 = 1$

b) $2^6 : 2^2 = 64 : 4 = 16$

d) $(-8)^7 : (-8)^2 = (-2\,097\,152) : 64 = -32\,768$

3.14 Calcula el resultado de estas divisiones.

a) $7^4 : 7^2$

b) $(-3)^5 : (-3)^3$

c) $(-15)^4 : 15^3$

a) $7^4 : 7^2 = 7^2 = 49$

b) $(-3)^5 : (-3)^3 = (-3)^2 = 9$

c) $(-15)^4 : 15^3 = 15^4 : 15^3 = 15^1 = 15$

3.15 Copia en tu cuaderno y completa estas igualdades con los números que correspondan.

a) $2^5 : 2^3 = 2^\square = \square$

c) $(-3)^{12} : (-3)^\square = (-3)^3 = \square$

b) $(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^\square = \square$

d) $7^\square : 7^5 = 7^8 = \square$

a) $2^5 : 2^3 = 2^2 = 4$

c) $(-3)^{12} : (-3)^9 = (-3)^3 = -27$

b) $(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^1 = -5$

d) $7^{13} : 7^5 = 7^8 = 5\,764\,801$

3.16 Expresa cada división en forma de cociente de potencias de la misma base.

a) $5^4 : 25$

b) $(-81) : (-3)^3$

c) $(-343) : (-49)$

a) $5^4 : 25 = 5^4 : 5^2$

b) $(-81) : (-3)^3 = -(-3)^4 : (-3)^3$

c) $(-343) : (-49) = (-7^3) : [-(-7^2)] = [-(-7^3)] : [-(-7^2)] = 7^3 : 7^2$

3.17 Calcula las siguientes potencias de potencias.

a) $(3^4)^2$

c) $((-1)^2)^5$

b) $((-3)^2)^3$

d) $((-10)^2)^2$

a) $(3^4)^2 = 3^8 = 6\,561$

c) $((-1)^2)^5 = (-1)^{10} = 1$

b) $((-3)^2)^3 = (-3)^6 = 729$

d) $((-10)^2)^2 = (-10)^4 = 100\,000\,000$

3.18 Copia estas expresiones en tu cuaderno y completa los espacios con los números que faltan.

a) $3^{12} = (3^4)^\square$

b) $5^{24} = (5^\square)^\square$

a) $3^{12} = (3^4)^3$

b) $5^{24} = (5^6)^4 = (5^3)^8 = (5^2)^{12} = (5^1)^{24}$

c) $(-3)^8 = ((-3)^\square)^4$

d) $1 = (23^7)^\square$

c) $(-3)^8 = ((-3)^2)^4$

d) $1 = (23^7)^0$

3.19 Copia en tu cuaderno y completa esta tabla.

Potencia de potencia	Base	Exponente	Potencia	Signo
$((-7)^4)^2$	-7	8	$(-7)^8$	+
$((-13)^{15})^5$				
	-10	$2 \times 3 \times 5$		
			$(-5)^{36}$	

Potencia de potencia	Base	Exponente	Potencia	Signo
$((-7)^4)^2$	-7	8	$(-7)^8$	+
$((-13)^{15})^5$	-13	75	$(-13)^{75}$	-
$(((-10)^2)^3)^5$	-10	$2 \times 3 \times 5$	$(-10)^{30}$	+
$(((-5)^2)^3)^6$	-5	$2 \times 3 \times 6$	$(-5)^{36}$	+

3.20 Expresa las siguientes potencias como potencias de potencias.

a) 4^2

b) 9^2

a) $4^2 = (2^2)^2$

b) $9^2 = (3^2)^2$

c) 16^3

d) $(-25)^4$

c) $16^3 = (4^2)^3$

d) $(-25)^4 = [-(5)^2]^4$

3.21 Haz una tabla de cuadrados perfectos comprendidos entre 100 y 300.

Números	10	11	12	13	14	15	16	17
Cuadrados perfectos	100							

Números	10	11	12	13	14	15	16	17
Cuadrados perfectos	100	121	144	169	196	225	256	289

3.22 Averigua si estos números son cuadrados perfectos y, en el caso de que lo sean, halla su raíz cuadrada exacta.

a) 28

c) 256

e) 225

g) 220

b) 121

d) 400

f) 444

h) 1 600

a) $5^2 = 25$ y $6^2 = 36 \rightarrow 5^2 < 28 < 6^2$. Luego 28 no es cuadrado perfecto.

b) $121 = 11^2$. Luego 121 es cuadrado perfecto.

c) $256 = 16^2$. Luego 256 es cuadrado perfecto.

d) $400 = 20^2$. Luego 400 es cuadrado perfecto.

e) $225 = 15^2$. Luego 225 es cuadrado perfecto.

f) $21^2 = 441$ y $22^2 = 484 \rightarrow 21^2 < 444 < 22^2$. Luego 444 no es cuadrado perfecto.

g) $14^2 = 196$ y $15^2 = 225 \rightarrow 14^2 < 220 < 15^2$. Luego 220 no es cuadrado perfecto.

h) $1\,600 = 40^2$. Luego 1 600 es cuadrado perfecto.

3.23 Copia estos cálculos en tu cuaderno y complétalos con los números que correspondan.

a) $11^2 < 130 < 12^2$

La raíz entera de 130 es $\square$.

Resto: $130 - 11^2 = \square$

a) $11^2 < 130 < 12^2$

La raíz entera de 130 es 11.

Resto: $130 - 11^2 = 130 - 121 = 9$

b) $\square^2 < 375 < \square^2$

La raíz entera de 375 es $\square$.

Resto: $375 - \square^2 = \square$

b) $19^2 < 375 < 20^2$

La raíz entera de 375 es 19.

