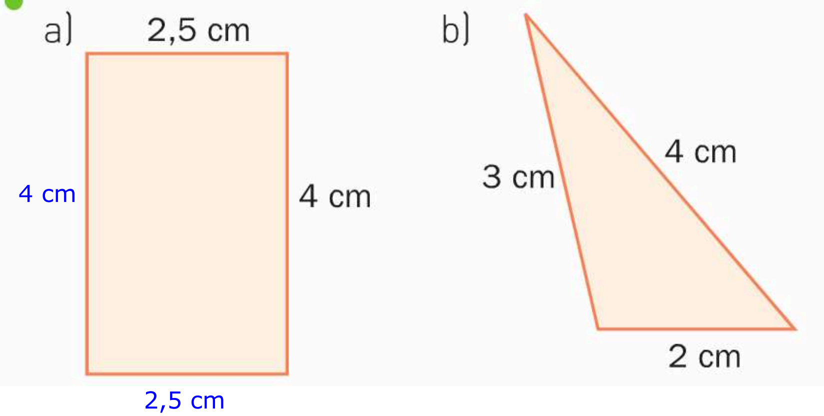
1º ESO

TEMA 13

LO GITUDES Y ÁREAS

1.- PERÍMETRO ÁREA DE UNA FIGURA PLANA (Ej. 1)

1. Calcula el perímetro de las siguientes figuras.



P = 2,5 . 2 + 4 . 2 = 5 + 8 = 13 cm

P = 3 + 4 + 2 = 9 cm

1.- PERÍMETRO ÁREA DE UNA FIGURA PLANA (Ej. 2)

2. Halla el perímetro de estas figuras.

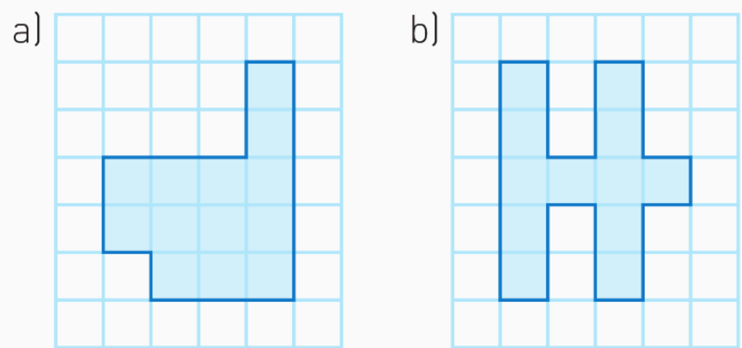
a) Un cuadrado de 6 centímetros de lado. 6 . 4 = 24 cm

b) Un triángulo isósceles cuya base mide 5 centímetros, y cuyos lados iguales miden 8 centímetros. 8 . 2 + 5 = 21 cm

c) Un hexágono regular cuyo lado mide 7 centímetros. 7 . 6 = 42 cm

1.- PERÍMETRO ÁREA DE UNA FIGURA PLANA (Ej. 3)

3. Calcula el área de estas figuras, tomando como medida el cuadrado de la cuadrícula.



13 unidades

12 unidades

1.- PERÍMETRO Y ÁREA DE UNA FIGURA PLANA (Ej. 46 y 47)

46. Halla el perímetro de las siguientes figuras.

a) Un dodecágono regular de 10 centímetros de lado. 10 . 12 = 120 cm

b) Un rombo de 7 metros de lado. 7 . 4 = 28 m

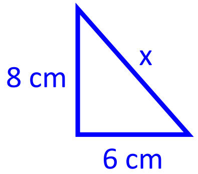
c) Un romboide cuyos lados iguales miden 6 y 8 centímetros, respectivamente. 6 . 2 + 8 . 2 = 12 + 16 = 28 cm

47. El perímetro de un cuadrado mide 36 centímetros. ¿Cuánto mide el lado?

El lado mide 36 : 4 = 9 cm

2.- MEDIDAS INDIRECTAS: TEOREMA DE PITÁGORAS (Ej. 6 , 7)

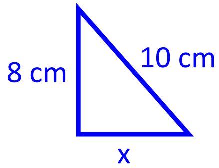
6. Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 y 8 centímetros, respectivamente.



$x^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow x^2 = 64 + 36 \rightarrow x^2 = 100$

$x = \sqrt{100} \rightarrow x = 10$ cm

7. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 centímetros, y un cateto, 8. ¿Cuánto mide el otro?

