Examen de números naturales y divisibilidad

Ejercicio 1.

Realiza las siguientes operaciones:

$a)\ 25-2\cdot\left[1+3\cdot(4-1)\right]=$ $\qquad$ $b)\ (10-3\cdot 2)^2-\left(20-4\cdot 2^2\right)=$

$c)\ \left[5\cdot\left(12-3^2\right)+6\cdot(2+2\cdot 3)\right]:(3\cdot 2+1\ =$ $\qquad$ $d)\ 3\cdot(5-2)^2-3\cdot 2^3+2\cdot(3-1)^3=$

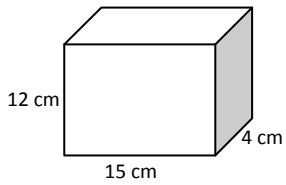
Ejercicio 2.

Dado el número 38 449 956 000

- Expresa con letra cuántas centenas tiene.
- Aproxímalo a las decenas de millar.
- Aproxímalo a las centenas de millón.
- Qué número obtenemos si le quitamos cinco decenas de millón.

Ejercicio 3.

Calcula cuántas piezas como esta son necesarias, como mínimo, para construir un cubo:



Ejercicio 4.

Busca todas las formas posibles de envasar 252 litros de aceite en garrafas iguales cuya capacidad sea un número exacto de litros.

Ejercicio 5.

Realiza las operaciones y expresa en forma de potencia:

- $6\cdot 6^5\cdot 6^4:6^6=$
- $\left[\left(4^5\cdot 3^5\right):12\right]:6^4=$
- $\left(a^8:a^2\right)^3:\left(a^4\right)^4=$
- $\left(2^3\cdot 4^5\right):8^3=$

Ejercicio 6.

Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números 160, 200 y 240.

Ejercicio 7.

Efectúa y expresa en forma de potencia:

$\sqrt{54\cdot 18\cdot 15\cdot 5}=$ $\qquad$ $\left(4^4\cdot 5^4\right)^3:\left(2^6\cdot 4^3\right)=$

Ejercicio 8.

La descomposición de un número en factores primos es $N=2^8\cdot 5^6\cdot 11$, contesta razonadamente:

a) ¿Es *N* múltiplo de 10000?

b) Escribe dos múltiplos de *N*.

c) ¿Es 220 divisor de *N*?

d) Escribe seis divisores de *N*.

Soluciones

Ejercicio 1.

Realiza las siguientes operaciones:

$a)\ 25-2\cdot\left[1+3\cdot(4-1)\right]=25-2\cdot[1+3\cdot 3]=25-2\cdot[1+9]=25-2\cdot 10=25-20=5$

$b)\ (10-3\cdot 2)^2-\left(20-4\cdot 2^2\right)=(10-6)^2-(20-4\cdot 4)=4^2-(20-16)=16-4=12$

$c)\ \left[5\cdot\left(12-3^2\right)+6\cdot(2+2\cdot 3)\right]:(3\cdot 2+1)=\left[5\cdot(12-9)+6\cdot(2+6)\right]:(6+1)=[5\cdot 3+6\cdot 8]:7=$
$=[15+48]:7=63:7=9$

$d)\ 3\cdot(5-2)^2-3\cdot 2^3+2\cdot(3-1)^3=3\cdot 3^2-3\cdot 8+2\cdot 2^3=3\cdot 9-24+2\cdot 8=27-24+16=19$

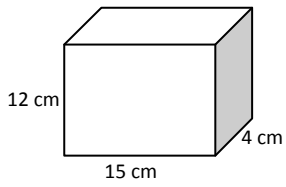
Ejercicio 2.

Dado el número 38 449 956 000

- Expresa con letra cuántas centenas tiene.
  Trescientos ochenta y cuatro millones cuatrocientas noventa y nueve mil quinientas sesenta centenas.
- Aproxímalo a las decenas de millar. 38 449 960 000
- Aproxímalo a las centenas de millón. 38 400 000 000
- Qué número obtenemos si le quitamos cinco decenas de millón. 38 399 960 000

Ejercicio 3.

Calcula cuántas piezas como esta son necesarias, como mínimo, para construir un cubo:



$$\left.\begin{array}{l}12=2^2\cdot 3\\15=3\cdot 5\\5\end{array}\right\}\Rightarrow m.c.m.(12,15,5)=2^2\cdot 3\cdot 5=60$$

Un cubo tiene todas sus aristas iguales $\Rightarrow$ *la medida de dichas aristas debe ser un múltiplo común de* 12 , 15 *y* 5, *y además el más pequeño. Por tanto las aristas deben medir* 60 *cm.*
Necesitamos entonces :

$$\left.\begin{array}{l}4\ \text{piezas de } 15\,cm\ \text{para el ancho} = 60\,cm\\5\ \text{piezas de } 12\,cm\ \text{para el alto} = 60\,cm\\15\ \text{piezas de } 4\,cm\ \text{para el fondo} = 60\,cm\end{array}\right\}\Rightarrow \text{en total}\ \ 4\cdot 5\cdot 15=300\ \text{piezas como la del dibujo.}$$

Ejercicio 4.

Busca todas las formas posibles de envasar 252 litros de aceite en garrafas iguales cuya capacidad sea un número exacto de litros.

Debemos calcular todos los divisores de 252.