Resto: $375 - 19^2 = 375 - 361 = 14$

3.24 Escribe cada número entre dos cuadrados consecutivos, e indica el valor de la raíz cuadrada entera y el resto de cada número.

a) 18 b) 21 c) 75 d) 140 e) 150 f) 1 003

- a) $16 < 18 < 25 \rightarrow 4^2 < 18 < 5^2 \rightarrow \sqrt{18} = 4$. Resto: $18 - 16 = 2$
b) $16 < 21 < 25 \rightarrow 4^2 < 21 < 5^2 \rightarrow \sqrt{21} = 4$. Resto: $21 - 16 = 5$
c) $64 < 75 < 81 \rightarrow 8^2 < 75 < 9^2 \rightarrow \sqrt{75} = 8$. Resto: $75 - 64 = 11$
d) $121 < 140 < 144 \rightarrow 11^2 < 140 < 12^2 \rightarrow \sqrt{140} = 11$. Resto: $140 - 121 = 19$
e) $144 < 150 < 169 \rightarrow 12^2 < 150 < 13^2 \rightarrow \sqrt{150} = 12$. Resto: $150 - 144 = 6$
f) $961 < 1\,003 < 1\,024 \rightarrow 31^2 < 1\,003 < 32^2 \rightarrow \sqrt{1\,003} = 31$. Resto: $1\,003 - 961 = 42$

3.25 La raíz cuadrada entera de un número es igual a 32. ¿Cuál es el mayor valor que puede tener el resto?

El número está comprendido entre $32^2 = 1\,024$ y $33^2 - 1 = 1\,088$.
Luego el mayor valor que puede tener el resto es $1\,088 - 1\,024 = 64$.

3.26 Averigua cuántas cifras tienen las raíces cuadradas de los siguientes números.

a) 95 b) 190 c) 1 200 d) 38 692
a) Una cifra b) Dos cifras c) Dos cifras d) Tres cifras

3.27 Calcula por aproximaciones la raíz cuadrada entera de estos números.

a) 18 b) 110 c) 2 500 d) 4 324

- a) La raíz cuadrada entera de 18 tiene una cifra.
 $3^2 = 9 < 18$
 $4^2 = 16 < 18$
 $5^2 = 25 > 18$
La raíz cuadrada entera de 18 es 4.
- b) La raíz cuadrada entera de 110 tiene dos cifras.
 $10^2 = 100 < 110$
 $11^2 = 121 > 110$
La raíz cuadrada entera de 110 es 10.
- c) La raíz cuadrada de 2 500 tiene dos cifras.
 $45^2 = 2\,025 < 2\,500$
 $48^2 = 2\,304 < 2\,500$
 $49^2 = 2\,401 < 2\,500$
 $50^2 = 2\,500$
La raíz cuadrada de 2 500 es 50. (Esta raíz es exacta.)
- d) La raíz cuadrada de 4 324 tiene dos cifras.
 $60^2 = 3\,600 < 4\,324$
 $65^2 = 4\,225 < 4\,324$
 $66^2 = 4\,356 > 4\,324$
La raíz cuadrada entera de 4 324 es 65.

3.28 Estima entre qué centenas se encuentra la raíz cuadrada de los siguientes números.

a) 12 500 b) 52 000 c) 95 600

- a) $100^2 = 10\,000 < 12\,500$
 $200^2 = 40\,000 > 12\,500$
La raíz cuadrada de 12 500 se encuentra entre 1 centena y 2 centenas.
- b) $200^2 = 40\,000 < 52\,000$
 $300^2 = 90\,000 > 52\,000$
La raíz cuadrada de 52 000 se encuentra entre 2 centenas y 3 centenas.
- c) $300^2 = 90\,000 < 95\,600$
 $400^2 = 160\,000 > 95\,600$
La raíz cuadrada de 95 600 se encuentra entre 3 centenas y 4 centenas.

3.29 Calcula la raíz cuadrada entera de estos números aplicando la regla explicada en el texto.

a) 520

$$\begin{array}{r} \sqrt{520} \quad 22 \\ -4 \quad 42 \times 2 = 84 \\ \hline 120 \\ -84 \\ \hline 36 \end{array}$$

b) 6321

$$\begin{array}{r} \sqrt{6321} \quad 79 \\ -49 \quad 149 \times 9 = 1341 \\ \hline 1421 \\ -1341 \\ \hline 80 \end{array}$$

c) 15361

$$\begin{array}{r} \sqrt{15361} \quad 123 \\ -1 \quad 22 \times 2 = 44 \\ \hline 053 \quad 243 \times 3 = 729 \\ -44 \\ \hline 961 \\ -729 \\ \hline 232 \end{array}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.30 Ana cuenta una noticia a 5 personas. A la hora siguiente, cada una de ellas se la cuenta a otras 5, y así sucesivamente. ¿Cuánto tardan en conocerla 100 000 personas?

$$1 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + 5^7 = 1 + 5 + 25 + 125 + 625 + 3125 + 15625 + 78125 = 97656$$

Al cabo de 7 horas todavía no conocen la noticia 100 000 personas. Pero al cabo de 8 horas la conocen:

$$97656 + 5^8 = 97656 + 390625 = 488281$$

3.31 Un cierto tipo de bacterias se reproduce dividiéndose en dos cada 5 minutos. Calcula cuántas bacterias se han generado en dos horas y media.

$$2 \text{ horas y media} = 120 \text{ minutos} + 30 \text{ minutos} = 150 \text{ minutos.}$$

$$\text{Períodos de tiempo de 5 minutos: } 150 : 5 = 30$$

Número de bacterias generadas:

$$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + \dots + 2^{29} + 2^{30} = 2147483646 \text{ bacterias}$$