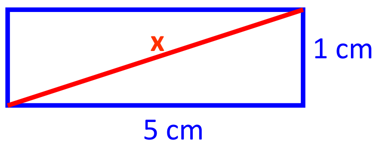


$10^2 = 8^2 + x^2 \rightarrow 100 = 64 + x^2$

$36 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{36} \rightarrow x = 6$ cm

2.- MEDIDAS INDIRECTAS: TEOREMA DE PITÁGORAS (Ej. 8)

8. TIC Calcula la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 1 y 5 centímetros, respectivamente.

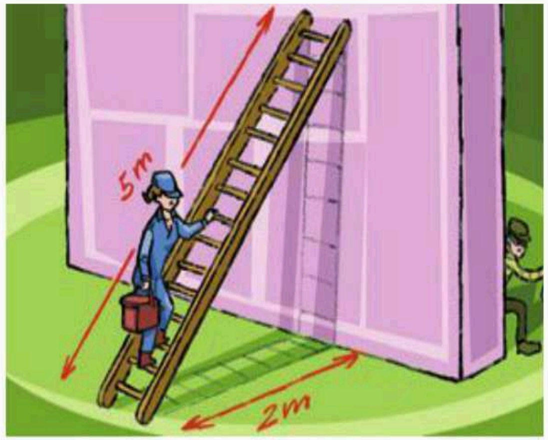


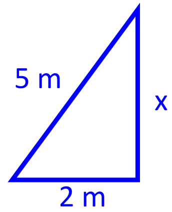
$x^2 = 1^2 + 5^2 \rightarrow x^2 = 1 + 25 \rightarrow x^2 = 26$

$x = \sqrt{26} \rightarrow x \cong 5{,}1$ cm

2.- MEDIDAS INDIRECTAS: TEOREMA DE PITÁGORAS (Ej. 74)

74. Un albañil apoya una escalera de 5 metros contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 2 metros del muro. Calcula la altura a la que se encuentra la parte superior de la escalera.





$5^2 = 2^2 + x^2$

$25 = 4 + x^2$

$21 = x^2$

$x = \sqrt{21}$

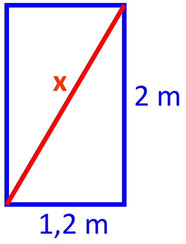
$x \cong 4{,}6$ m

Está a 4,6 m, aproximadamente

2.- MEDIDAS INDI ECTAS: TEO EMA DE PITÁGORAS (Ej. 77)

77. Un carpintero construye marcos rectangulares de madera para ventanas. Para que no se deformen, clava un travesaño en diagonal. Una de las ventanas mide 1,2 metros de base y 2 metros de altura. El carpintero ha cortado un travesaño de 3 metros.

¿Ha hecho lo correcto?



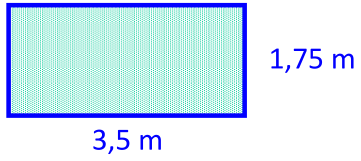
$x^2 = 1{,}2^2 + 2^2 \rightarrow x^2 = 1{,}44 + 4 \rightarrow x^2 = 5{,}44$

$x = \sqrt{5{,}44} \rightarrow x \cong 2{,}33\ \text{m}$

No ha hecho lo correcto, pues debe cortar 2,33 m

3, 4 y 5.- ÁREA DEL RECTÁNGULO, CUADRADO, PARALELOGRAMO, TRIÁNGULO Y TRAPECIO (Ej. 14)

14. Un retal de tela mide 3,5 metros de largo por 1,75 de alto. Si el metro cuadrado de la tela se vende a 12 euros el metro cuadrado, ¿qué precio tiene el retal?



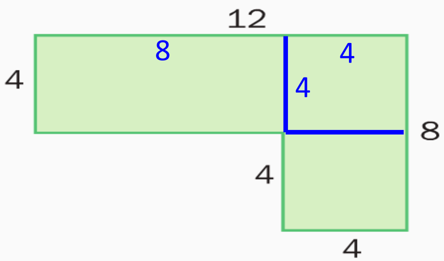
Los m^2 de tela se calculan hallando la superficie del rectángulo:

$A(\text{rectángulo}) = 3{,}5 \cdot 1{,}75 = 6{,}125\ m^2$

El precio del retal es: $12\ €/m^2 \cdot 6{,}125\ m^2 = 73{,}50\ €$

3, 4 y 5.- ÁREA DEL RECTÁNGULO, CUADRADO, PARALELOGRAMO, TRIÁNGULO Y TRAPECIO (Ej. 15)