$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^1 \Rightarrow (2+1)\cdot(2+1)\cdot(1+1) = 18$ *divisores tiene* 252 *que son*:

$1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 28, 36, 42, 63, 84, 126, 252 \Rightarrow$ *las posibilidades son*:

1 *garrafa de* 252 *litros* $\rightleftarrows$ 252 *garrafas de* 1 *litro*

2 *garrafas de* 126 *litros* $\rightleftarrows$ 126 *garrafas de* 2 *litros*

3 *garrafas de* 84 *litros* $\rightleftarrows$ 84 *garrafas de* 3 *litros*

4 *garrafas de* 63 *litros* $\rightleftarrows$ 63 *garrafas de* 4 *litros*

6 *garrafas de* 42 *litros* $\rightleftarrows$ 42 *garrafas de* 6 *litros*

7 *garrafas de* 36 *litros* $\rightleftarrows$ 36 *garrafas de* 7 *litros*

9 *garrafas de* 28 *litros* $\rightleftarrows$ 28 *garrafas de* 9 *litros*

12 *garrafas de* 21 *litros* $\rightleftarrows$ 21 *garrafas de* 12 *litros*

14 *garrafas de* 18 *litros* $\rightleftarrows$ 18 *garrafas de* 14 *litros*

Ejercicio 5.

Realiza las operaciones y expresa en forma de potencia:

— $6 \cdot 6^5 \cdot 6^4 : 6^6 = 6^{1+5+4} : 6^6 = 6^{10} : 6^6 = 6^{10-6} = 6^4$

— $\left(a^8 : a^2\right)^3 : \left(a^4\right)^4 = \left(a^{8-2}\right)^3 : a^{4\cdot4} = \left(a^6\right)^3 : a^{16} = a^{6\cdot3} : a^{16} = a^{18} : a^{16} = a^{18-16} = a^2$

— $\left[\left(4^5 \cdot 3^5\right) : 12\right] : 6^4 = \left[(4\cdot3)^5 : 12\right] : 6^4 = \left[12^5 : 12\right] : 6^4 = 12^{5-1} : 6^4 = 12^4 : 6^4 = (12:6)^4 = 2^4$

— $\left(2^3 \cdot 4^5\right) : 8^3 = \left[2^3 \cdot \left(2^2\right)^5\right] : \left(2^3\right)^3 = \left[2^3 \cdot 2^{2\cdot5}\right] : 2^{3\cdot3} = \left[2^3 \cdot 2^{10}\right] : 2^9 = 2^{3+10} : 2^9 = 2^{13} : 2^9 = 2^{13-9} = 2^4$

Ejercicio 6.

Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números 160, 200 y 240.

$$\left.\begin{array}{l} 160 = 2^5 \cdot 5 \\ 200 = 2^3 \cdot 5^2 \\ 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} m.c.m.(160,200,240) = 2^5 \cdot 5^2 \cdot 3 = 2400 \\ M.C.D.(160,200,240) = 2^3 \cdot 5 = 40 \end{cases}$$

Ejercicio 7.

Efectúa y expresa en forma de potencia:

— $\sqrt{54\cdot 18\cdot 15\cdot 5}=\sqrt{2\cdot 3^3\cdot 2\cdot 3^2\cdot 3\cdot 5\cdot 5}=\sqrt{2^2\cdot 3^6\cdot 5^2}=2\cdot 3^3\cdot 5$

$54=2\cdot 3^3$; $18=2\cdot 3^2$; $15=3\cdot 5$

— $\left(4^4\cdot 5^4\right)^3:\left(2^6\cdot 4^3\right)=\left[(4\cdot 5)^4\right]^3:\left[2^6\cdot\left(2^2\right)^3\right]=\left[20^4\right]^3:\left[2^6\cdot 2^{2\cdot 3}\right]=20^{4\cdot 3}:\left[2^6\cdot 2^6\right]=20^{12}:2^{6+6}=$

$=20^{12}:2^{12}=(20:2)^{12}=10^{12}$

Ejercicio 8.

La descomposición de un número en factores primos es $N=2^8\cdot 5^6\cdot 11$, contesta razonadamente:

a) ¿Es *N* múltiplo de 10000?

Si porque $10000=2^4\cdot 5^4$ *y* $N=2^8\cdot 5^6\cdot 11 \Rightarrow N=2^4\cdot 2^4\cdot 5^4\cdot 5^2\cdot 11$

$N=2^4\cdot 5^2\cdot 11\cdot(10000)$

b) Escribe dos múltiplos de *N*.

Por ejemplo $2\cdot N=2\cdot 2^8\cdot 5^6\cdot 11=2^9\cdot 5^6\cdot 11$ *y* $5\cdot N=5\cdot 2^8\cdot 5^6\cdot 11=2^8\cdot 5^7\cdot 11$

c) ¿Es 220 divisor de *N*?

Si porque $220=2^2\cdot 5\cdot 11$ *y como* $N=2^8\cdot 5^6\cdot 11=2^6\cdot 5^5\cdot \overbrace{2^2\cdot 5\cdot 11}$ $\Rightarrow$ *la siguiente división es exacta* $N:220=2^6\cdot 5^5$

d) Escribe seis divisores de *N*.

$N=2^8\cdot 5^6\cdot 11^1$ $\Rightarrow$ *tiene* $(8+1)\cdot(6+1)\cdot(1+1)=126$ *divisores, bien podremos encontrar seis, por ejemplo:* $2, 4, 5, 8, 10, 11, \ldots$