CÁLCULO MENTAL

3.32 Copia estos números en tu cuaderno y completa con el signo igual a (=) o distinto de (≠).

a) $2^4 \square 8$

f) $10^3 \square 1000$

b) $3^3 \square 9$

g) $2^5 \square 10$

c) $2^3 \square 8$

h) $3^2 \square 9$

d) $4^3 \square 64$

i) $4^2 \square 8$

e) $9^2 \square 18$

j) $100^2 \square 10000$

a) $2^4 \neq 8$

f) $10^3 = 1000$

b) $3^3 \neq 9$

g) $2^5 \neq 10$

c) $2^3 = 8$

h) $3^2 = 9$

d) $4^3 = 64$

i) $4^2 \neq 8$

e) $9^2 \neq 18$

j) $100^2 = 10000$

3.33 Halla el valor de estas potencias.

a) $(-4)^2$

c) $(-2)^5$

e) $(-1)^0$

b) $(-3)^2$

d) $(-10)^2$

f) $(-11)^3$

a) $(-4)^2 = 16$

c) $(-2)^5 = -32$

e) $(-1)^0 = 1$

b) $(-3)^2 = 9$

d) $(-10)^2 = 100$

f) $(-11)^3 = -1331$

3.34 Calcula las siguientes operaciones.

a) $1^2 + 2^2$

c) $2^3 - 2^2$

e) $8^2 + 1^5$

b) $10^2 - 5^2$

d) $7^5 - 7^3$

f) $2^5 - 2^3$

a) $1^2 + 2^2 = 5$

c) $2^3 - 2^2 = 4$

e) $8^2 + 1^5 = 65$

b) $10^2 - 5^2 = 75$

d) $7^5 - 7^3 = 16464$

f) $2^5 - 2^3 = 24$

3.35 Expresa estas operaciones como una sola potencia.

a) $2^2 \times 2^4$

b) $3^6 \times 3^3$

c) $5 \times 5^3 \times 5^2$

d) $(-4)^3 \times (-4)^2 \times (-4)^4$

e) $5^7 : 5^5$

f) $6^4 : 6^4$

g) $(-5)^5 : (-5)^2$

h) $4^5 : 2^6$

a) $2^2 \times 2^4 = 2^6$

b) $3^6 \times 3^3 = 3^9$

c) $5 \times 5^3 \times 5^2 = 5^6$

d) $(-4)^3 \times (-4)^2 \times (-4)^4 = (-4)^9$

e) $5^7 : 5^5 = 5^2$

f) $6^4 : 6^4 = 6^0$

g) $(-5)^5 : (-5)^2 = (-5)^3$

h) $4^5 : 2^6 = (2^2)^5 : 2^6 = 2^{10} : 2^6 = 2^4$

3.36 Calcula estas raíces cuadradas exactas.

a) $\sqrt{25}$

b) $\sqrt{100}$

c) $\sqrt{121}$

d) $\sqrt{16}$

e) $\sqrt{400}$

f) $\sqrt{49}$

g) $\sqrt{2\,500}$

h) $\sqrt{10\,000}$

a) $\sqrt{25} = 5$

b) $\sqrt{100} = 10$

c) $\sqrt{121} = 11$

d) $\sqrt{16} = 4$

e) $\sqrt{400} = 20$

f) $\sqrt{49} = 7$

g) $\sqrt{2\,500} = 50$

h) $\sqrt{10\,000} = 100$

3.37 Averigua la raíz cuadrada entera de los siguientes números.

a) 48

b) 72

c) 22

d) 99

e) 115

f) 170

g) 405

h) 1 610

a) $\sqrt{48} = 6$

b) $\sqrt{72} = 8$

c) $\sqrt{22} = 4$

d) $\sqrt{99} = 9$

e) $\sqrt{115} = 10$

f) $\sqrt{170} = 13$

g) $\sqrt{405} = 20$

h) $\sqrt{1\,610} = 40$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Potencias de exponente natural

3.38 Expresa estas multiplicaciones en forma de potencia.

a) $5 \times 5 \times 5$

b) 8×8

c) $9 \times 9 \times 9$

d) $3 \times 3 \times 3 \times 3$

e) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

f) $15 \times 15 \times 15 \times 15$

a) $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

b) $8 \times 8 = 8^2$

c) $9 \times 9 \times 9 = 9^3$

d) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

e) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

f) $15 \times 15 \times 15 \times 15 = 15^4$

3.39 Escribe las siguientes potencias en forma de producto y halla su valor.

a) 2^4

b) $(-2)^5$

c) 8^1

d) $(-7)^3$

e) 10^6

f) $(-25)^2$

a) $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

b) $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

c) $8^1 = 8$

d) $(-7)^3 = (-7) \times (-7) \times (-7) = -343$

e) $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$

f) $(-25)^2 = (-25) \times (-25) = 625$

3.40 Calcula el resultado de estas potencias.

a) 3^4

b) 5^2

c) 2^5

d) 10^1

e) 9^6

f) 7^3

a) $3^4 = 81$

b) $5^2 = 25$

c) $2^5 = 32$

d) $10^1 = 10$

e) $9^6 = 531\,441$

f) $7^3 = 343$

3.41 Copia en tu cuaderno la tabla y complétala.

Potencia	Base	Exponente	Valor
3^2	3	2	9
$(-4)^6$			
8^4			
$(-2)^2$			
27^0			
$(-10)^3$			

Potencia	Base	Exponente	Valor
3^2	3	2	9
$(-4)^6$	-4	6	4 096
8^4	8	4	4 096
$(-2)^2$	-2	2	4
27^0	27	0	1
$(-10)^3$	-10	3	-1 000