15. Halla el área de la figura descomponiéndola antes en rectángulos y cuadrados.

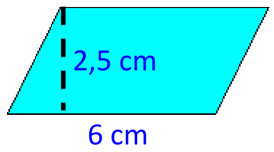


$A(\text{figura}) = 8 \cdot 4 + 4^2 + 4^2 = 32 + 16 + 16 = 64$ unidades cuadradas

3, 4 y 5.- ÁREA DEL RECTÁNGULO, CUADRADO, PARALELOGRAMO, TRIÁNGULO Y TRAPECIO (Ej 17, 18)

17. Halla el área de un paralelogramo de 6 centímetros de base y 25 milímetros de altura.

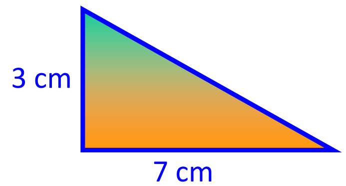
25 mm = 2,5 cm



$A(\text{paralelogramo}) = \text{base} \cdot \text{altura}$

$A(\text{paralelogramo}) = 6 \cdot 2{,}5 = 15\ cm^2$

18. Calcula el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 7 centímetros, respectivamente.

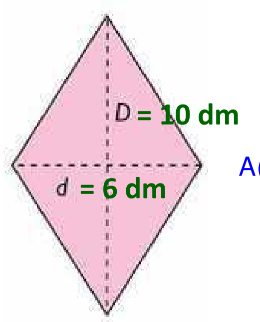


$A(\text{triángulo}) = \dfrac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

$A(\text{triángulo}) = \dfrac{7 \cdot 3}{2} = 10{,}5\ cm^2$

19. Halla el área de un rombo cuyas diagonales miden 6 decímetros y 100 centímetros, respectivamente.

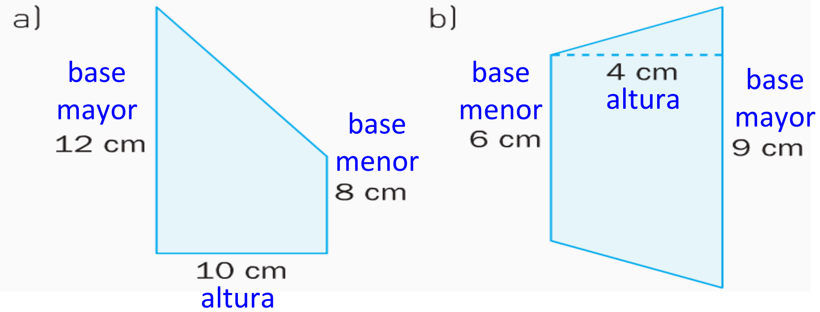
100 cm = 10 dm



$$A(\text{rombo}) = \frac{\text{diagonal mayor . diagonal menor}}{2}$$

$$A(\text{rombo}) = \frac{10\ .\ 6}{2} = 30\ \text{dm}^2$$

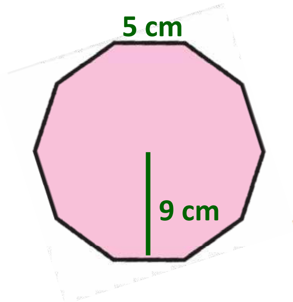
22. Calcula el área de estos trapecios.



$$A(\text{trapecio}) = \frac{(\text{base mayor} + \text{base menor})\ .\ \text{altura}}{2}$$

a) $A(\text{trapecio}) = \frac{(12+8)\ .\ 10}{2} = 90\ \text{cm}^2$ b) $A(\text{trapecio}) = \frac{(9+6)\ .\ 4}{2} = 30\ \text{cm}^2$

25. Halla el área de un decágono regular de 5 centímetros de lado y 9 centímetros de apotema.



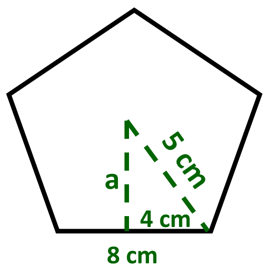
$$A(\text{polígono regular}) = \frac{\text{perímetro . apotema}}{2}$$

perímetro = 5 . 10 = 50 cm

$$A(\text{decágono regular}) = \frac{50\ .\ 9}{2} = 225\ \text{cm}^2$$

26. ¿Cuál es el área de un pentágono regular de 8 centímetros de lado y 5 centímetros de radio?

$$A(\text{polígono regular}) = \frac{\text{perímetro . apotema}}{2}$$ perímetro = 8 . 5 = 40 cm



La apotema, a, se calcula por el teorema de Pitágoras:

$5^2 = 4^2 + a^2 \rightarrow$ $25 = 16 + a^2$

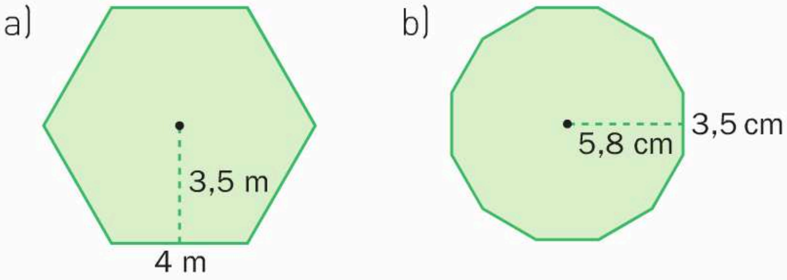
$9 = a^2 \rightarrow$ $a = \sqrt{9}$ $\rightarrow a = 3$ cm

$$A(\text{pentágono regular}) = \frac{40\ .\ 3}{2} = 60\ \text{cm}^2$$

6 y 7.- ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES (Ej 62)

62. Halla el área de estos polígonos regulares.

TIC



$$A(\text{polígono regular}) = \frac{\text{perímetro . apotema}}{2}$$

a) perímetro = 4 . 6 = 24 m $\quad A(\text{hexágono regular}) = \frac{24 \,.\, 3{,}5}{2} = 42 \text{ m}^2$

b) perímetro = 3,5 . 12 = 42 cm $\quad A(\text{dodecágono regular}) = \frac{42 \,.\, 5{,}8}{2} = 121{,}8 \text{ cm}^2$

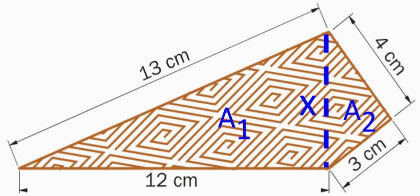
6 y 7.- ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES (Ej 82)

82. Julia ha construido una casita de muñecas con unos trozos de madera que ha encontrado. El diseño de la casa no es regular por la forma que tenía la madera.

TIC

Ahora la va a decorar y en el suelo pondrá un papel adhesivo que parece parquet.

¿Cuántos centímetros cuadrados necesita para el suelo del dormitorio si su forma es la del dibujo?



$13^2 = 12^2 + x^2$

$169 = 144 + x^2$

$25 = x^2$

$x = \sqrt{25}$

$x = 5$

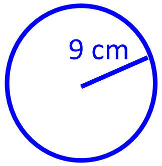
$A_1 = \frac{12 \,.\, 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$

$A_2 = \frac{3 \,.\, 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$

$A = A_1 + A_2 = 30 + 6 = 36 \text{ cm}^2$

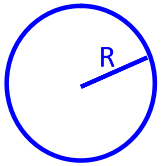
8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 29 , 30)

29. Calcula la longitud de una circunferencia de 9 centímetros de radio.



$L(\text{circunferencia}) = 2 \,.\, \pi \,.\, R \cong 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 9 = 56{,}52 \text{ cm}$

30. Halla el radio de una circunferencia de 43,96 centímetros de longitud.



$L(\text{circunferencia}) = 2 \,.\, \pi \,.\, R$

$43{,}96 \cong 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, R$

$43{,}96 \cong 6{,}28 \,.\, R \rightarrow R \cong \frac{43{,}96}{6{,}28} = 7 \text{ cm}$

8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 31 , 32)

31. En un campo de fútbol, el radio del círculo central mide 9,15 metros.

Calcula la longitud de la circunferencia que hay que pintar.

$L(\text{circunferencia}) = 2 \,.\, \pi \,.\, R \cong 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 9{,}15 = 57{,}462 \text{ m}$

32. El diámetro de una circunferencia mide 8 decímetros.

TIC

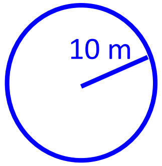
¿Cuál es la longitud de un arco de 85°?

$L(\text{circunferencia}) = 2 \,.\, \pi \,.\, R \cong 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 4 = 25{,}12 \text{ dm}$

$\frac{25{,}12 \text{ dm}}{360º} = \frac{\text{longitud del arco}}{85º} \rightarrow \text{longitud del arco} = \frac{85º \,.\, 25{,}12}{360º} \cong 5{,}93 \text{ dm}$

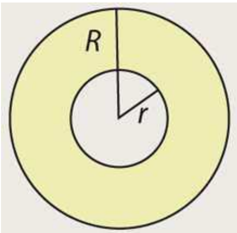
8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 36 , 37)

36. ¿Cuál es el área de un círculo de 20 metros de diámetro?