3.42 Calcula la base de estas potencias.

a) $\square^2 = 36$

b) $\square^3 = 8$

a) $6^2 = 36$

b) $2^3 = 8$

c) $\square^5 = 32$

d) $\square^2 = 100$

c) $2^5 = 32$

d) $10^2 = 100$

e) $\square^3 = 27$

f) $\square^5 = -32$

e) $3^3 = 27$

f) $(-2)^5 = -32$

3.43 Determina el exponente.

a) $3^\square = 9$

b) $(-5)^\square = -125$

a) $3^2 = 9$

b) $(-5)^3 = -125$

c) $10^\square = 10\,000$

d) $4^\square = 64$

c) $10^4 = 10\,000$

d) $4^3 = 64$

e) $2^\square = 16$

f) $(-6)^\square = -216$

e) $2^4 = 16$

f) $(-6)^3 = -216$

Operaciones con potencias

3.44 Escribe estas potencias como producto de potencias.

a) $(2 \times 4)^3$

b) $(7 \times 6)^6$

c) $(2 \times 5 \times 8)^2$

a) $(2 \times 4)^3 = 2^3 \times 4^3$

b) $(7 \times 6)^6 = 7^6 \times 6^6$

c) $(2 \times 5 \times 8)^2 = 2^2 \times 5^2 \times 8^2$

d) $(3 \times 2 \times 5)^4$

e) $((-5) \times (-3) \times 6)^3$

f) $((-2) \times (-5) \times (-8))^6$

d) $(3 \times 2 \times 5)^4 = 3^4 \times 2^4 \times 5^4$

e) $[(-5) \times (-3) \times 6]^3 = (-5)^3 \times (-3)^3 \times 6^3$

f) $[(-2) \times (-5) \times (-8)]^6 = (-2)^6 \times (-5)^6 \times (-8)^6$

3.45 Expresa las siguientes potencias como cociente de potencias y halla su valor.

a) $(32 : 4)^3$

b) $(8 : 2)^4$

a) $(32 : 4)^3 = 32^3 : 4^3 = 32\,768 : 64 = 512$

b) $(8 : 2)^4 = 8^4 : 2^4 = 4\,096 : 16 = 256$

c) $(-12 : 3)^5$

d) $(-48 : 6)^3$

c) $(-12 : 3)^5 = (-12)^5 : 3^5 = -248\,832 : 243 = -1\,024$

d) $(-48 : 6)^3 = (-48)^3 : 6^3 = -110\,592 : 216 = -512$

3.46 Escribe estos productos con una sola potencia y halla el resultado.

a) $3^3 \times 3^2 \times 3$

b) $(-2)^3 \times (-2)^2 \times (-2)^0$

c) $(-7)^2 \times (-7)^3$

a) $3^3 \times 3^2 \times 3 = 3^6 = 729$

b) $(-2)^3 \times (-2)^2 \times (-2)^0 = (-2)^5 = -32$

c) $(-7)^2 \times (-7)^3 = (-7)^5 = -16\,807$

- a) $((3)^2)^2 = 3^4 = 81$
b) $((-1)^3)^3 = (-1)^9 = -1$
c) $((-1)^3)^4 = (-1)^{12} = 1$
d) $((2)^2)^5 = 2^{10} = 1\,024$
e) $(((-2)^2)^2)^2 = (-2)^8 = 256$
f) $(((-10)^3)^2)^2 = (-10)^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$

3.48 Escribe estos productos como una sola potencia y obtén el resultado.

- a) $2^3 \times 8$
 a) $2^3 \times 8 = 2^3 \times 2^3 = 2^6 = 64$
 b) $27 \times 3^2 = 3^3 \times 3^2 = 3^5 = 243$
 c) $125 \times 5^2 = 5^3 \times 5^2 = 5^5 = 3\,125$

Cuadrados perfectos

3.49 Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos. Razona la respuesta.

- a) 8 c) 120 e) 1 000
b) 81 d) 3 600 f) 432

- a) 8 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 8.
b) 81 es cuadrado perfecto porque existe un número entero, el 9, cuyo cuadrado es 81.
c) 120 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 120
d) 3 600 es cuadrado perfecto porque existe un número entero, el 60, cuyo cuadrado es 3 600.
e) 1 000 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 1 000.
f) 43^2 es un cuadrado perfecto porque existe un número entero, el 43, cuyo cuadrado es 43^2 .

3.50 Sin hacer el cálculo, averigua la cifra de las unidades de estos cuadrados. Explícalo.

- a) 199^2 c) $17\,623^2$
b) 205^2 d) $23\,690^2$

- a) La cifra de las unidades de 199^2 es 1 porque $9 \times 9 = 81$.
b) La cifra de las unidades de 205^2 es 5 porque $5 \times 5 = 25$.
c) La cifra de las unidades de $17\,623^2$ es 9 porque $3 \times 3 = 9$.
d) La cifra de las unidades de $23\,690^2$ es 0 porque $0 \times 0 = 0$.

3.51 La cifra de las unidades de un cuadrado perfecto es 1. ¿Cuáles pueden ser las cifras de las unidades del número?

La cifra de las unidades puede ser 1 y 9, porque $1 \times 1 = 1$ y $9 \times 9 = 81$.

3.52 Te dicen que la cifra de las unidades de un cuadrado perfecto es 2. ¿Estás seguro de que te dicen la verdad?

No dicen la verdad porque no hay ningún número entero de una cifra que al elevarlo al cuadrado sea igual a 2.

3.53 Eleva al cuadrado 0, 1, 2, 3, ..., 9. Analizando los resultados obtenidos, ¿se puede afirmar cuál puede ser la cifra de las unidades de cualquier cuadrado perfecto?

$$0^2 = 0 \quad 1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \quad 8^2 = 64 \quad 9^2 = 81$$

La cifra de las unidades de cualquier cuadrado perfecto puede ser: 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

Raíz cuadrada exacta

3.54 Copia en tu cuaderno la tabla y complétala.

Cuadrados perfectos	16	225		
Raíz cuadrada exacta	4		67	43

Cuadrados perfectos	16	225	4 489	1 849
Raíz cuadrada exacta	4	15	67	43

- 3.55 Clara dice que está segura de que el número 361 tiene raíz cuadrada exacta. ¿Cómo comprobamos que Clara está en lo cierto?**

La cifra de las unidades de 361 es 1, lo cual permite afirmar que puede ser un cuadrado perfecto.

La raíz cuadrada de 361 tiene dos cifras.

Como $20^2 = 400$, la raíz cuadrada de 361 es menor que 20.

Calculamos $19^2 = 361$. Comprobamos que 19 es la raíz cuadrada de 361. Clara está en lo cierto.

- 3.56 Las fichas de la figura forman un cuadrado perfecto.**

a) ¿Cuál es la raíz?

b) ¿Cuántas fichas hay que añadir al cuadrado para que la raíz cuadrada exacta sea una unidad mayor que la anterior?

a) La raíz es $\sqrt{9} = 3$.

b) La raíz cuadrada exacta es una unidad mayor: $3 + 1 = 4$; $4^2 = 16$

Las fichas que hay que añadir son: $16 - 9 = 7$.



Raíz cuadrada entera

- 3.57 Para calcular la raíz cuadrada entera de 42 se hacen estas aproximaciones.**

$$4^2 = 16 < 42 \quad 5^2 = 25 < 42 \quad 6^2 = 36 < 42 \quad 7^2 = 49 > 42 \quad 8^2 = 64 > 42$$

a) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera de 42?

b) ¿Y cuál es el resto?

a) La raíz cuadrada entera de 42 es 6 porque $6^2 < 42 < 7^2$.

b) El resto es: $42 - 36 = 6$.

- 3.58 Escribe el número 1 238 entre los cuadrados de dos números consecutivos.**

a) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera?

b) Calcula el resto.

El número 1 238 está comprendido entre $30^2 = 900$ y $40^2 = 1 600$.

Hacemos estas aproximaciones: $31^2 = 961$; $32^2 = 1 024$; $33^2 = 1 089$; $34^2 = 1 156$; $35^2 = 1 225$; $36^2 = 1 296$.

El número 1 238 está comprendido entre 35^2 y 36^2 .

a) La raíz cuadrada entera de 1 238 es 35.

b) El resto es: $1 238 - 35^2 = 1 238 - 1 225 = 13$.

- 3.59 Calcula estas raíces cuadradas.**

a) $\sqrt{324}$

b) $\sqrt{7 275}$

c) $\sqrt{1 254}$

d) $\sqrt{2 116}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{324} \quad 18 \\ -1 \quad 28 \times 8 \\ \hline 224 \\ -224 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{7 275} \quad 85 \\ -64 \quad 165 \times 5 \\ \hline 875 \\ -825 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1 254} \quad 35 \\ -9 \quad 65 \times 5 \\ \hline 354 \\ -325 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2 116} \quad 46 \\ -16 \quad 86 \times 6 \\ \hline 516 \\ -516 \\ \hline 0 \end{array}$$

PROBLEMAS PARA APLICAR

- 3.60 Un teatro tiene 25 filas de butacas, y en cada fila hay 25 butacas. ¿Cuántas butacas tiene el teatro?**

$$25 \times 25 = 25^2 = 625$$

El teatro tiene 625 butacas.

- 3.61 Un paquete tiene 12 cajas. Cada caja tiene 12 estuches. Cada estuche, 12 rotuladores. Escribe en forma de potencia el número de rotuladores y halla el resultado.**

$$12 \times 12 \times 12 = 12^3 = 1 728$$

En cada paquete hay 1 728 rotuladores.

- 3.62 Tenemos 5 cajas. Cada caja contiene 5 montones de 5 billetes de 5 euros. Escribe en forma de potencia el número de billetes y el número de euros que hay en las cinco cajas.**

Número de billetes: $5^3 = 125$

Número de euros: $5^4 = 625$

- 3.63 En un contenedor cúbico de 1,5 metros de arista se introducen cubos de un decímetro de arista, hasta llenarlo completamente. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en el contenedor?**

La arista del contenedor mide $1,5 \text{ m} = 15 \text{ dm}$.

La arista de cada cubo mide 1 dm .

Luego caben 15 cubos a lo largo, 15 a lo ancho y 15 a lo alto. En total: $15 \times 15 \times 15 = 15^3 = 3\,375 \text{ dm}^3$.

- 3.64 Un campo cuadrangular tiene 10 000 metros cuadrados de superficie.**

a) ¿Cuánto mide su lado?

b) ¿Cuál es su perímetro?

a) $\sqrt{10\,000} = 100$. El lado mide 100 metros.

b) $4 \times 100 = 400$. El perímetro mide 400 metros.

- 3.65 Se desea vallar un campo cuadrangular de 256 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros de valla se necesitan?**

$\sqrt{256} = 16$. El lado del campo cuadrangular mide 16 metros. Luego se necesitan $16 \times 4 = 64$ metros de valla.

- 3.66 Los caramelos de un montón se han dispuesto en 7 filas y en 7 columnas, y sobran 15 caramelos. ¿Cuántos había en el montón?**

El número de caramelos dispuestos en 7 filas y en 7 columnas es: $7 \times 7 = 49$.

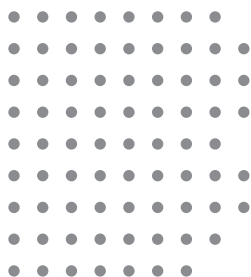
El total de caramelos es: $49 + 15 = 64$.

- 3.67 Con 50 monedas de 5 céntimos, ¿se puede formar un cuadrado, colocándolas en filas y en columnas?**

Utilizando el total de las 50 monedas no se puede formar un cuadrado.

Se podría formar un cuadrado de 7 monedas de lado, pero sobraría una moneda.

- 3.68 ¿Cuál es la raíz cuadrada entera del número de puntos representado en la figura?**



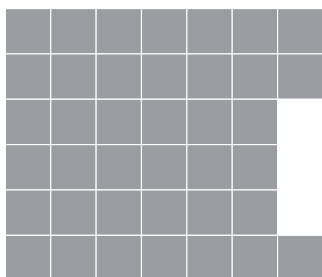
¿Cuál es el resto? ¿Qué le falta para ser un cuadrado perfecto?

Tenemos 76 puntos $\Rightarrow 8^2 = 64 < 76 < 81 = 9^2 \Rightarrow$ Luego la raíz cuadrada entera es 8.

El resto es $76 - 64 = 12$ puntos.

Habría que añadir 5 puntos ($81 - 76 = 5$).

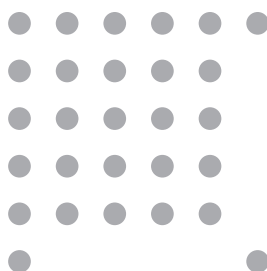
- 3.69 ¿Cuál es el número mínimo de cuadraditos que habrá que añadir a la figura para convertirla en un cuadrado?**



Tenemos 39 cuadraditos: $6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2$, luego el cuadrado siguiente debe tener por lado 7 cuadraditos.

La diferencia de cuadraditos es: $49 - 39 = 10$. Luego hacen falta 10 cuadraditos.

3.70 Observa la figura de puntos, e indica cuál es la raíz cuadrada entera del número 28 y el resto.



El lado del mayor cuadrado completo que se puede formar tiene 5 puntos. Luego la raíz cuadrada entera de 28 es 5. El resto es: $28 - 25 = 3$ (los tres puntos que no forman parte del cuadrado).