A(círculo) = $\pi \cdot R^2 \cong 3{,}14 \cdot 10^2 = 3{,}14 \cdot 100 = 314\ m^2$

37. TIC Calcula el área de una corona circular formada por dos circunferencias concéntricas de radios iguales a 1,60 y 1,20 centímetros, respectivamente.



Radio mayor = R = 1,60 Radio menor = r = 1,20

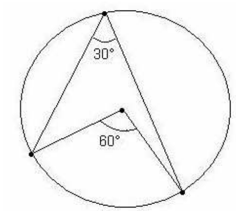
A(corona circular) = $\pi \cdot (R^2 - r^2)$

A(corona) $\cong 3{,}14 \cdot (1{,}60^2 - 1{,}20^2) =$

$= 3{,}14 \cdot (2{,}56 - 1{,}44) = 3{,}14 \cdot 1{,}12 = 3{,}52\ cm^2$

8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 66 , 70)

66. TIC En una circunferencia de 4 centímetros de radio, dibuja un ángulo inscrito de 30°. ¿Cuál es la longitud del arco de circunferencia que abarca?



L(circunferencia) = $2 \cdot \pi \cdot R \cong 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 = 25{,}12$ cm

$$\frac{25{,}12\ dm}{360º} = \frac{\text{longitud del arco}}{60º}$$

$$\text{longitud del arco} = \frac{60º \cdot 25{,}12}{360º} \cong 4{,}19\ cm$$

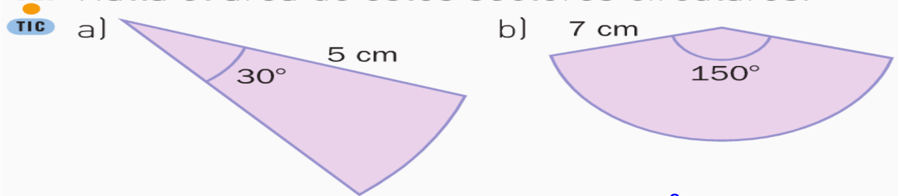
70. ¿Cuál es el área de una corona circular cuyo radio mayor mide 8,2 centímetros y cuyo radio menor mide 5 centímetros?

A(corona circular) = $\pi \cdot (R^2 - r^2) \cong 3{,}14 \cdot (8{,}2^2 - 5^2) =$

$= 3{,}14 \cdot (67{,}24 - 25) = 3{,}14 \cdot 42{,}24 = 132{,}63\ cm^2$

8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 71)

71. TIC Halla el área de estos sectores circulares.



a) A(círculo) = $\pi \cdot R^2 \cong 3{,}14 \cdot 5^2 = 78{,}5\ cm^2 \rightarrow \frac{78{,}5\ cm^2}{360º} = \frac{\text{área del sector}}{30º}$

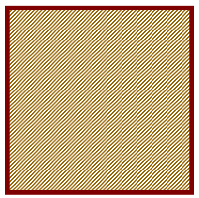
$$\text{área del sector} = \frac{30º \cdot 78{,}5}{360º} \cong 6{,}54\ cm^2$$

b) A(círculo) = $\pi \cdot R^2 \cong 3{,}14 \cdot 7^2 = 153{,}86\ cm^2 \rightarrow \frac{153{,}86\ cm^2}{360º} = \frac{\text{área del sector}}{150º}$

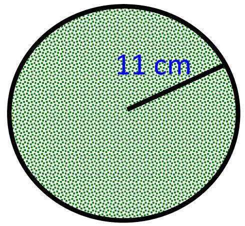
$$\text{área del sector} = \frac{150º \cdot 153{,}86}{360º} \cong 64{,}11\ cm^2$$

8 y 9.- LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES (Ej 78)

78. TIC El padre de Carlos ha comprado dos alfombrillas para el ratón del ordenador. Una es cuadrada, de 19,5 centímetros de lado, y la otra, circular, de 11 centímetros de radio. Carlos cree que es mejor la circular porque ocupa mayor superficie, pero su padre opina que es mejor la cuadrada. ¿Cuál de los dos tiene razón?