3.71 En una panadería se han hecho 196 magdalenas. Se decide colocarlas en una bandeja formando un cuadrado lo más grande posible.

a) ¿Cuántas magdalenas tendría por lado?

b) ¿Cuántas se necesitarían para formar otro cuadrado con una magdalena más de lado?

a) El número de magdalenas que debe tener el lado es: $\sqrt{196} = 14$.

b) Para formar un cuadrado de una magdalena más de lado se necesitarían: $15^2 = 225$ magdalenas.

Luego habría que añadir: $225 - 196 = 29$ magdalenas.

3.72 Un vivero planta 1 444 semillas formando un cuadrado. ¿Cuántas semillas tendrán que plantar por lado? ¿Sobra alguna?

El número de semillas que hay que plantar por lado es la raíz cuadrada de 1 444: $\sqrt{1\,444} = 38$.

No sobra ninguna semilla porque la raíz de 1 444 es exacta.

3.73 Un cuadrado de puntos tiene 13 puntos de lado. ¿Cuántos puntos habrá que añadir a ese cuadrado, y en qué forma, para conseguir otro cuadrado de 14 puntos de lado?

Hay que añadir 13 puntos en un lado y otros 13 puntos en el adyacente; además hay que añadir 1 punto en la esquina. En total, $13 + 13 + 1 = 27$ puntos.

3.74 La raíz cuadrada exacta de un número es 127. ¿Cuántas unidades habrá que sumar a dicho número para que la raíz cuadrada del resultado sea exacta y de una unidad mayor?

$$127^2 = 16\,129$$

$$128^2 = 16\,384$$

$$16\,384 - 16\,129 = 255$$

Al número 16 129 hay que sumarle 255 unidades.

3.75 La cumbre más elevada de España es el Teide. Averigua su altitud con estos datos.

- Su raíz cuadrada entera es igual a 60.

- Si se le sumara 3, sería un cuadrado perfecto.

La altura está comprendida entre $60^2 = 3\,600$ y $61^2 = 3\,721$.

Como la segunda condición dice que si se suma 3 sería cuadrado perfecto, el número es $3\,721 - 3 = 3\,718$.

La altura del Teide es de 3 718 metros.

REFUERZO

Potencias de exponente natural

3.76 Escribe cada producto en forma de potencia y señala la base y el exponente.

a) $3 \times 3 \times 3 \times 3$

b) $(-2) \times (-2) \times (-2)$

c) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$. Base, 3; exponente, 4

b) $(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$. Base, -2 ; exponente, 3

c) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$. Base, 5; exponente, 5

3.77 Copia en tu cuaderno esta tabla y complétala.

Potencia	Base	Exponente	Valor
2^3	2	5	32
$(-2)^4$			
	5		125

Potencia	Base	Exponente	Valor
2^3	2	5	32
$(-2)^4$	-2	4	16
5^3	5	3	125

3.78 Escribe el término que falta en cada caso.

a) $\square^2 = 49$

b) $10^\square = 1$

a) $7^2 = 49$

b) $10^0 = 1$

c) $\square^4 = 625$

d) $3^\square = 81$

c) $5^4 = 625$

d) $3^4 = 81$

Operaciones con potencias

3.79 Calcula multiplicando potencias.

a) $(3 \times 5)^2$

b) $(2 \times 3 \times 1)^3$

c) $((-2) \times 3 \times 4)^3$

d) $((-1) \times (-2) \times 1)^6$

a) $(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

b) $(2 \times 3 \times 1)^3 = 2^3 \times 3^3 \times 1^3 = 8 \times 27 \times 1 = 216$

c) $((-2) \times 3 \times 4)^3 = (-2)^3 \times 3^3 \times 4^3 = -8 \times 27 \times 64 = -13\,824$

d) $((-1) \times (-2) \times 1)^6 = (-1)^6 \times (-2)^6 \times 1^6 = 1 \times 64 \times 1 = 64$

3.80 Opera dividiendo potencias.

a) $(48 : 4)^2$

b) $(15 : (-3))^3$

c) $((-4) : 2)^5$

d) $((-6) : (-3))^6$

a) $(48 : 4)^2 = 48^2 : 4^2 = 2\,304 : 16 = 144$

c) $((-4) : 2)^5 = (-4)^5 : 2^5 = (-1\,024) : 32 = -32$

b) $(15 : (-3))^3 = 15^3 : (-3)^3 = 3\,375 : (-27) = -125$

d) $((-6) : (-3))^6 = (-6)^6 : (-3)^6 = 46\,656 : 729 = 64$

3.81 Expresa estas operaciones de potencias como una sola potencia.

a) $2^3 \times 2^4 \times 2^2 \times 2^5$

c) $10^2 \times 10 \times 10^5$

e) $2^7 : 2^6$

b) $3^2 \times 3 \times 3^4 \times 3^6$

d) $5^4 : 5^3$

f) $5^6 : 5$

a) $2^3 \times 2^4 \times 2^2 \times 2^5 = 2^{14}$

c) $10^2 \times 10 \times 10^5 = 10^8$

e) $2^7 : 2^6 = 2^1$

b) $3^2 \times 3 \times 3^4 \times 3^6 = 3^{13}$

d) $5^4 : 5^3 = 5^1$

f) $5^6 : 5 = 5^5$

3.82 Escribe la base y el exponente de las siguientes expresiones.

a) $(5^2)^3$

b) $((-2)^3)^5$

c) $((-1)^2)^7$

d) $((-10)^4)^5$

a) $(5^2)^3 = 5^6$

b) $((-2)^3)^5 = (-2)^{30}$

c) $((-1)^2)^7 = (-1)^{14}$

d) $((-10)^4)^5 = (-10)^{20}$

3.83 Expresa como una sola potencia.

a) $2^5 \times 4^3$

c) $16^2 : 4^2$

b) $(-27)^3 \times (-3)^2$

d) $(-100)^2 : 25^2$

a) $2^5 \times 4^3 = 2^5 \times (2^2)^3 = 2^5 \times 2^6 = 2^{11}$

b) $(-27)^3 \times (-3)^2 = [(-3)^3]^3 \times (-3)^2 = (-3)^9 \times (-3)^2 = (-3)^{11}$

c) $16^2 : 4^2 = (4^2)^2 : 4^2 = 4^4 : 4^2 = 4^2$

d) $(-100)^2 : 25^2 = (-4 \times 25)^2 : 25^2 = (-4)^2 \times 25^2 : 25^2 = (-4)^2 = 4^2$

Raíces exactas y enteras

3.84 Escribe cuatro cuadrados perfectos menores que 100 y cinco cuadrados perfectos mayores que 200.

Ejemplos de cuadrados perfectos menores que 100: $1^2 = 1$; $3^2 = 9$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$.

Ejemplos de cuadrados perfectos mayores que 200: $15^2 = 225$; $17^2 = 289$; $18^2 = 324$; $20^2 = 400$; $21^2 = 441$.

3.85 La raíz cuadrada entera de un número es igual a 11, y su resto es igual a 14. ¿Cuál es el número?

El número está comprendido entre $11^2 = 121$ y $12^2 = 144$.

Al ser el resto 14, el número es $121 + 14 = 135$.

3.86 Calcula la raíz cuadrada de estos números.

a) 725

c) 2 035

e) 1 255

b) 3 746

d) 8 700

f) 3 066

$$\begin{array}{r} \sqrt{725} \quad 2 \\ -4 \quad | \quad 46 \times 6 \\ \hline 325 \\ -276 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2\,035} \quad 45 \\ -16 \quad | \quad 85 \times 5 \\ \hline 435 \\ -425 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1\,255} \quad 35 \\ -9 \quad | \quad 65 \times 5 \\ \hline 355 \\ -325 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3\,746} \quad 61 \\ -36 \quad | \quad 121 \times 1 \\ \hline 146 \\ -121 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{8\,700} \quad 93 \\ -81 \quad | \quad 183 \times 3 \\ \hline 600 \\ -549 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3\,066} \quad 55 \\ -25 \quad | \quad 105 \times 5 \\ \hline 566 \\ -525 \\ \hline 41 \end{array}$$

AMPLIACIÓN

3.87 Copia estas igualdades en tu cuaderno y completa con los números que faltan.

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = \square = \square^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = \square = \square^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + \square = \square = 9^2$$

Escribe la propiedad que se puede deducir y compruébala para dos casos más.

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 81 = 9^2$$

Propiedad: La suma de los números impares consecutivos, empezando por el 1, es igual al cuadrado del número de impares que se sumen.

$$\text{Comprobación: } 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100 = 10^2$$

3.88 El doble de un número elevado al cuadrado es igual a 324. ¿Cuál es dicho número?

Como el doble del número elevado al cuadrado es igual a 324, el doble del número es: $\sqrt{324} = 18$.

Si el doble del número es 18, el número es $18 : 2 = 9$.

3.89 Se tienen dos cuadrados, tales que uno de ellos tiene por lado el doble que el otro. ¿Cuántas veces mayor es la superficie de uno respecto a la del otro?

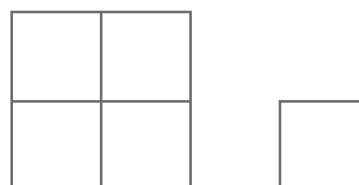
Cuadrado lado menor: L

Cuadrado lado mayor: $2 \times L$

Superficie: L^2

Superficie: $(2 \times L)^2 = 4 \times L^2$

Por tanto, la superficie del cuadrado con doble longitud de lado es 4 veces mayor.



- 3.90 El largo de un terreno rectangular es el doble que el ancho. Su superficie es de 512 metros cuadrados. ¿Cuál es el perímetro del terreno?

La mitad del terreno es un cuadrado de $512 : 2 = 256$ metros cuadrados.

El lado del cuadrado es: $\sqrt{256} = 16$ metros.

El perímetro del terreno es: $16 + 16 + 32 + 32 = 96$ metros.



- 3.91 La raíz cuadrada entera de un número es 15, y su resto es el menor posible. ¿Cuál es el número?

$$15^2 = 225$$

El resto menor posible es 1: $225 + 1 = 226 \rightarrow$ El número es 226.

- 3.92 Un cuadrado está formado por 81 puntos. ¿Cuántos puntos habrá que añadir a dicho cuadrado para obtener otro cuadrado cuyo lado tenga 2 unidades más que el primero?

Si el cuadrado tiene 81 puntos, el lado del cuadrado está constituido por $\sqrt{81} = 9$ puntos.

El cuadrado que buscamos debe tener 2 unidades más por lado que el primero, es decir: $9 + 2 = 11$ puntos.

Dicho cuadrado estará constituido por $11^2 = 121$ puntos.

Luego el número de puntos que habrá que añadir es: $121 - 81 = 40$.

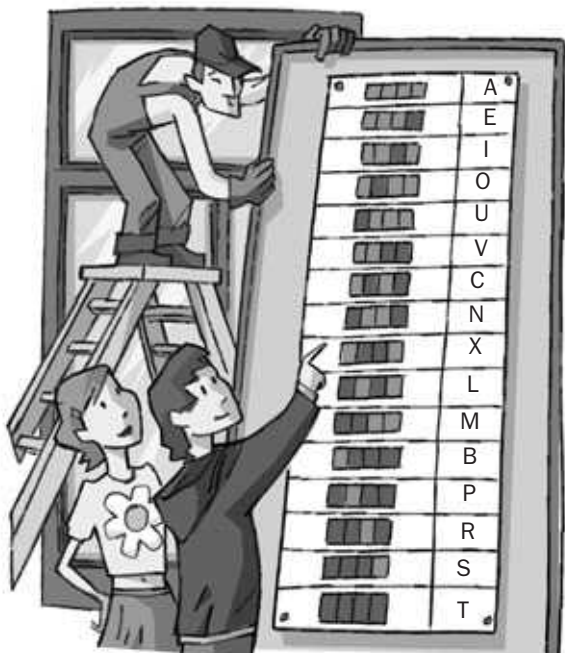
PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

- 3.93 La clave



Marta ha ideado una clave para cifrar mensajes en la que cada letra es una fila de cuatro fichas rojas o verdes en un orden determinado.