19,5 cm



A(cuadrado) = lado^2 = $19{,}5^2$

$= 380{,}25\ cm^2$

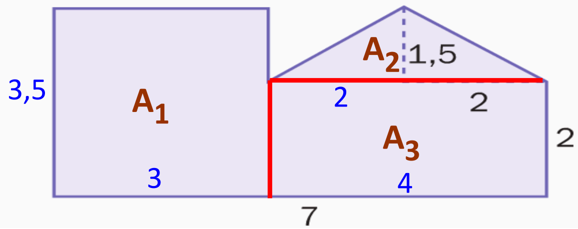
A(círculo) = $\pi \cdot R^2 \cong 3{,}14 \cdot 11^2$

$= 379{,}94\ cm^2$

La que tiene mayor superficie es la cuadrada.

El padre tiene razón

40. Halla el área de la siguiente figura, donde todas las medidas están expresadas en metros.



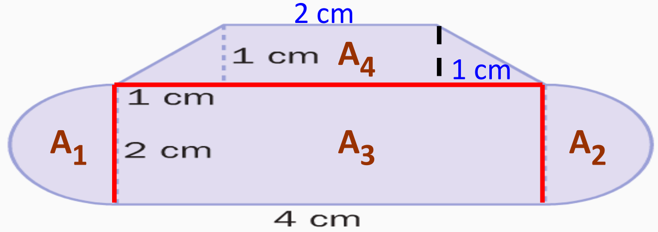
A_1 = A(rectángulo) = base . altura = 3 . 3,5 = 10,5 m^2

$$A_2 = \text{A(triángulo)} = \frac{\text{base . altura}}{2} = \frac{4 \,.\, 1{,}5}{2} = 3 \text{ m}^2$$

A_3 = A(rectángulo) = base . altura = 4 . 2 = 8 m^2

A(figura) = $A_1 + A_2 + A_3$ = 10,5 + 3 + 8 = 21,5 m^2

41. Calcula el área de la siguiente figura.



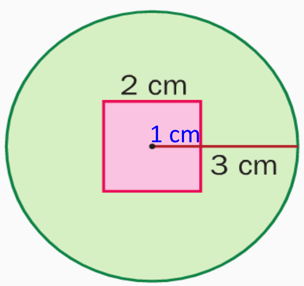
$A_1 + A_2$ = A(círculo) = π . $R^2 \cong$ 3,14 . 1^2 = 3,14 cm^2

A_3 = A(rectángulo) = base . altura = 4 . 2 = 8 cm^2

$$A_4 = \text{A(trapecio)} = \frac{\text{(base mayor + base menor) . altura}}{2} = \frac{(4+2) \,.\, 1}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

A(figura) = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ = 3,14 + 8 + 3 = 14,14 cm^2

43. Calcula el área de la zona coloreada en verde.



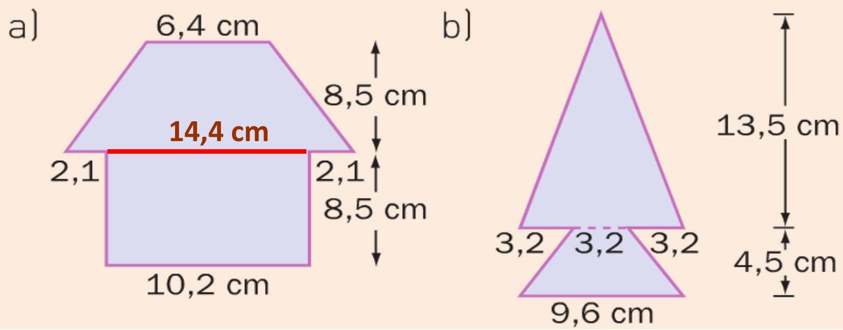
A(zona verde) = A(círculo) – A(cuadrado)

A(círculo) = π . $R^2 \cong$ 3,14 . 4^2 = 50,24 cm^2

A(cuadrado) = lado^2 = 2^2 = 4 cm^2

A(zona verde) = 50,24 – 4 = 46,24 cm^2

7. Averigua el área de estas figuras.



$$\text{a) A(figura)} = \frac{(14{,}4 + 6{,}4) \,.\, 8{,}5}{2} + 10{,}2 \,.\, 8{,}5 = 88{,}4 + 86{,}7 = 175{,}1 \text{ cm}^2$$

$$\text{b) A(figura)} = \frac{9{,}6 \,.\, 13{,}5}{2} + \frac{(9{,}6 + 3{,}2) \,.\, 4{,}5}{2} = 64{,}8 + 28{,}8 = 93{,}6 \text{ cm}^2$$