- a) ¿Cuántas letras distintas se pueden formar? ¿Habrá suficientes filas para todas las letras del alfabeto?
b) Marta ha tenido suficientes letras con las del tablero para escribir el nombre de su animal favorito. Averígualo.



a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

No habría combinaciones suficientes para contar con todas las letras del alfabeto.

- b) Tiene que escribir el nombre de su animal favorito en cuatro lenguas:

BOLBORETA (en gallego)

TXIMELETA (en euskera)

PAPALLONA (en valenciano)

MARIPOSA (en castellano)

3.A1 Calcula las siguientes potencias.

a) 7^3

a) $7^3 = 343$

b) $(-2)^4$

b) $(-2)^4 = 16$

3.A2 Escribe el término que falta en cada igualdad.

a) $\square^4 = 16$

a) $2^4 = 16$

b) $(-6)^\square = 36$

b) $(-6)^2 = 36$

3.A3 Expresa estas potencias como producto o cociente de potencias, según corresponda.

a) $(5 \times 2)^3$

b) $((-2) \times 5 \times (-1))^7$

c) $(8 : 3)^5$

d) $((-12) : 3)^3$

a) $(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3$

b) $((-2) \times 5 \times (-1))^7 = (-2)^7 \times 5^7 \times (-1)^7$

c) $(8 : 3)^5 = 8^5 : 3^5$

d) $((-12) : 3)^3 = (-12)^3 : 3^3$

3.A4 Obtén como resultado una potencia y el valor correspondiente.

a) $3^2 \times 3 \times 3^3 \times 3^2$

b) $(-5) \times (-5)^2 \times (-5)^4$

a) $3^2 \times 3 \times 3^3 \times 3^2 = 3^8 = 6561$

b) $(-5) \times (-5)^2 \times (-5)^4 = (-5)^7 = -78125$

c) $2^{29} : 2^{26}$

d) $(36^5 : 6^8)^2$

c) $2^{29} : 2^{26} = 2^3 = 8$

d) $(36^5 : 6^8)^2 = [(6^2)^5 : 6^8]^2 = (6^{10} : 6^8)^2 = (6^2)^2 = 6^4 = 1296$

3.A5 Halla la raíz cuadrada y el resto de los siguientes números.

a) 9

b) 23

c) 400

d) 80

a) $3^2 = 9 \Rightarrow$ La raíz es 3, y el resto, 0.

b) $4^2 = 16 < 23 < 5^2 = 25 \Rightarrow$ La raíz cuadrada entera es 4, y el resto: $23 - 16 = 7$.

c) $20^2 = 400 \Rightarrow$ La raíz cuadrada es 20, y el resto, 0.

d) $8^2 = 64 < 80 < 9^2 = 81 \Rightarrow$ La raíz cuadrada entera es 8, y el resto: $80 - 64 = 16$.

3.A6 La raíz cuadrada de 314 está comprendida entre 15 y 20. Calcula, por aproximaciones, la raíz cuadrada del número 314 y el resto.

$15^2 = 225 < 314$

$16^2 = 256 < 314$

$17^2 = 289 < 314$

$18^2 = 324 > 314$

La raíz cuadrada entera es 17, y el resto: $314 - 289 = 25$.

3.A7 Un campo cuadrangular tiene 2 500 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros de valla son necesarios para vallarlo?

El lado del campo rectangular es la raíz cuadrada de 2 500 metros cuadrados: $\sqrt{2500} = 50$.

Si el lado del campo mide 50 metros, serán necesarios $4 \times 50 = 200$ metros de valla para cercarlo.

3.A8 Se tiene un cuadrado de 121 centímetros cuadrados.

¿Cuántos centímetros cuadrados más serán necesarios para obtener un cuadrado de 2 centímetros más de lado?



El lado del cuadrado de 121 cm^2 es: $\sqrt{121} = 11 \text{ cm}$.

El lado del cuadrado con dos centímetros más medirá 13 cm .

El número de centímetros cuadrados de este cuadrado es $13^2 = 169$.

Son necesarios $169 - 121 = 48 \text{ cm}^2$ más para obtener el cuadrado de 2 centímetros más de lado.

3.A9 El mayor valor que puede tomar el resto de una raíz es 54.

a) ¿Cuál es la raíz?

b) ¿Cuál es el número del que se obtiene esa raíz y ese resto?

a) Consideramos un cuadrado de puntos. En un lado de este cuadrado colocamos 27 puntos, y en el adyacente, otros 27 puntos (solo faltaría un punto, el correspondiente a la esquina, para completar un cuadrado de 28 puntos de lado). Luego la raíz cuadrada entera es 27.

b) El número es: $27^2 + 54 = 729 + 54 = 783$.

3.A10 Aplica a estos números la regla explicada para obtener la raíz cuadrada y el resto.

a) 2 081

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2\,081} & 45 \\ -16 & 85 \times 5 \\ \hline 481 & \\ -425 & \\ \hline 56 & \end{array}$$

b) 1 204

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1\,204} & 34 \\ -9 & 64 \times 4 \\ \hline 304 & \\ -256 & \\ \hline 48 & \end{array}$$

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

CONTAR UN BILLÓN

Como ya sabes, el número 100 se puede poner como una potencia de 10 ($100 = 10^2$). Lo mismo le ocurre al 1 000 ($1\,000 = 10^3$), al 10 000, al 100 000...

Un billón es la unidad seguida de doce ceros: $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$.

Vamos a intentar un ejercicio: calcular el tiempo que tardaríamos en contar desde 1 a un billón. Así, a ojo, parece que tardaremos un rato largo. Pero ¿muy largo?

Si contamos cien números por minuto, en una hora contamos hasta el 6 000; en un día, hasta el 144 000; en un año, hasta el 52 560 000...

¿Cuánto tardaríamos en llegar al billón?

Si contamos 100 números por minuto, un billón lo contaremos en: $\frac{10^{12}}{100} = 10^{12-2} = 10^{10}$ minutos.

Si pasamos estos minutos a años obtenemos: $\frac{10^{10}}{60 \cdot 24 \cdot 365}$ años, lo que equivale a 19 025 años, 10 meses y 19 días.